



单位代码: 10006

学 号: 11021165

分 类 号: TN928

北京航空航天大学
B E I H A N G U N I V E R S I T Y

毕业设计(论文)

(毫米波通信恒幅多波束赋形算法研究)

学 院 名 称	<u>电子信息工程学院</u>
专 业 名 称	<u>电子信息工程</u>
学 生 姓 名	<u>吕晖</u>
指 导 教 师	<u>肖振宇</u>

2015 年 6 月

北京航空航天大学

本科生毕业设计（论文）任务书

I、毕业设计（论文）题目：

毫米波通信恒幅多波束赋形算法研究

II、毕业设计（论文）使用的原始资料（数据）及设计技术要求：

原始资料：

文献 *Suboptimal Beam Search Algorithm and Codebook Design for Millimeter-Wave Communications* 及其仿真模型

设计技术要求：

提出改进算法并完成仿真实验

III、毕业设计（论文）工作内容：

1、查阅相关文献

2、温习基础知识

3、提出改进算法

4、理论推导分析

5、完成仿真实验

IV、主要参考资料：

[1] T. He, Z. Xiao. Suboptimal Beam Search Algorithm and Codebook Design for Millimeter-Wave Communications[J]. Mobile Networks and Applications, 2015, 20(1): 86-97.

[2] S. Orfanidis. Electromagnetic Waves and Antennas[M]. Rutgers University, 2014: 927-930.

[3] David TSe, Pramod Viswanath. Fundamentals of Wireless Communication[M]. Cambridge University Press, 2004: 342-359.

电子信息工程学院电子信息工程 专业类 110227 班

学生 吕晖

毕业设计（论文）时间： 年 月 日至 年 月 日

答辩时间： 年 月 日

成 绩：

指导教师：

兼职教师或答疑教师（并指出所负责部分）：

系（教研室） 主任（签字）：

注：任务书应该附在已完成的毕业设计（论文）的首页。

本人声明

我声明，本论文及其研究工作是由本人在导师指导下独立完成的，在完成论文时所利用的一切资料均已在参考文献中列出。

作者：吕晖

签字：

时间：2015 年 6 月



毫米波通信恒幅多波束赋形算法研究

学 生：吕 晖

指导教师：肖振宇

摘要

为了减小毫米波通信的传输衰减,可采用基于天线阵列的波束赋形技术,求得最佳天线权重向量以获得更高接收信噪比。其中,恒幅的搜选波束赋形技术因其实用性而得到普遍应用。本文的研究目的就是设计出有效的波束赋形算法,以最大程度降低运算复杂度,减少搜索查找时间。本文提出了两种搜索方案——三叉树搜索方案(TS 算法)和含门限控制的二叉树搜索方案(BST 算法)。本文分别对这两种方案的码本构建过程与搜索算法设计做出了理论分析,并完成了 MATLAB 仿真实验证明其可行性和搜索的准确性。之后,通过论证这两种算法在各自前提下的运算复杂度最优性和稳定性,并与其他搜索方案进行搜索性能对比,得出结论:TS 算法与 BST 算法实现了降低搜索时间的主要目的,但各自存在不同优缺点。BST 算法运算复杂度更小,而 TS 算法稳定性更好。

关键词: 毫米波通信, 波束赋形, 三叉树搜索, 二叉树搜索, 码本设计



Multiple Beamforming Algorithm with Constant Amplitude for Millimeter-Wave Communications

Author: LYU Hui

Tutor: XIAO Zhenyu

Abstract

To reduce the transmission attenuation of millimeter-wave communications, beamforming techniques based on antenna arrays can be adopted to pursue the optimal antenna weight vector, aiming at achieving higher received SNR. One common beamforming technique is the switching beamforming with constant amplitude because of its practicability. The purpose of this study is to design effective beamforming algorithms to reduce the computation complexity as much as possible so that the search time can decrease dramatically. This paper proposes two search schemes. They are TS (Ternary Search) Scheme and BST (Binary Search with Threshold setting) Scheme. Theoretical analysis on the design for codebook structures and search algorithms of the two schemes has been made respectively in this paper. This study also completes the MATLAB simulation experiments to prove the feasibility and the veracity of the two schemes. Besides, this paper demonstrates the optimality of the computation complexity and the stability of the two schemes under different premises, and compares their search performances to those of other schemes. Finally, this study draws a conclusion that both TS Scheme and BST Scheme can decrease the search time to some extent. The two schemes, however, have different advantages and disadvantages in different aspects. The computation complexity of BST Scheme is smaller, while TS Scheme overweighs the other in the stability.

Key words: Millimeter-wave communications, Beamforming, Ternary search, Binary search, Codebook design



目 录

1 绪论	1
1.1 课题背景及目的	1
1.2 国内外研究现状	4
1.3 课题研究方法	5
1.4 研究内容及论文构成	6
2 三叉树搜索方案	7
2.1 码本设计	7
2.1.1 设计要求	7
2.1.2 具体实现方法	7
2.1.3 实现关键设计的理论依据	11
2.2 搜索算法设计	16
2.3 搜索准确性的仿真验证	17
3 含门限控制的二叉树搜索方案	20
3.1 码本设计	20
3.1.1 设计要求	20
3.1.2 具体实现方法	21
3.1.3 实现关键设计的理论依据	24
3.2 搜索算法设计	25
3.3 搜索准确性的仿真验证	28
4 几种方案的搜索性能对比分析	32
4.1 运算复杂度对比分析	32
4.1.1 多叉树查找法的运算复杂度最优性分析	32
4.1.2 门限阈值查找法的运算复杂度最优性分析	34
4.1.3 多种方案的运算复杂度对比分析	36
4.2 稳定性对比分析	39
结论	40



致谢	41
参考文献	42
附录 A TS 算法的核心程序	44
附录 B BST 算法的核心程序	45
附录 C 码本波束覆盖关系的实现	47

1 绪论

1.1 课题背景及目的

近年来,在移动无线通信领域,随着高质量数据传输的用户体验不断提升,人们对无线通信传输速率与信号带宽的需求也与日俱增。相应地,频谱的紧缺问题也越来越突出。而毫米波通信(MMWC, millimeter-wave communications)凭借其极宽的带宽频谱资源和较高的传输速率受到广泛关注^[1, 2]。其中,60GHz 的毫米波通信在无线局域网络中拥有相当大的实用价值^[3-6]。

然而,60GHz 的毫米波通信在实际应用中仍面临某些挑战。其主要原因是高频信号在传输过程中的信号衰减也非常严重。为了克服这一问题,可以在发射端和接收端同时采用天线阵列以增大天线增益^[2]。此外,实际工程中,对于均匀直线阵(ULAs, uniformly linear arrays),其天线间距通常是半波长。所以在毫米波通信中,可以在极小的体积内集成远多于低频信号的天线阵元数,从而提高通信质量^[7-10]。

基于天线阵列的波束赋形技术可以大幅度减小 60GHz 毫米波信号的传输衰减。波束赋形技术就是设置或选取特定的幅度相位加权于天线阵列的指向向量,从而使整体信号的接收信噪比最大。其中仅调整相位加权而保持幅度恒定的恒幅波束赋形技术在实际应用中更易实现。波束赋形技术可以大体分为两类。一类是自适应波束赋形^[1, 11-13],一类是搜选波束赋形^[14-16]。自适应波束赋形技术运用自适应算法来自由调节各阵元信号的加权值,这样就可以任意改变天线的方向图,使得天线主瓣对准用户,而将零点对准干扰信号方向,利用反馈机制随时跟踪有用信号,使用户获得最大功率增益。因此,该方法的天线权重向量(AWV, antenna weight vector)设置非常精确,但其运算复杂度很高且对硬件设备要求颇高。与之不同的是,搜选波束赋形预先定义好由权重向量构成的码本集合,然后通过计算比较,从中选取最佳的天线权重向量。二者相比,搜选波束赋形方法更具实用性,也是本文所应用的方法。

