



# 06. Kinematika, inverz kinematika, Szimulált robotkar programozása csukló-, és munkatérben

## Warning

**ZH1** (ROS alapok, publisher, subscriber. Python alapok. Robotikai alapfogalmak.)  
**október 17.**

## Ismétlés

### 3D transzformációk

•



**Pozíció:** 3 elemű offset vektor

- **Orientáció:** 3 x 3 rotációs matrix
  - további orientáció reprezentációk: Euler-szögek, RPY, angle axis, quaternion
- **Helyzet** (pose): 4 x 4 transzformációs mátrix
- **Koordináta rendszer** (frame): null pont, 3 tengely, 3 bázis vektor, jobbkéz-szabály
- **Homogén transzformációk:** rotáció és transláció együtt
  - pl.  $\mathbf{R}$  rotáció és  $\mathbf{v}$  transláció esetén:

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{v} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & r_{1,3} & v_x \\ r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,3} & v_y \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,3} & v_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

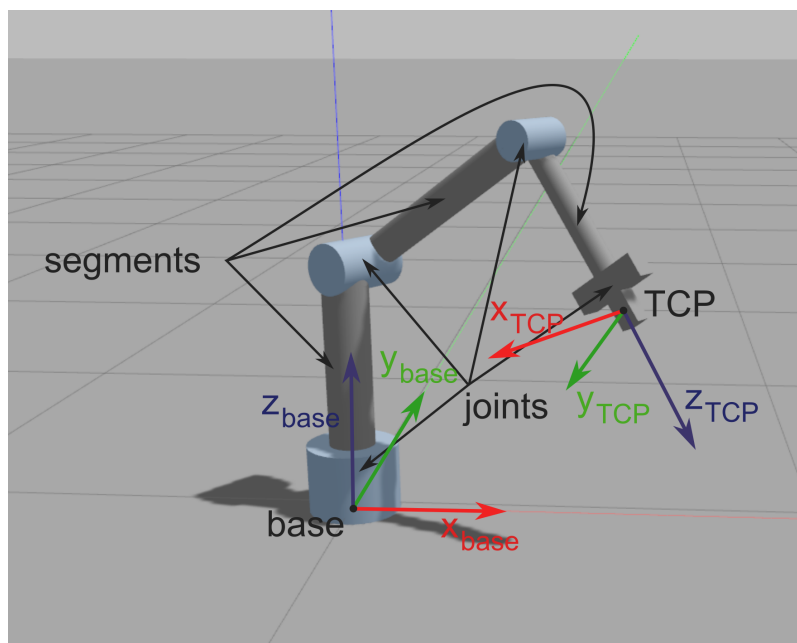
- **Homogén koordináták:**

- **Vektor:** 0-val egészítjük ki,  $\mathbf{a}_H = \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \\ 0 \end{bmatrix}$
- **Pont:** 1-gyel egészítjük ki,  $\mathbf{p}_H = \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ 1 \end{bmatrix}$
- Transzformációk alkalmazása egyszerűbb:

$$\mathbf{q} = \mathbf{R}\mathbf{p} + \mathbf{v} \rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{v} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ 1 \end{bmatrix}$$

- **Szabadsági fok (DoF):** egymástól független mennyiségek száma.

## Robotikai alapok



- Robotok felépítése: **szegmensek** (segment, link) és **csuklók** (joints)
- **Munkatér** (task space, cartesian space):
  - Háromdimenziós tér, ahol a feladat, trajektóriák, akadályok, stb. definiálásra kerülnek.

- **TCP** (Tool Center Point): az end effektorhoz rögzített koordináta rendszer (frame)
- **Base/world frame**
- **Csuklótér** (joint space):
  - A robot csuklóihoz rendelt mennyiségek, melyeket a robot alacsony szintű irányító rendszere értelmezni képes.
  - csukló koordináták, sebességek, gyorsulások, nyomatékok...

## Elmélet

### Kinematika, inverz kinematika

#### Kinematika

##### Def. Kinematika

A TCP (vagy bármi más) helyzetének kiszámítása a csukló koordinátákból.

- Kinematikai modell
  - Denavit--Hartenberg (DH) konvenció
  - URDF (Unified Robotics Description Format, XML-alapú)

Ha a segmensekhez rendelt koordináta rendszerek rendre  $(base, 1, 2, 3, \dots, TCP)$ , a szomszédos  $(i)$  and  $(i+1)$  szegmensek közötti transzfomrációk  $(T_{i+1,i}(q_{i+1}))$  (mely a közbezárt csukló szögének függvénye), a transzfomráció a base frame és a TCP között felírható  $(n)$  csuklós robotra):

$$T_{TCP,base}(q_1, \dots, q_n) = T_{TCP,n-1}(q_n) \cdot T_{n-1,n-2}(q_{n-1}) \cdot \dots \cdot T_{2,1}(q_2) \cdot T_{1,base}(q_1)$$

## Inverz kinematika

### Def. Inverz kinematika

Csukló koordináták kiszámítása a (kívánt) TCP (vagy bármi más) pose eléréséhez.

