

{% note info %}

摘要

Title: 878. 线性同余方程

Tag: exgcd

Memory Limit: 64 MB

Time Limit: 1000 ms

{% endnote %}

Powered by:NEFU AB-IN

[Link](#)

[@TOC](#)

## 878. 线性同余方程

---

- 题意

给定  $n$  组数据  $a_i, b_i, m_i$ ，对于每组数求出一个  $x_i$ ，使其满足  $a_i \times x_i \equiv b_i \pmod{m_i}$ ，  
如果无解则输出 *impossible*。

- 思路

定理：对于方程式  $ax + by = d$ ,  $d | \gcd(a, b)$  是方程一定有整数解的充分必要条件

$$ax \equiv b \pmod{m}$$



等价于

$$\exists y \in \mathbb{Z}, \text{ st. } ax = m \cdot y + b$$

$$ax - my = b$$

$$y' = -y$$

$$ax + my' = d \quad (a, m) \mid b$$

$d = \gcd(a, m)$ , 则若  $b$  是  $d$  的倍数, 那么  
方程一定有解, 最后将  $x$  扩大  $b // d$  倍即可

## • 代码

```
'''
Author: NEFU AB-IN
Date: 2022-03-11 15:18:46
FilePath: \ACM\Acwing\878.py
LastEditTime: 2022-03-11 15:18:47
'''

def exgcd(a, b):
    global x, y
    if b == 0:
        x, y = 1, 0
        return a

    d = exgcd(b, a % b)
    x, y = y, x
    y -= (a // b) * x
    return d

for _ in range(int(input())):
    a, b, m = map(int, input().split())
    x, y = 0, 0
    d = exgcd(a, m)
```

```
if b % d == 0:  
    print(x * b // d % m)  
else:  
    print("impossible")
```