本文研究的是均匀直线阵(ULAs)的 60GHz 毫米波无线通信系统(MMWC)。两个收发器 DEV1 和 DEV2 的天线个数分别为 N_t 和 N_r 。

波束赋形系统模型如图 1.1 所示^[1, 12, 13]。

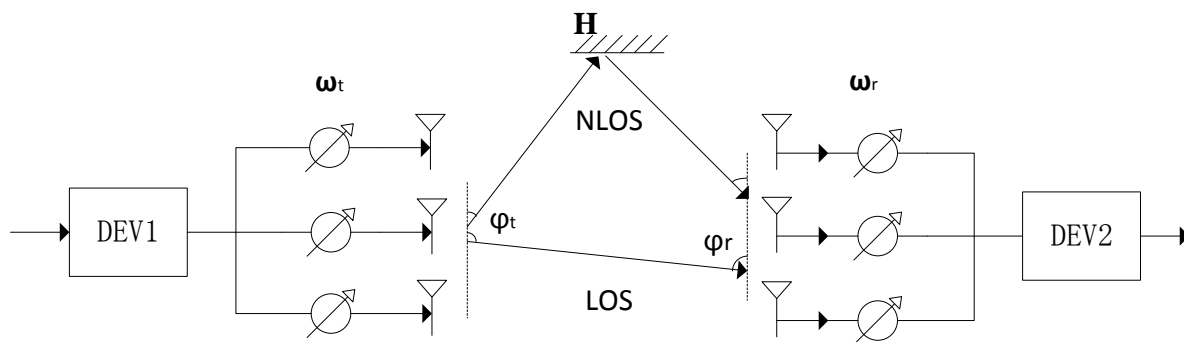


图 1.1 60GHz 毫米波无线通信系统波束赋形模型

\mathbf{w}_t 和 \mathbf{w}_r 分别表示归一化的权重向量 (AWV), 即 $\|\mathbf{w}_t\| = \|\mathbf{w}_r\| = 1$, 其中 $\|\cdot\|$ 为二范数运算符。该模型为半双工系统, 即每个设备发射与接收都经过相同的路径。

该模型属于 MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) 系统, 即在发射端和接收端分别使用多个发射和接收天线从而提高系统信道容量的系统。在 MIMO 系统中可能同时包含 LOS (line-of-sight) 路径和 NLOS (non-line-of-sight) 路径。LOS 路径是指直接的视距路径, 即从发射端到接收端的直线路径。而 NLOS 路径是指空间中存在遮挡情况下绕过障碍经过反射的折线路径^[17, 18]。如图 1.2 所示。

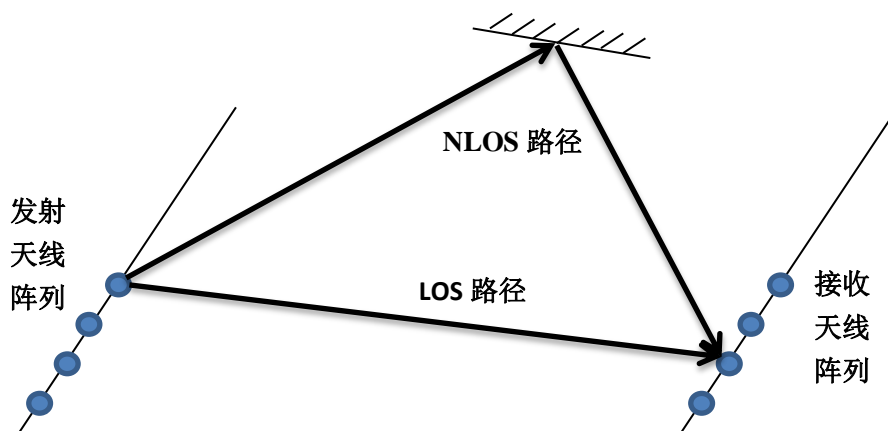


图 1.2 MIMO 信道的 LOS 路径与 NLOS 路径

对于毫米波波段的无线通信系统, 除 LOS (line-of-sight) 路径外, 只需考虑具有反射衰减的 NLOS (non-line-of-sight) 路径, 而忽略散射与衍射带来的影响。且 NLOS 路径对应的传输功率远低于 LOS 路径对应的传输功率^[17, 18]。

下面研究仅有一条 LOS 径时的信道模型, 考虑到 NLOS 径的情况将在第 2 章和第 3 章的搜索准确性的仿真验证一节进行论述。

信道矩阵 \mathbf{H} 可表示为^[1, 12, 13]:

$$\mathbf{H} = \sqrt{N_t N_r} \mathbf{g}(N_r, \Omega_r) \lambda \mathbf{h}(N_t, \Omega_t)^H \quad (1.1)$$

其中 $(\cdot)^H$ 为共轭转置运算符, λ 为 LOS 径归一化的信道增益系数。方向余弦 $\Omega_t = \cos(\phi_t)$, $\Omega_r = \cos(\phi_r)$, ϕ_t 和 ϕ_r 分别代表 DEV1 和 DEV2 的 LOS 径的指向向量角度。方向余弦 Ω_t 和 Ω_r 的取值范围均为 $[-1, 1]$ 。令 $\mathbf{h}(N_t, \Omega_t)$ 和 $\mathbf{g}(N_r, \Omega_r)$ 分别表示 DEV1 和 DEV2 的指向向量。具体表达式如下^[1, 12, 13]:

$$\mathbf{h}(N_t, \Omega_t) = \frac{1}{\sqrt{N_t}} \left[e^{j\pi 0 \Omega_t}, e^{j\pi 1 \Omega_t}, e^{j\pi 2 \Omega_t}, \dots, e^{j\pi (N_t-1) \Omega_t} \right]^T \quad (1.2)$$

$$\mathbf{g}(N_r, \Omega_r) = \frac{1}{\sqrt{N_r}} \left[e^{j\pi 0 \Omega_r}, e^{j\pi 1 \Omega_r}, e^{j\pi 2 \Omega_r}, \dots, e^{j\pi (N_r-1) \Omega_r} \right]^T \quad (1.3)$$

当 DEV1 发送归一化信号 x 给 DEV2 时, DEV2 的接收信号可以表示为:

$$y = \sqrt{N_t N_r} \mathbf{w}_r^H \mathbf{H} \mathbf{w}_t x + \mathbf{w}_r^H \mathbf{n} \quad (1.4)$$

其中 \mathbf{n} 为归一化的高斯白噪声。

基于上述系统与信道模型, 接收信噪比 (SNR, signal-noise-ratio) 可表示为:

$$\gamma = \left\| \frac{\sqrt{N_t N_r} \mathbf{w}_r^H \mathbf{H} \mathbf{w}_t}{\mathbf{w}_r^H \mathbf{w}_r} \right\|^2 = \left\| \sqrt{N_t N_r} \mathbf{w}_r^H \mathbf{H} \mathbf{w}_t \right\|^2 \quad (1.5)$$

本文的搜索方案研究即为设计恰当的权重向量集, 通过快速查找算法找到最佳权重向量 \mathbf{w}_t^* 和 \mathbf{w}_r^* 使接收信噪比 γ 最大。

对于搜选波束赋形技术, 主要的关注点是如何减少在权重向量集中搜索最优 AWV 的时间。搜索时间主要取决于接收信噪比 (SNR) 的运算次数和比较次数。SNR 数值的计算涉及矩阵向量运算, 复杂度较高, 相应运算时间也比较长; 而 SNR 大小的比较仅为简单数值比较, 运算复杂度小, 耗时也比较短。所以, SNR 的运算次数对搜索时间的长短起决定性作用。因此, 本文的研究目的就是通过设计有效波束赋形算法, 最大程度降低 SNR 的运算次数, 来减少搜索查找时间。