## Differenciális inverz kinematika

### Def. Differenciális inverz kinematika

A csukló koordináták mely változtatása éri el a kívánt, **kis mértékű változást** a TCP helyzetében (rotáció és transláció).

- **Jacobi-mátrix** (Jacobian): egy vektorértékű függvény elsőrendű parciális deriváltjait tartalmazó mátrix.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial q_1} & \frac{\partial x_1}{\partial q_2} & \frac{\partial x_1}{\partial q_3} & \dots & \frac{\partial x_1}{\partial q_n} \\ \frac{\partial x_2}{\partial q_1} & \frac{\partial x_2}{\partial q_2} & \frac{\partial x_2}{\partial q_3} & \dots & \frac{\partial x_2}{\partial q_n} \\ \frac{\partial x_3}{\partial q_1} & \frac{\partial x_3}{\partial q_2} & \frac{\partial x_3}{\partial q_3} & \dots & \frac{\partial x_3}{\partial q_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial x_m}{\partial q_1} & \frac{\partial x_m}{\partial q_2} & \frac{\partial x_m}{\partial q_3} & \dots & \frac{\partial x_m}{\partial q_n} \end{bmatrix}$$

- **Jacobi-mátrix jelentősége robotikában:** megadja az összefüggést a csuklósebességek és a TCP sebessége között.

$$\left[ \begin{matrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{\dot{q}} \end{matrix} \right] = \mathbf{J} \mathbf{\dot{q}}$$

,ahol  $\mathbf{v}$  a TCP lineáris sebessége,  $\mathbf{\dot{q}}$  a TCP szögsebessége,  $\mathbf{q}$  pedig a robot konfigurációja.

### Def. Konfiguráció

A robot pillanatnyi csuklószögeiből képzett vektor vagy tömb.

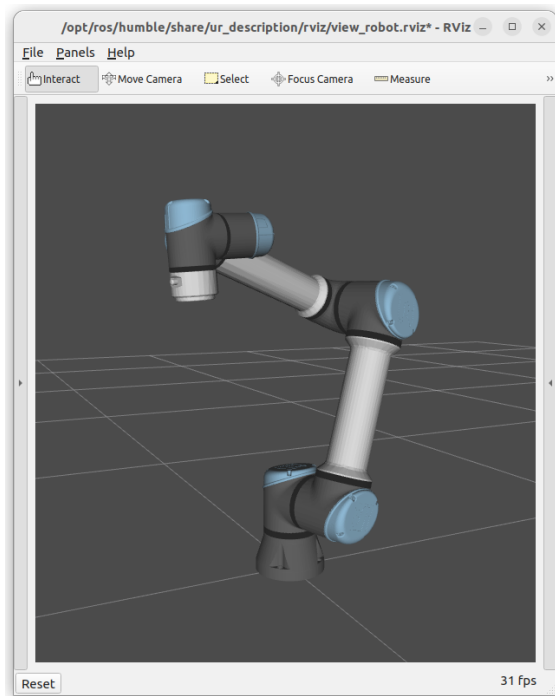
## Inverz kinematika Jacobi inverz felhasználásával

1. Számítsuk ki a kívánt és az aktuális pozíció különbségét:  $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_{desired} - \mathbf{r}_0$
2. Számítsuk ki a rotációk különbségét:  $\Delta \mathbf{R} = \mathbf{R}_{desired} \mathbf{R}_0^T$ , majd konvertáljuk át axis angle reprezentációba  $(\mathbf{t}, \phi)$
3. Számítsuk ki  $\Delta \mathbf{q} = \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q}_0) \cdot \left[ \begin{matrix} \mathbf{k}_1 \cdot \Delta \mathbf{r} \\ \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{\omega} \end{matrix} \right]$ , ahol az inverz lehet pszeudo-inverz, vagy transzponált
4.  $\mathbf{q}_{better} = \mathbf{q}_0 + \Delta \mathbf{q}$

## Gyakorlat

### 1: UR install

1. Telepítsük a dependency-ket és a UR driver-t.



```
sudo apt update
sudo apt upgrade
```

```
sudo apt-get install ros-humble-ur python3-pip
pip3 install kinpy
```

### Tip

A `kinpy` csomag forrását is töltsük le, hasznos lehet az API megértése szempontjából: <https://pypi.org/project/kinpy/>

## 2. Moodle-ről töltsük le a forrásfájlokatokat tartalmazó zip-et ( `ur_ros2_course.zip` ).

A `view_ur.launch.py` fájlt másoljuk a `ros2_course/launch` mappába, a `topic_latcher.py` fájlt pedig a `ros2_course/ros2_course` mappába. Adjuk hozzá az alábbi sorokat a `setup.py` fájlhoz (launch és entry point):

```
import os
from glob import glob

# ...

data_files=[
    ('share/ament_index/resource_index/packages',
     ['resource/' + package_name]),
    ('share/' + package_name, ['package.xml']),
    # Include all launch files.
    (os.path.join('share', package_name),
     glob('launch/*launch.[pxy][yma]*'))
],

# ...

entry_points={
    'console_scripts': [
        # ...
        'topic_latcher = ros2_course.topic_latcher:main',
    ],
}
```

