

{% note info %} 摘要 Title: 887. 求组合数 III Tag: 组合数、Lucas Memory Limit: 64 MB Time Limit: 1000 ms {% endnote %}

Powered by: NEFU AB-IN

[Link](#)

@TOC

887. 求组合数 III

• 题意

给定 n 组询问，每组询问给定三个整数 a, b, p ，其中 p 是质数，请你输出 $C(a, b) \bmod p$ 的值。

• 思路

适合于 a, b 非常大，模数比较小的情况

复杂度 $O(\log_p n * \log p)$ ，其中 $\log p$ 为求组合数的复杂度

① 10 万组 $1 \leq b \leq a \leq 2^{1000}$ 递推 N^2
 ② 1 万 $1 \leq b \leq a \leq 10^5$ 预处理 $N \log N$
 ③ 20 $1 \leq b \leq a \leq 10^{18}, 1 \leq p \leq 10^5$ 卢卡斯定理 Lucas

$$C_a^b \equiv C_{a \bmod p}^{b \bmod p} \cdot C_{a/p}^{b/p} \pmod{p}$$

Lucas定理：若 p 是质数，则对于任意整数 $1 \leq m \leq n$ ，有： $C(n, m) \equiv C(n \bmod p, m \bmod p) \cdot C(n/p, m/p) \pmod{p}$

ps:

- n/p 相当于 n 的 p 进制数向右移了一位，在公式推导中需要将其移完，所以要递归地求第二项
- 因为 p (模数) 是变的，所以不能预处理，需要每次直接求
 - 对应公式

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{A_m^m} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}{m!}$$

• 代码

```
'''
Author: NEFU AB-IN
Date: 2022-03-12 12:04:31
FilePath: \ACM\Acwing\887.py
LastEditTime: 2022-03-12 12:04:32
'''
N = int(1e5 + 10)

def C(a, b): #直接求C
    global p
    i, j, res = a, 1, 1 #i对应的分子, j对应的分母
    while j <= b:
        res = res * i % p
        res = res * pow(j, p - 2, p) % p
        i -= 1
        j += 1
    return res

def lucas(a, b):
    if a < p and b < p:
        return C(a, b)
    return C(a % p, b % p) * lucas(a // p, b // p) % p

for i in range(int(input())):
    a, b, p = map(int, input().split())
    print(lucas(a, b))
```