1.2 国内外研究现状

在 60GHz 的无线局域网(WLAN, wireless local area network)研究中, IEEE 802.15.3c 标准于 2009 年 9 月被提出, 旨在发展数据传输速率大于 1Gb/s 的无线通信技术^[19]。IEEE 802.15.3c 标准针对无线通信领域的不同研究方向提出了三种物理层模式。其中有一种就是基于码本设计的波束赋形算法和相应的波束模型。它的提出让学者们有了研究波束赋形技术的新思路。

除 IEEE 802.15.3c 标准外, IEEE 802.11ad 标准也使用的是 60GHz 频谱。该标准的关注重点是实现室内无线高清音频和视频信号的传输。另外, IEEE 802.11ad 标准与 MIMO 技术的组合应用可实现多路径的同时传输, 从而大幅提升数据传输速率。该标准中也提到了波束赋形算法, 其目的是最优化接收端的功率, 并克服信号传输过程中由于信道条件改变引起的干扰^[20]。

在对于毫米波通信的早期研究过程中, 科学家们主要关注于对于毫米波物理特性的研究以及通信协议的架构设计, 而对于标准中提到的波束赋形算法本身的性能并没有进行研究和改进。直到近几年, 针对于算法性能提升的研究才逐渐增多。

在搜选波束赋形技术中, 已经有多种搜索算法被提出。其中, 最直接的算法是穷举搜索算法(Exhaustive Search), 即从权重向量集中分别在发射端和接收端遍历查找得到最佳 AWV。该算法的搜索次数为天线数目的平方量级, 如此高的运算时间复杂度量级便是该算法的主要缺点。

为了降低搜索查找时间, 有学者提出一种两阶段的搜索算法, 即上文提及的 IEEE 802.15.3c^[19]。该算法将搜索过程分为两阶段。第一阶段为扇区级搜索(Sector Level), 第二阶段为波束级搜索(Beam Level)。Sector Level 将发射端和接收端的天线阵列各自分为几个扇区, 每个扇区包含一定数目的波束, 通过遍历查找选出功率最优时的发射端扇区与接收端扇区。Beam Level 从选出的最优扇区对中, 依据设定的精细因子进行波束遍历查找, 最终选得最优波束。这种两阶段的搜索算法从一定程度上减少了运算次数, 但还有提升空间。

近几年, Bin Li 在多篇文章^[21, 22]中也提到了在 IEEE 802.15.3c 波束模型下的改进搜索算法。其中用到了退火处理法、共轭梯度法、数值优化法和局部最优值法等复杂的数学方法。然而, 这些算法偏重于理论化研究, 算法本身实行起来较困难, 不利于工程实



现。

事实上, IEEE 802.15.3c 标准中的波束赋形算法蕴含了分阶段或者说分层搜索的思想。但该算法只是将码本分成了两层。在此基础上, 可以将码本进一步分成更多具有相互内在关系的层次结构, 构成多层码本。而多层码本可以构成多叉树形式的结构。然而, 传统意义上的多叉树结构是应用于有序集合的。但天线权重向量从其对应接收信噪比角度考虑并不是有序集, 即权重向量之间不可比较和排序, 所以从传统意义上来说并不能应用多叉树结构对应的搜索算法。

但是, 利用天线权重向量本身数学表达式(类似于信道指向向量的表达式)的某些特点, 可以人为创造向量之间特定属性的包含关系, 从而实现层级之间的对应, 构建出多叉树结构的码本。相应地, [23]设想出了一种最简单的二叉树码本结构, 并且假设上一层的权重向量对应的半功率波束正好覆盖下一层对应的两个子波束。其搜索算法是从最高一层的父结点开始查找, 依次向下查找对应的子结点, 直至查找到最后一层得到最佳权重向量。该搜索算法被命名为 BSL (Binary Search Like) 算法。BSL 算法的运算次数相比于穷举搜索算法和 IEEE 802.15.3c 标准中的波束赋形算法都有较大程度的降低。[23]对该二叉树搜索方案进行了理论分析和仿真试验, 结果表明 BSL 算法不仅可以准确找到码本中的最佳 AWV, 而且将运算时间复杂度降到对数量级。但是, 该论文并未给出层级间 AWV 的波束覆盖性证明, 所以并不完备。

1.3 课题研究方法

针对[23]提出的简单二叉树搜索方案的不足之处, 本文不仅给出了码本实现方法的详细理论依据, 而且提出了两种改进方案以更好地降低运算时间复杂度, 从而进一步减少搜索查找时间。

本文的主要研究方法是数学研究法和仿真实验法。

数学研究法应用于码本实现方法的理论依据推导, 以及两种改进方案的运算复杂度最优性分析。该方法是实现本课题研究目的的核心方法。

仿真实验法用于所提出的两种改进方案的搜索性能评估。仿真软件使用的是 MATLAB R2012b。



1.4 研究内容及论文构成

为了进一步减小搜选波束赋形方法的运算时间复杂度,本文提出了两种搜索方案——三叉树搜索方案(TS 算法, Ternary Search)和含门限控制的二叉树搜索方案(BST 算法, Binary Search with Threshold setting)。本文分别论述了这两个方案的码本设计要求和实现方法、实现关键设计的理论依据、相应搜索算法,以及搜索准确性的仿真验证几个方面。最后,本文对几种典型方案的搜索性能进行对比分析,并指出各自的优缺点。

本论文的章节安排如下:

第一章为绪论,主要介绍了课题背景和研究目的,概括了国内外研究现状,并在此基础上提出了本文的主要研究内容和研究方法。

第二章主要介绍了三叉树搜索方案的理论设计过程和搜索准确性的仿真验证。

第三章主要介绍了含门限控制的二叉树搜索方案的理论设计过程和搜索准确性的仿真验证。

第四章将本文提出的两种方案和另外两种典型方案的搜索性能做了对比,并且在数学上解决了多叉树查找法和门限阈值查找法的运算复杂度最优性求解问题。

最后给出结论。

2 三叉树搜索方案

如上文所述, [23]设想出了一种最简单的二叉树码本结构和相应的搜索算法。然而, 在多叉树的每层搜索都要遍历所有权重向量的前提下, 三叉树结构对应的搜索算法才是最优的。由此, 本文提出了三叉树搜索方案, 并将其命名为 TS (Ternary Search) 算法。多叉树查找法的运算复杂度最优性分析将在第 4 章的 4.1.1 条做详细论述。

2.1 码本设计

恰当的码本设计是运用对应搜索算法的前提。为了使用 TS 搜索算法进行波束赋形, 需要将权重向量 (AWV) 按照一定规则排列, 即设计出一种多叉树形式的层级式码本, 且相邻层级之间满足特定的波束覆盖关系。

2.1.1 设计要求

发射端与接收端的码本设计是一致的。对于均匀直线阵 (ULAs), 不妨设发射与接收的天线个数均为 N 。

分层式码本的设计需要满足以下两个要求:

- 每一层的所有权重向量的波束覆盖整个二维空间
- 第 k 层的任意权重向量的半功率波束宽度 (HPBW, half power beam width) 覆盖第 $k+1$ 层对应的 3 个相邻的权重向量的半功率波束宽度, 即:

$$\begin{aligned} \text{HPBW}\{\mathbf{w}(k, i)\} = \\ \text{HPBW}\{\mathbf{w}(k+1, 3i)\} \cup \text{HPBW}\{\mathbf{w}(k+1, 3i-1)\} \cup \text{HPBW}\{\mathbf{w}(k+1, 3i-2)\} \end{aligned} \quad (2.1)$$

