Задание 4. Алгоритмы безусловной нелинейной оптимизации. Стохастические и метаэвристические алгоритмы

Цель работы

Использование стохастических и метаэвристических алгоритмов (имитация отжига, дифференциальная эволюция, метод роя частиц) в задачах безусловной нелинейной оптимизации и их экспериментальное сравнение с алгоритмами Нелдера-Мида и Левенберга-Марквардта

Задачи и методы

I. Сгенерируйте зашумленные данные (x_k, y_k) , где k = 0, ..., 1000, следующим образом:

$$y_k = \begin{cases} -100 + \delta_k, & f(x_k) < -100, \\ f(x_k) + \delta_k, & -100 \le f(x_k) \le 100, \\ 100 + \delta_k, & f(x_k) > 100, \end{cases} \qquad x_k = \frac{3k}{1000},$$
$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2'}$$

где $\delta_k \sim N(0,1)$ — значения случайной величины со стандартным нормальным распределением. Аппроксимируйте полученные данные рациональной функцией

$$F(x,a,b,c,d) = \frac{ax+b}{x^2+cx+d}$$

с помощью метода наименьших квадратов путем численной минимизации функции

$$D(a,b,c,d) = \sum_{k=0}^{1000} (F(x_k,a,b,c,d) - y_k)^2.$$

Для решения задачи минимизации используйте алгоритм Нелдера-Мида, алгоритм Левенберга-Марквардта и хотя бы два из методов: имитация отжига, дифференциальная эволюция или метод роя частиц. При необходимости задайте начальные приближения и другие параметры методов. Используйте $\varepsilon = 0,001$ в качестве разрешенной ошибки; допускается не более 1000 итераций. Визуализируйте данные и все аппроксимирующие кривые, полученные указанными методами численной оптимизации, на одном графике. Проведите анализ полученных результатов (в терминах количества итераций, точности, числа вычислений функции и пр.).

II. Выберите не менее 15 городов мира, между которыми есть наземное транспортное сообщение. Вычислите для них матрицу расстояний, а затем примените метод имитации отжига для решения соответствующей задачи коммивояжера. Визуализируйте результаты на первой и последней итерации. Можно использовать следующий набор данных о городах:

https://people.sc.fsu.edu/~jburkardt/datasets/cities/cities.html