



## 07. Kinematika, inverz kinematika, Szimulált robotkar programozása csukló-, és munkatérben



Ismétlés

## 3D transzformációk

- 



**Pozíció:** 3 elemű offset vektor

- **Orientáció:** 3 x 3 rotációs matrix

- további orientáció reprezentációk: Euler-szögek, RPY, angle axis, quaternion

- **Helyzet** (pose):  $4 \times 4$  transzformációs mátrix

- **Koordináta rendszer** (frame): null pont, 3 tengely, 3 bázis vektor, jobbkéz-szabály

- **Homogén transzformációk:** rotáció és transláció együtt

- pl.  $\mathbf{R}$  rotáció és  $\mathbf{v}$  transláció esetén:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{v} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & r_{1,3} & v_x \\ r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,3} & v_y \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,3} & v_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- **Homogén koordináták:**

- **Vektor:** 0-val egészítjük ki,  $\mathbf{a}_H = \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \\ 0 \end{bmatrix}$
- **Pont:** 1-gyel egészítjük ki,  $\mathbf{p}_H = \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ 1 \end{bmatrix}$
- Transzformációk alkalmazása egyszerűbb:

$$\mathbf{q} = \mathbf{R}\mathbf{p} + \mathbf{v} \rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{v} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ 1 \end{bmatrix}$$

- **Szabadsági fok** (DoF): egymástól független mennyiségek száma.

## Robotikai alapok



- Robotok felépítése: **szegmensek** (segment, link) és **csuklók** (joints)
- **Munkatér** (task space, cartesian space):
  - Háromdimenziós tér, ahol a feladat, trajektóriák, akadályok, stb. definiálásra kerülnek.
  - **TCP** (Tool Center Point): az end effektorhoz rögzített koordináta rendszer (frame)
  - **Base/world frame**
- **Csuklótér** (joint space):
  - A robot csuklóihoz rendelt mennyiségek, melyeket a robot alacsony szintű irányító rendszere értelmezni képes.
  - csukló koordináták, sebességek, gyorsulások, nyomatékok...

## Elmélet

### Kinematika, inverz kinematika

## Kinematika

### Def. Kinematika

A TCP (vagy bármilyen más) helyzetének kiszámítása a csukló koordinátákból.

- Kinematikai modell
  - Denavit--Hartenberg (HD) konvenció
  - URDF (Unified Robotics Description Format, XML-alapú)

Ha a segmensekhez rendelt koordináta rendszerek rendre  $(base, 1, 2, 3, \dots, TCP)$ , a szomszédos  $i$  és  $i+1$  szegmensek közötti transzfomációk  $T_{i+1,i}(q_{i+1})$  (mely a közbezárt csukló szögének függvénye), a transzfomáció a base frame és a TCP között felírható ( $n$  csuklós robotra):

$$T_{TCP,base}(q_1, \dots, q_n) = T_{TCP,n-1}(q_n) \cdot T_{n-1,n-2}(q_{n-1}) \cdot \dots \cdot T_{2,1}(q_2) \cdot T_{1,base}(q_1)$$

## Inverz kinematika

### Def. Inverz kinematika

Csukló koordináták kiszámítása a (kívánt) TCP (vagy bármilyen más) pose eléréséhez.

## Differenciális inverz kinematika

### Def. Differenciális inverz kinematika

A csukló koordináták mely változtatása éri el a kívánt, **kis mértékű változást** a TCP helyzetében (rotáció és transláció).

- **Jacobi-mátrix** (Jacobian): egy vektorértékű függvény elsőrendű parciális deriváltjait tartalmazó mátrix.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial q_1} & \frac{\partial x_1}{\partial q_2} & \frac{\partial x_1}{\partial q_3} & \dots & \frac{\partial x_1}{\partial q_n} \\ \frac{\partial x_2}{\partial q_1} & \frac{\partial x_2}{\partial q_2} & \frac{\partial x_2}{\partial q_3} & \dots & \frac{\partial x_2}{\partial q_n} \end{bmatrix}$$

$$\left[ \frac{\partial x_3}{\partial q_1} \& \frac{\partial x_3}{\partial q_2} \& \frac{\partial x_3}{\partial q_3} \& \dots \& \frac{\partial x_3}{\partial q_n} \right] \vdots \frac{\partial x_m}{\partial q_1} \& \frac{\partial x_m}{\partial q_2} \& \frac{\partial x_m}{\partial q_3} \& \dots \& \frac{\partial x_m}{\partial q_n} \right]$$

- **Jacobi-mátrix jelentősége robotikában:** megadja az összefüggést a csuklósebességek és a TCP sebessége között.