其中, $\mathbf{w}(k, i)$ 表示第 k 层的第 i 个权重向量, $\text{HPBW}\{\mathbf{w}(k, i)\}$ 表示 $\mathbf{w}(k, i)$ 的半功率波束宽度。

2.1.2 具体实现方法

根据上述要求, 设计码本如表 2.1 所示。

表 2.1 TS 算法的码本设计

层数	每层的 AWVs
1	$\{\mathbf{w}(1,1)\}$
2	$\{\mathbf{w}(2,1), \mathbf{w}(2,2), \mathbf{w}(2,3)\}$
3	$\{\mathbf{w}(3,1), \mathbf{w}(3,2), \mathbf{w}(3,3), \mathbf{w}(3,4), \mathbf{w}(3,5), \mathbf{w}(3,6), \mathbf{w}(3,7), \mathbf{w}(3,8), \mathbf{w}(3,9)\}$
\vdots	\dots
k	$\{\mathbf{w}(k,1), \mathbf{w}(k,2), \mathbf{w}(k,3), \dots, \mathbf{w}(k,3^{k-1})\}$
\vdots	\dots
$\log_3 N + 1$	$\{\mathbf{w}(\log_3 N + 1, 1), \mathbf{w}(\log_3 N + 1, 2), \mathbf{w}(\log_3 N + 1, 3), \dots, \mathbf{w}(\log_3 N + 1, N)\}$

码本的设计思路如下：

从下往上设计，首先保证最后一层有 N 个权重向量，使权重向量个数按照等比数列方式（公比为 $\frac{1}{3}$ ）层级式递减，则倒数第二层有 $\frac{N}{3}$ 个，……，直至第 1 层有且仅有一个权重向量。因此，共有 $\log_3 N + 1$ 层，且第 k 层有 3^{k-1} 个权重向量。这样就构成了三叉树形式的码本。

最后一层权重向量的设置可以利用信道向量来获得。因为方向余弦 Ω_t 或 Ω_r 的取值范围为 $[-1, 1]$ ，所以令权重向量的 Ω 以 $\frac{2}{N}$ 为间隔在 $(-1, 1)$ 间抽样选取，这样可以保证最后一层有 N 个权重向量，且波束覆盖整个二维空间，满足码本设计的第一个要求。当 DEV1 为发射端，DEV2 为接收端时，可从 DEV2 的码本中搜选最佳权重向量 \mathbf{w}_r^* 。此时，最后一层的权重向量可设置为：

$$\mathbf{w}(\log_3 N + 1, i) = \mathbf{g}(N, -1 + \frac{2i-1}{N}), i = 1, 2, \dots, N \quad (2.2)$$

其中 $\mathbf{g}(\cdot)$ 代表 DEV2 的指向向量，具体表达式见式 (1.3)。抽样起始点设为 $-1 + \frac{2i-1}{N}$ 的原因将在本节最后阐明。

从向量空间角度来看，最后一层的 N 个权重向量构成一组正交基，且完全覆盖二维

空间。图 2.1 所示为天线个数 $N = 3$ 时的波束覆盖情况。

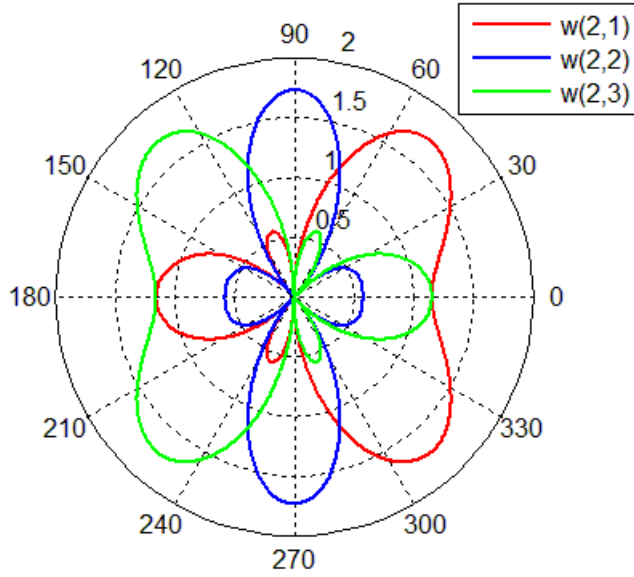


图 2.1 $N = 3$ 时码本最后一层权重向量的波束方向图

码本倒数第二层要求有 $\frac{N}{3}$ 个权重向量，这可以通过改变激活的天线数目来实现。

当只开启 $\frac{N}{3}$ 个天线时，波束宽度会变为 3 倍，且扩大后的权重向量波束会覆盖其所对应下一层 3 个叶结点的波束，即满足式 (2.1) 的码本设计要求。实现该要求的理论依据证明将在本节最后论述。

倒数第二层权重向量设置为：

$$\mathbf{w}(\log_3 N, i) = [\mathbf{g}^T(\frac{N}{3}, -1 + \frac{3(2i-1)}{N}), 0_{\frac{N}{3} \times 1}^T]^T, i = 1, 2, \dots, \frac{N}{3} \quad (2.3)$$

其中 $[\cdot]^T$ 为转置运算符。

第 k 层权重向量设置为：

$$\mathbf{w}(k, i) = [\mathbf{g}^T(3^{k-1}, -1 + \frac{2i-1}{3^{k-1}}), 0_{(N-3^{k-1}) \times 1}^T]^T, i = 1, 2, \dots, 3^{k-1} \quad (2.4)$$

以此类推，码本的第一层有且仅有一个全向的权重向量 $\mathbf{w}(1, 1)$ 。

同理，当 DEV2 为发射端，DEV1 为接收端时，可从 DEV1 的码本中搜选最佳权重向量 \mathbf{w}_t^* 。此时，最后一层的权重向量设置为：

$$\mathbf{w}(\log_3 N + 1, i) = \mathbf{h}(N, -1 + \frac{2i-1}{N}), i = 1, 2, \dots, N \quad (2.5)$$

其中 $\mathbf{h}(\cdot)$ 代表 DEV1 的指向向量，具体表达式见式 (1.2)。

倒数第二层权重向量设置为：

$$\mathbf{w}(\log_3 N, i) = [\mathbf{h}^T(\frac{N}{3}, -1 + \frac{3(2i-1)}{N}), 0_{\frac{N}{3} \times 1}^T]^T, i = 1, 2, \dots, \frac{N}{3} \quad (2.6)$$

其中 $[\cdot]^T$ 为转置运算符。

第 k 层权重向量设置为：

$$\mathbf{w}(k, i) = [\mathbf{h}^T(3^{k-1}, -1 + \frac{2i-1}{3^{k-1}}), 0_{(N-3^{k-1}) \times 1}^T]^T, i = 1, 2, \dots, 3^{k-1} \quad (2.7)$$

图 2.2 表示 $N = 9$ 时第 2 层的权重向量 $\mathbf{w}(2,2)$ 的波束正好覆盖第 3 层的权重向量 $\mathbf{w}(3,4)$ 、 $\mathbf{w}(3,5)$ 和 $\mathbf{w}(3,6)$ 的波束。

