

Задание 2. Алгоритмы безусловной нелинейной оптимизации. Прямые методы

Цель работы

Применение прямых методов (одномерные методы перебора, дихотомии, золотого сечения; многомерные методы перебора, Гаусса, Нелдера-Мида) в задачах безусловной нелинейной оптимизации

Задачи и методы

I. Используйте одномерные методы перебора, дихотомии и золотого сечения для приближенного (с точностью $\varepsilon = 0,001$) поиска $x: f(x) \rightarrow \min$ для следующих функций и областей допустимых значений:

- $f(x) = x^3, x \in [0, 1];$
- $f(x) = |x - 0,2|, x \in [0, 1];$
- $f(x) = x \sin \frac{1}{x}, x \in [0,01, 1].$

Подсчитайте количество вычислений функции f и количество произведенных итераций для каждого метода и проведите анализ полученных результатов. Объясните различия в полученных результатах, если таковые имеются.

II. Сгенерируйте случайные значения $\alpha \in (0, 1)$ и $\beta \in (0, 1)$. С использованием этих значений сгенерируйте массив зашумленных данных (x_k, y_k) для $k = 0, \dots, 100$ по следующему правилу:

$$y_k = \alpha x_k + \beta + \delta_k, \quad x_k = \frac{k}{100},$$

где $\delta_k \sim N(0, 1)$ – значения случайной величины со стандартным нормальным распределением. Аппроксимируйте полученные данные линейной и рациональной функциями:

- $F(x, a, b) = ax + b$ (линейная аппроксимирующая функция);
- $F(x, a, b) = \frac{a}{1+bx}$ (рациональная аппроксимирующая функция),

с помощью метода наименьших квадратов путем численной (с точностью $\varepsilon = 0,001$) минимизации функции

$$D(a, b) = \sum_{k=0}^{100} (F(x_k, a, b) - y_k)^2.$$

Для решения задачи минимизации используйте методы перебора, Гаусса и Нелдера-Мида. При необходимости самостоятельно задайте начальные приближения и прочие параметры методов. На графиках (**отдельно для каждой аппроксимирующей функции**) изобразите массив данных и графики аппроксимирующих функций, полученных с помощью указанных методов численной оптимизации. Проведите анализ полученных результатов (в терминах количества итераций, точности, числа вычислений функции и пр.).