$$\left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \boldsymbol{\omega}} \right] = \mathbf{J}$$

$$(\mathbf{J}) \cdot \dot{\mathbf{q}}$$

## Inverz kinematika Jacobi inverz felhasználásával

1. Számítsuk ki a kívánt és az aktuális pozíció különbségét:  $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_{desired} - \mathbf{r}_0$
2. Számítsuk ki a rotációk különbségét:  $\Delta \mathbf{R} = \mathbf{R}_{desired} \mathbf{R}_0^T$ , majd konvertáljuk át axis angle reprezentációba  $(\mathbf{t}, \phi)$
3. Számítsuk ki  $\Delta \mathbf{q} = \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q}_0) \cdot \left[ \mathbf{k}_1 \cdot \Delta \mathbf{r} \& \mathbf{k}_2 \cdot \boldsymbol{\omega} \right]$ , ahol az inverz lehet pszeudo-inverz, vagy transzponált
4.  $\mathbf{q}_{better} = \mathbf{q}_0 + \Delta \mathbf{q}$

## Gyakorlat

### 1: UR install

1. Telepítsük a dependency-ket és a UR driver-t.



```
sudo apt update
sudo apt upgrade
sudo apt-get install ros-humble-ur python3-pip
pip3 install kinpy
```

### Tip

A `kinpy` csomag forrását is töltsük le, hasznos lehet az API megértése szempontjából: <https://pypi.org/project/kinpy/>

2. Teszteljük a szimulátort, új terminál ablakban:

```
ros2 launch dsr_launcher2 single_robot_rviz_topic.launch.py model:=a0912 color:=blue
```

## 2: Robot mozgatása csuklótérben

1. Hozzunk létre új python forrásfájlt `doosan2_controller.py` névvel a `~/ros2_ws/src/ros2_course/ros2_course` mappában. Adjuk meg az új entry point-ot a `setup.py`-ban a megszokott módon. Iratkozzunk fel a robot csuklószogeit (konfigurációját) publikáló topicra. Hozzunk létre publisher-t a csuklószogeknek beállítására használható topic-hoz.

```
/joint_states  
/joint_cmd
```

2. Mozgassuk a robotot  $q = [0.24, -0.3, 1.55, 0.03, 1.8, 0.5]$  konfigurációba.

### 3. Kinematika

1. Importáljuk a `kinpy` csomagot és olvassuk be a robotot leíró urdf fájlt:

```
import kinpy as kp  
  
self.chain = kp.build_serial_chain_from_urdf(open(  
    "/home/<USERNAME>/doosan2_ws/src/doosan-robot2/dsr_description2/urdf/  
    a0912.blue.urdf").read(),  
    "link6")  
print(self.chain.get_joint_parameter_names())  
print(self.chain)
```

2. Számítsuk ki, majd irassuk ki a TCP pozícióját az adott konfigurációban a `kinpy` csomag segítségével.

```
tg = chain.forward_kinematics(th1)
```

### 4: Inverz kinematika Jacobi inverz módszerrel

Írjunk metódust, amely az előadásban bemutatott Jacobi inverz módszerrel valósítja meg az inverz kinematikai feladatot a roboton. Az orientációt hagyjuk figyelmen kívül. Mozgassuk a TCP-t a  $(0.55, 0.05, 0.45)$  pozícióba. Ábrázoljuk a TCP trajektóriáját Matplotlib segítségével.

1. Írjunk egy ciklust, melynek megállási feltétele a `delta_r` megfelelő nagysága és `rclpy.ok()`.



2. Számítsuk ki a kívánt és a pillanatnyi TCP pozíciók különbségét (`delta_r`). Skálázzuk `k_1` konstanssal.
3. `omega` legyen `[0.0, 0.0, 0.0]` (ignoráljuk az orientációt).
4. Konkatenáljuk `delta_r` és `omega`-t.
5. Számítsuk ki a Jacobi mátrixot az adott konfigurációban a `kp.jacobian.calc_jacobian(...)` függvény segítségével.
6. Számítsuk ki Jacobi mátrix pszeudo-inverzét `np.linalg.pinv(...)`.
7. A fenti képlet segítségével számítsuk ki `delta_q`-t.
8. Növeljük a csuklósögeket a kapott értékekkel.

### *Bónusz: Inverz kinematika orientációval*

Egészítsük ki az előző feladat megoldását úgy, hogy az orientációt is figyelembe vesszük az inverz kinematikai számítás során.

## Hasznos linkek

- [doosan-robot2 github](#)
- <https://pypi.org/project/kinpy/>
- [https://en.wikipedia.org/wiki/Axis%E2%80%93angle\\_representation](https://en.wikipedia.org/wiki/Axis%E2%80%93angle_representation)
- <https://www.rosroboticslearning.com/jacobian>