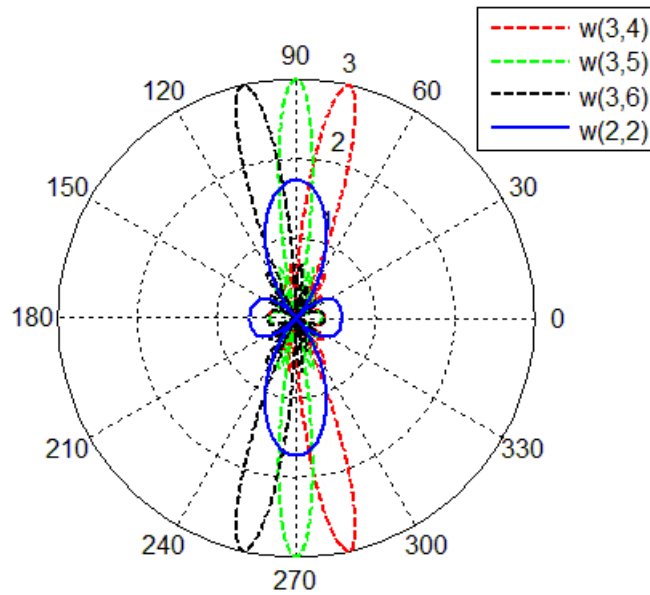


图 2.2 $N = 9$ 时权重向量 $\mathbf{w}(2,2)$ 、 $\mathbf{w}(3,4)$ 、 $\mathbf{w}(3,5)$ 和 $\mathbf{w}(3,6)$ 的波束方向图

因此，鉴于码本内部权重向量的上下层对应关系，该码本可以表示为三叉树的结构，如图 2.3 所示。

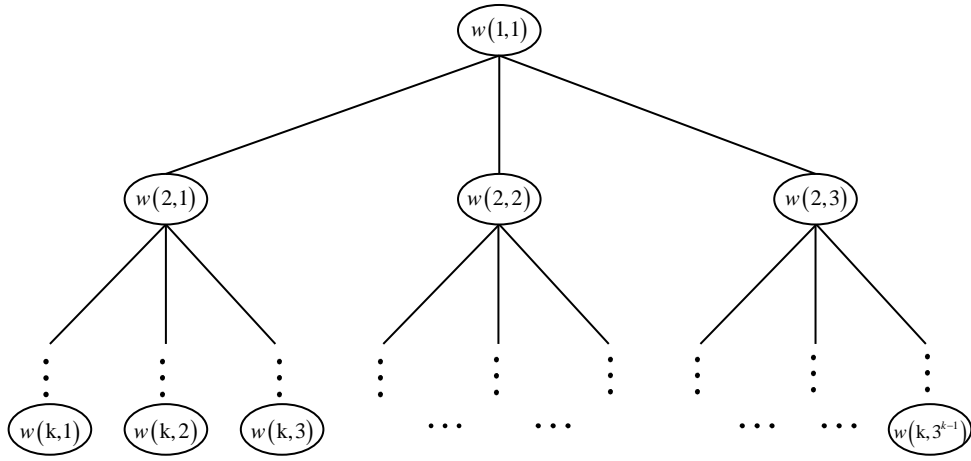


图 2.3 三叉树结构的码本

2.1.3 实现关键设计的理论依据

下面给出实现码本中上下层半功率波束覆盖关系，即式 (2.1) 的理论依据。

对于均匀直线阵，其功率增益可表示为^[24]：

$$G_{\text{array}} = G_0 \times |A_i(\theta)|^2 \quad (2.8)$$

其中 G_0 为单个天线的功率增益， $A_i(\theta)$ 为码本中某一层的第 i 个权重向量对应的阵列因子^[24]。

$$A_i(\theta) = \sum_{m=0}^{N-1} \mathbf{w}_i e^{j2\pi m \frac{d}{\lambda} \cos \theta}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.9)$$

其中 \mathbf{w}_i 表示该层第 i 个权重向量， d 表示等距天线阵的天线间隔， λ 为传输信号波长， θ 表示极坐标下的角度且 $\theta \in [0, \pi]$ ， N 为天线个数。

本系统模型中，取 $d = \frac{\lambda}{2}$ ，因此上式可简化为：

$$A_i(\theta) = \sum_{m=0}^{N-1} \mathbf{w}_i e^{j\pi m \cos \theta}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2.10)$$

上文已论述，因为方向余弦 Ω_t 或 Ω_r 的取值范围为 $[-1, 1]$ ，所以令权重向量的 Ω 以 $\frac{2}{N}$ 为间隔在 $(-1, 1)$ 间抽样选取。这样可以保证码本最后一层有 N 个权重向量，且它们的波束覆盖整个二维空间而互相不重叠。抽样间隔 $\frac{2}{N}$ 为固定值，但起始点并不确定，可

以等于或稍大于 -1 。

首先想到 Ω 从 -1 开始取值, 则有 $\Omega_1 = -1, \Omega_2 = -1 + \frac{2}{N}, \dots, \Omega_i = -1 + \frac{2i-2}{N}, \dots, \Omega_N = 1 - \frac{2}{N}$ 。以 DEV1 作为发射端, DEV2 作为接收端时搜索最佳 AWV 为例。此时最后一层设置的权重向量表达式应满足:

$$\mathbf{w}(\log_3 N + 1, i) = \mathbf{g}(N, -1 + \frac{2(i-1)}{N}), i = 1, 2, \dots, N \quad (2.11)$$

则倒数第二层的权重向量设置为:

$$\mathbf{w}(\log_3 N, i) = [\mathbf{g}^T(\frac{N}{3}, -1 + \frac{6(i-1)}{N}), 0_{\frac{N}{3} \times 1}^T]^T, i = 1, 2, \dots, \frac{N}{3} \quad (2.12)$$

为了探究如此设置是否满足码本上下层的特定波束覆盖关系, 不妨先取特定数值验证一下。令 $N = 9$, 画出码本第 3 层和第 2 层的权重向量波束覆盖关系图。结果发现, 第 2 层的第 2 个 AWV 的主瓣半功率波束宽度并不覆盖第 3 层的第 4、5、6 个 AWV 的主瓣半功率波束宽度, 即不满足码本设计要求的第 2 条。如图 2.4 所示。

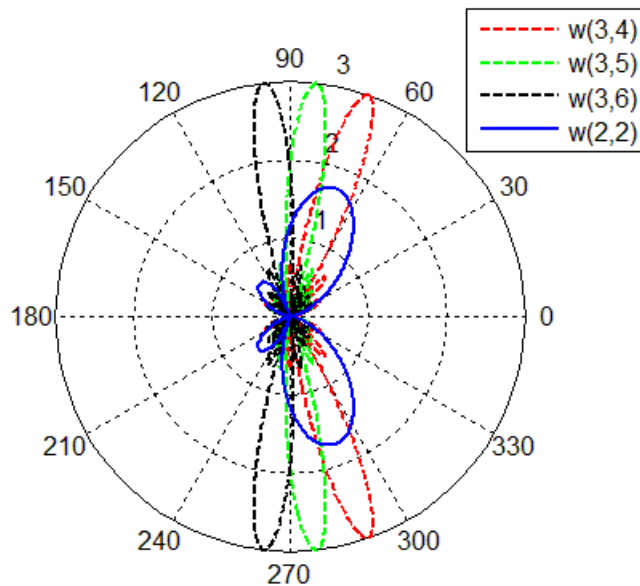


图 2.4 $N = 9$ 时 Ω 起始值为 -1 条件下的码本第 2 层和第 3 层的波束方向图

从上图中看出, 码本第 3 层的 3 个叶结点 AWV 主瓣波束的指向整体偏离第 2 层对应根结点 AWV 的主瓣波束。因此考虑将所设计 AWV 的波束主瓣旋转一定角度或许能够满足波束覆盖关系, 即改变 Ω 的起始值。从图中直观来看, 旋转 $\frac{1}{N}$ 个单位 (抽样

间隔为 $\frac{2}{N}$) 或许能达到比较好的效果。经过数学推导发现, 这种改变的确使得效果变好, 基本满足了三叉树要求的上下层权重向量波束覆盖关系。此时, Ω 的起始点设置为 $-1 + \frac{1}{N}$ 。即 $\Omega_1 = -1 + \frac{1}{N}$, $\Omega_2 = -1 + \frac{3}{N}$, $\dots, \Omega_i = -1 + \frac{2i-1}{N}$, $\dots, \Omega_N = 1 - \frac{1}{N}$ 。相应地, 码本每层的权重向量设置满足 2.1.2 条中的式 (2.2) 至式 (2.7)。下面从数学上证明 Ω 的起始点设置为 $-1 + \frac{1}{N}$ 时效果最好, 满足码本设计的第 2 条要求的原因。