## 3. Adjuk hozzá `ros2launch` dependency-t a `package.xml` fájlhoz:

```
<exec_depend>ros2launch</exec_depend>
```

## 4. Build-eljük a workspace-t.

```
cd ~/ros2_ws
colcon build --symlink-install
```

5. Indítsuk el a szimulátort, mozgassuk a csuklókat a Joint State Publisher GUI segítségével.

```
ros2 launch ros2_course view_ur.launch.py ur_type:=ur5e
```

#### Tip

Próbáljunk ki más robotokat is a `ur_type` argumentum beállításával (ur3, ur3e, ur5, ur5e, ur10, ur10e, ur16e, ur20)

## 2: Robot mozgatása csuklótérben

1. Hozzunk létre új python forrásfájlt `ur_controller.py` névvel a `~/ros2_ws/src/ros2_course/ros2_course` mappában. Adjuk meg az új entry point-ot a `setup.py`-ban a megszokott módon. Iratkozzunk fel a robot csuklószokeit (konfigurációját) publikáló topicra. Hozzunk létre publisher-t a csuklók szögeinek beállítására használható topic-hoz.

```
/joint_states  
/set_joint_states
```

2. Mozgassuk a robotot `q = [-1.28, 4.41, 1.54, -1.16, -1.56, 0.0]` konfigurációba.

## 3. Kinematika

1. A szimulátor egy topicban publikálja a robotot leíró urdf-t. Iratkozzunk fel erre a topic-ra.

```
/robot_description_latch
```

2. Importáljuk a `kinpy` csomagot és hozzuk létre a kinematikai láncot a robotot leíró urdf alapján az előbb implementált callback függvényben:



```
import kinpy as kp

# ...

self.chain = kp.build_serial_chain_from_urdf(self.desc, 'tool0')
print(self.chain.get_joint_parameter_names())
print(self.chain)
```

3. Számítsuk ki, majd irassuk ki a TCP pozícióját az adott konfigurációban a `kinpy` csomag segítségével.

```
p = chain.forward_kinematics(q)
```

## 4: Inverz kinematika Jacobi inverz módszerrel

Írjunk metódust, amely az előadásban bemutatott Jakobi inverz módszerrel valósítja meg az inverz kinematikai feladatot a roboton. Az orientációt hagyjuk figyelmen kívül. Mozgassuk a TCP-t a (0.50, -0.60, 0.20) pozícióba.

1. Írjunk egy ciklust, melynek megállási feltétele a `delta_r` megfelelő nagysága és `rclpy.ok()` .
2. Számítsuk ki a kívánt és a pillanatnyi TCP pozíciók különbségét ( `delta_r` ).  
Skálázzuk `k_1` konstanssal.
3. `omega` legyen `[0.0, 0.0, 0.0]` (ignoráljuk az orientációt).
4. Konkaténáljuk `delta_r` és `omega` -t.
5. Számítsuk ki a Jacobi mátrixot az adott konfigurációban a `kp.jacobian.calc_jacobian(...)` függvény segítségével.
6. Számítsuk ki Jacobi mátrix pszeudo-inverzét `np.linalg.pinv(...)` .

7. A fenti képlet segítségével számítsuk ki  $\Delta q$ -t.

8. Növeljük a csuklósögeket a kapott értékekkel.

Ábrázoljuk a TCP trajektóriáját Matplotlib segítségével.

```
import matplotlib.pyplot as plt

# ...

# Plot trajectory
ax = plt.figure().add_subplot(projection='3d')
ax.plot(x, y, z, label='TCP trajectory', ls='-', marker='.')
ax.legend()
ax.set_xlabel('x [m]')
ax.set_ylabel('y [m]')
ax.set_zlabel('z [m]')
plt.show()
```

## Bónusz: Inverz kinematika orientációval

Egészítsük ki az előző feladat megoldását úgy, hogy az orientációt is figyelembe vesszük az inverz kinematikai számítás során.

## Hasznos linkek

- [https://github.com/UniversalRobots/Universal\\_Robots\\_ROS2\\_Driver/tree/humble](https://github.com/UniversalRobots/Universal_Robots_ROS2_Driver/tree/humble)
- [https://docs.ros.org/en/ros2\\_packages/humble/api/ur\\_robot\\_driver/usage.html#usage-with-official-ur-simulator](https://docs.ros.org/en/ros2_packages/humble/api/ur_robot_driver/usage.html#usage-with-official-ur-simulator)
- [https://github.com/UniversalRobots/Universal\\_Robots\\_Client\\_Library](https://github.com/UniversalRobots/Universal_Robots_Client_Library)
- <https://pypi.org/project/kinpy/>
- [https://en.wikipedia.org/wiki/Axis%E2%80%93angle\\_representation](https://en.wikipedia.org/wiki/Axis%E2%80%93angle_representation)
- <https://www.rosroboticslearning.com/jacobian>