若以计算 $A_i(\theta)$ 为目标则可忽略权重向量的补 0 项。不妨令 \mathbf{w}_i 表示为:

$$\mathbf{w}_i = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} e^{-j\pi\left(1-\frac{2i-1}{N}\right)0} \\ e^{-j\pi\left(1-\frac{2i-1}{N}\right)1} \\ \vdots \\ e^{-j\pi\left(1-\frac{2i-1}{N}\right)(N-1)} \end{bmatrix}, i = 1, 2, \dots, N \quad (2.13)$$

则, 计算 $A_i(\theta)$ 为:

$$\begin{aligned} A_i(\theta) &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} e^{j\pi m \left(-1 + \frac{2i-1}{N} + \cos\theta\right)} = \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{1 - e^{j\pi N \left(-1 + \frac{2i-1}{N} + \cos\theta\right)}}{1 - e^{j\pi \left(-1 + \frac{2i-1}{N} + \cos\theta\right)}} \\ \text{令 } p &= -1 + \frac{2i-1}{N} + \cos\theta \\ \text{有 } A_i(\theta) &= \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{1 - e^{j\pi N p}}{1 - e^{j\pi p}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{e^{j\pi N \frac{p}{2}} \left(e^{-j\pi N \frac{p}{2}} - e^{j\pi N \frac{p}{2}} \right)}{e^{j\pi \frac{p}{2}} \left(e^{-j\pi \frac{p}{2}} - e^{j\pi \frac{p}{2}} \right)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}} e^{j\pi \frac{p}{2} (N-1)} \frac{\sin\left(\frac{p}{2} \pi N\right)}{\sin\left(\frac{p}{2} \pi\right)} \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\text{则 } |A_i(\theta)| = \frac{1}{\sqrt{N}} \left| \frac{\sin\left(\frac{p}{2} \pi N\right)}{\sin\left(\frac{p}{2} \pi\right)} \right| = \sqrt{N} \left| \frac{Sa\left(\frac{p}{2} \pi N\right)}{Sa\left(\frac{p}{2} \pi\right)} \right| \quad (2.15)$$

半功率波束宽度 (HPBW) 定义如下情况对应的主瓣宽度^[20], 即 $\Delta\theta_{3dB}$ 。

$$G' = \frac{1}{2} \max \{G_{array}\} \quad (2.16)$$

由式 (2.8) 可知, G_0 不变, 只需令:

$$|A_i(\theta)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \max \{|A_i(\theta)|\} \quad (2.17)$$

$$\text{因为 } \max \left\{ \left| \frac{Sa\left(\frac{p}{2}\pi N\right)}{Sa\left(\frac{p}{2}\pi\right)} \right| \right\} = 1, \text{ 所以令 } \left| \frac{Sa\left(\frac{p}{2}\pi N\right)}{Sa\left(\frac{p}{2}\pi\right)} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ 即可满足式 (2.17)。即,}$$

$$\text{令 } \left| \frac{\sin\left(\frac{p}{2}\pi N\right)}{\sin\left(\frac{p}{2}\pi\right)} \right| = \frac{N}{\sqrt{2}}, \text{ 其中 } p \text{ 为变量。则有:}$$

$$p = -1 + \frac{2i-1}{N} + \cos\theta \quad (2.18)$$

对于天线个数 N 大于 5~6 的等距天线阵列, 其阵列因子的绝对值 $|A_i(\theta)|$ 的半功率波束宽度可以做数值上的近似表示^[25]。如图 2.5 所示。

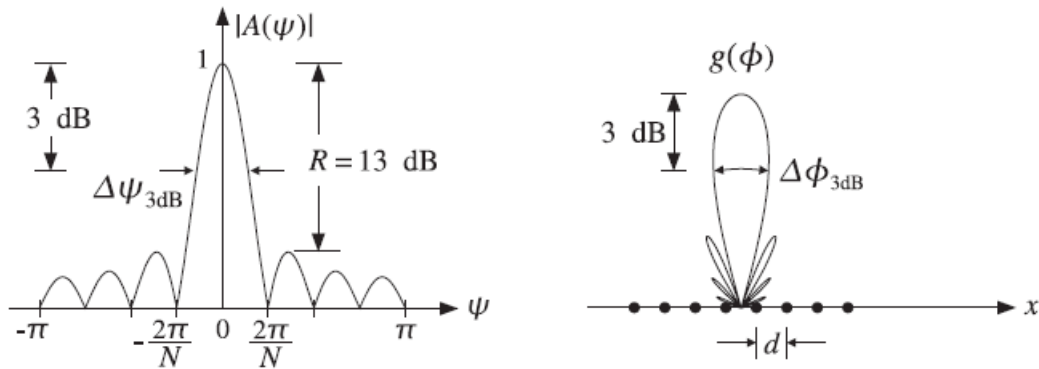


图 2.5 等距天线阵的主瓣宽度和旁瓣电平

上图中的 R 为旁瓣电平, $\psi = p\pi$, $\Delta\psi_{3dB} = 0.886 \frac{2\pi}{N}$ (主瓣宽度与 N 成反比)^[25],

$$\text{则 } \Delta p_{3dB} = 0.886 \frac{2}{N}。$$

所以, 当 $p = \pm \frac{0.886}{N}$ 时, 满足 $|A_i(\theta)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \max \{|A_i(\theta)|\}$ 。即

$$\cos\theta = \pm \frac{0.886}{N} + 1 - \frac{2i-1}{N}, \theta \in [0, \pi] \quad (2.19)$$

由上式, 令 $\cos \theta_1 = \frac{1.886 - 2i + N}{N}$, $\cos \theta_2 = \frac{0.114 - 2i + N}{N}$, θ_1 和 θ_2 分别表示极坐标下半功率波束宽度 (HPBW) 对应的两个角度值。因为 $\cos \theta$ 在 $\theta \in [0, \pi]$ 时为递减函数, 所以 $\theta_1 < \theta_2$ 。

当天线数量扩大三倍变为 $3N$, i 分别取 $3i-2, 3i-1$ 和 $3i$ 时, 对应的半功率波束角度变化如下:

$$\begin{aligned}
 &3i-2: \\
 &\cos \alpha_1 = \frac{5.886 - 6i + 3N}{3N} \approx \cos \theta_1 = \frac{5.658 - 6i + 3N}{3N} \\
 &\cos \alpha_2 = \frac{4.114 - 6i + 3N}{3N} \\
 &3i-1: \\
 &\cos \beta_1 = \frac{3.886 - 6i + 3N}{3N} \\
 &\cos \beta_2 = \frac{2.114 - 6i + 3N}{3N} \\
 &3i: \\
 &\cos \gamma_1 = \frac{1.886 - 6i + 3N}{3N} \\
 &\cos \gamma_2 = \frac{0.114 - 6i + 3N}{3N} \approx \cos \theta_2 = \frac{0.342 - 6i + 3N}{3N}
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

其中 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2$ 分别表示 3 个权重向量在极坐标下半功率波束宽度 (HPBW) 对应的两个角度值。从式 (2.20) 中看出, 满足 $\alpha_1 \approx \theta_1$, $\gamma_2 \approx \theta_2$ 。其角度的误差只体现在对应余弦值的分子上, 数值约为 0.2 左右, 所占的百分比为 2.3%~7.2% 之间 (在 $N=3, k=3$ 的情况下), 且随着天线数目 N 的增大, 角度误差越来越小, 可近似忽略。因此可以认为, 第 k 层的半功率波束刚好覆盖第 $k+1$ 层的半功率波束宽度。

因为 $\cos \theta$ 函数在 $\theta \in [0, \pi]$ 时为一一映射关系, 且主瓣宽度与 N 成反比, 所以可得出结论: 第 k 层的第 i 个权重向量的主瓣半功率波束恰好包含第 $k+1$ 层的第 $3i-2, 3i-1$ 和 $3i$ 个权重向量的主瓣半功率波束, 且第 $k+1$ 层的权重向量的半功率波束宽度均变为第 k 层的 $\frac{1}{3}$, 相邻波束之间没有重叠。

因为第 $k+1$ 层的天线个数为第 k 层的 3 倍, 所以第 k 层的任意权重向量的半功率波

束宽度 (HPBW, half power beam width) 覆盖第 $k+1$ 层与之对应的 3 个相邻的权重向量的半功率波束宽度, 即满足式 (2.1)。

命题得证。即, 权重向量的 Ω 起始值设置为 $-1 + \frac{1}{N}$ 时可实现码本中上下层半功率波束覆盖关系。

2.2 搜索算法设计

基于上文所述的分层式码本设计, 下面将介绍对应的搜索算法。

在二叉树形式码本对应的搜索算法中, 满二叉树对应的码本找到一次最佳权重向量 (AWV) 的运算次数最少, 即搜索时间最短。第 4 章的 4.1.1 条中会对此做出证明。下面将具体阐述 TS 算法。

TS 算法搜索最佳权重向量可分为两个阶段。在第一阶段, DEV1 作为发射端, DEV2 作为接收端, 从而找到最佳权重向量 \mathbf{w}_r^* ; 在第二阶段, DEV2 作为发射端, DEV1 作为接收端, 从而找到最佳权重向量 \mathbf{w}_t^* 。

在每个阶段中, 对于三叉树形式码本, 第一层有且仅有一个全向向量 $\mathbf{w}(1,1)$, 所以从第二层开始搜索, 在当前层找到最佳权重向量时就转移到下一层对应位置继续搜索。鉴于上一层的权重向量波束正好覆盖该节点下一层的 3 个权重向量的波束, 所以只需计算该 3 个权重向量对应的接收信噪比 (SNR) 并比较选出最大的即可。

第一阶段的搜索算法可规范表述如表 2.2 所示。

表 2.2 TS 算法的第一阶段搜索算法

TS 算法的第一阶段搜索算法

1) 初始化

DEV1 采用 $\mathbf{w}_t(1,1)$ 发送信号给 DEV2, 令 $k=1, i=1$

2) 搜索

执行以下搜索过程 $\log_3 N_r$ 次后停止:

DEV2 用三个权重向量 $\mathbf{w}_r(k+1, 3i-2)$ 、 $\mathbf{w}_r(k+1, 3i-1)$ 和 $\mathbf{w}_r(k+1, 3i)$ 接收信号, 分别计算其接收信噪比 γ_1 、 γ_2 和 γ_3 。

(续表 2.2)

求出 $\gamma^* = \max\{\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3\}$ 。

若 $\gamma_1 = \gamma^*$ ，则令 $i = 3i - 2$ ；若 $\gamma_2 = \gamma^*$ ，则令 $i = 3i - 1$ ；若 $\gamma_3 = \gamma^*$ ，则令 $i = 3i$ 。

令 $k = k + 1$ 。

3) 结果

令 $i_r^* = i$ ，则 DEV2 的搜索所得最佳权重向量为 $\mathbf{w}_r^* = \mathbf{w}_r(\log_3 N_r + 1, i_r^*)$

以上为第一阶段的搜索算法过程，找到了最佳权重向量 $\mathbf{w}_r^* = \mathbf{w}_r(\log_3 N_r + 1, i_r^*)$ 及其序号 i_r^* 。同理，第二阶段后可找到最佳权重向量 $\mathbf{w}_t^* = \mathbf{w}_t(\log_3 N_t + 1, i_t^*)$ 及其序号 i_t^* 。搜索过程结束。

2.3 搜索准确性的仿真验证

本论文的仿真采用的是 MATLAB R2012b 软件。

考虑到三叉树形式码本，令发射端和接收端的天线个数均为 N ，且 $N = 81$ 。首先假设环境中只存在一条 LOS (line-of-sight) 路径，其指向角度随机产生。图 2.6 显示了采用 TS 算法的接收端信噪比 SNR 随搜索步数的变化。其中理论上限表示理论上可以达到的最高信噪比大小。

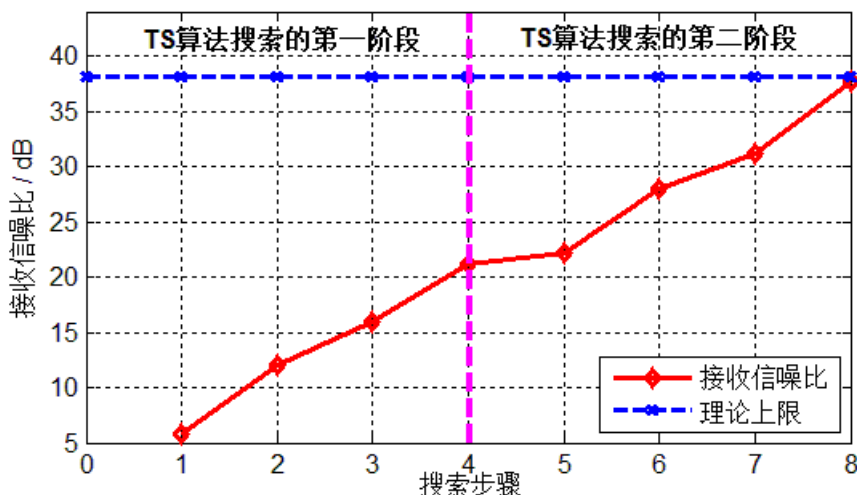


图 2.6 采用 TS 算法接收端信噪比 SNR 的变化图

从上图中不难看出，采用 TS 算法之后，在第一阶段先找到最佳 \mathbf{w}_r^* ，需要 $\log_3 N =$

$\log_3 81 = 4$ 步；第二阶段找到最佳 \mathbf{w}_t^* ，也需要 $\log_3 N = \log_3 81 = 4$ 步，共需要 8 步，理论计算与仿真结果图吻合。另外，随着搜索步骤的增加，每步选取的权重向量对应的半功率波束宽度（HPBW）越来越窄，且波束指向越来越接近最优值。因此，第 k 步所得的接收信噪比要大于第 $k-1$ 步的接收信噪比。这与图中结果一致。而且，图中的曲线显示接收端信噪比随搜索步骤的增加上升较快，且最终非常接近理论上限值。因此，TS 算法在查找最佳权重向量方面的准确性不错。

为了评价 TS 算法的鲁棒性，需要进行多次仿真实验。在其它条件（无关变量）都相同的情况下执行 200 次仿真。首先假设环境中仅有一条 LOS 路径，每次仿真的指向向量角度随机产生。图 2.7 显示了 TS 算法与穷举搜索算法（Exhaustive search）的查找结果的比较。其中 $N_t = N_r = 81$ 。

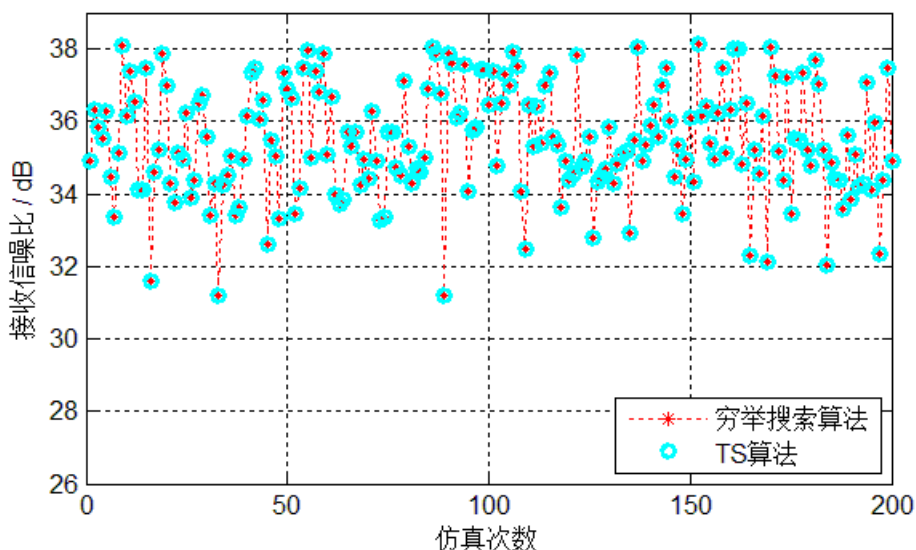


图 2.7 TS 算法在仅有一条 LOS 径环境下的鲁棒性检验

从上图中看出，对于指向角度随机产生的 LOS 路径，TS 算法的查找结果与穷举搜索算法的结果均一致。也就是说，TS 算法每次仿真找到的权重向量都是理论上最佳的。因此，TS 算法的鲁棒性很好。

下面考虑在除 LOS 径外还有 NLOS (non-line-of-sight) 径的环境下 TS 算法的鲁棒性。同样，在相同条件下执行 200 次仿真。假设除 LOS 径外只有一条 NLOS 径，且在 NLOS 径的平均功率比在 LOS 径的功率低 15dB^[23]，在毫米波通信中这是非常典型的情况。每次仿真的路径指向角度为随机产生。图 2.8 显示了 TS 算法与穷举搜索算法（Exhaustive

search) 在同时存在 LOS 径和 NLOS 径环境下的查找结果比较。其中 $N_t = N_r = 81$ 。

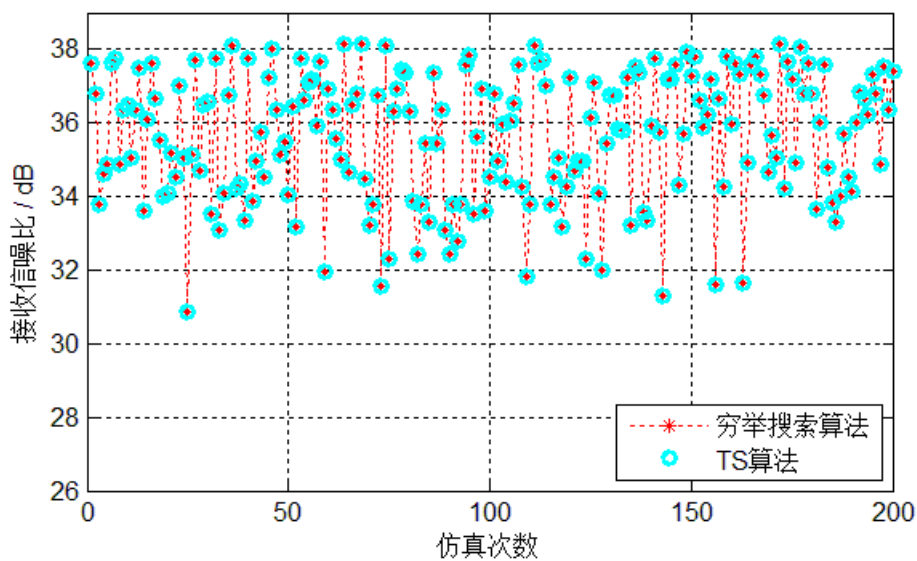


图 2.8 TS 算法在有 LOS 径和 NLOS 径环境下的鲁棒性检验

从上图中看出，对于指向角度随机产生的 LOS 路径和 NLOS 路径，TS 算法的查找结果与穷举搜索算法的结果均一致。因此，TS 算法的鲁棒性很好。

总体而言，从 MATLAB 仿真结果来看，TS 算法在查找最佳权重向量的准确性方面效果很好。

3 含门限控制的二叉树搜索方案

在二叉树的层级式码本结构中, 二叉树结构对应的搜索算法的确是最优的。但这是在每层搜索都要遍历所有权重向量的前提下而言的。如果能减少每层需计算或比较的权重向量的个数, 那将进一步减少算法的运算复杂度。具体分析请见 4.1 节。

由于码本每层的权重向量从对应的接收信噪比 (SNR) 大小的角度来看都是无序排列的, 所以若想每层只计算一次 SNR, 则不妨针对二叉树结构码本提出含门限控制的搜索方案。该方案通过人为设定上下门限值, 使得在大多数情况下只需计算每层的一个权重向量对应的接收信噪比 (SNR) 即可判定最佳权重向量的所处位置。这样一来就可以大幅度减少运算次数。门限阈值查找法的运算复杂度最优性分析将在第 4 章的 4.1.2 条做具体论述。

本文将含门限控制的二叉树搜索方案命名为 BST (Binary Search with Threshold setting) 算法。

3.1 码本设计

与 TS 搜索算法类似, 需要先设计好层级式码本, 且相邻层级之间满足特定的波束覆盖关系。BST 算法对应的是二叉树结构码本。

3.1.1 设计要求

与 TS 算法类似, 发射端与接收端的码本设计是一致的。对于均匀直线阵列 (ULAs), 不妨设发射与接收的天线个数均为 N 。

BST 算法的码本设计也需要满足以下两个要求:

- 每一层的所有权重向量的波束覆盖整个二维空间
- 第 k 层的任意权重向量的半功率波束宽度 (HPBW, half power beam width) 覆盖第 $k+1$ 层对应的 2 个相邻的权重向量的半功率波束宽度, 即:

$$\begin{aligned} \text{HPBW}\{\mathbf{w}(k, i)\} = \\ \text{HPBW}\{\mathbf{w}(k+1, 2i)\} \cup \text{HPBW}\{\mathbf{w}(k+1, 2i-1)\} \end{aligned} \quad (3.1)$$

其中, $\mathbf{w}(k, i)$ 表示第 k 层的第 i 个权重向量, $\text{HPBW}\{\mathbf{w}(k, i)\}$ 表示 $\mathbf{w}(k, i)$ 的半功率波束宽度。

3.1.2 具体实现方法

根据上述要求，设计码本如表 3.1 所示。

表 3.1 BST 算法的码本设计

层数	每层的 AWVs
1	$\{\mathbf{w}(1,1)\}$
2	$\{\mathbf{w}(2,1), \mathbf{w}(2,2)\}$
3	$\{\mathbf{w}(3,1), \mathbf{w}(3,2), \mathbf{w}(3,3), \mathbf{w}(3,4)\}$
\vdots	\dots
k	$\{\mathbf{w}(k,1), \mathbf{w}(k,2), \mathbf{w}(k,3), \dots, \mathbf{w}(k,2^{k-1})\}$
\vdots	\dots
$\log_2 N + 1$	$\{\mathbf{w}(\log_2 N + 1, 1), \mathbf{w}(\log_2 N + 1, 2), \mathbf{w}(\log_2 N + 1, 3), \dots, \mathbf{w}(\log_2 N + 1, N)\}$

BST 算法的码本设计思路与 TS 算法类似。简述如下：

依然是从码本的最后一层开始设计，其设定的 N 个权重向量就是整个二叉树最终的叶结点。且 BST 算法最终选取的最佳权重向量就是从这 N 个权重向量中选得的。按照从下向上设计的思路，使权重向量个数按照等比数列方式（公比为 $\frac{1}{2}$ ）层级式递减，则相应地，倒数第二层有 $\frac{N}{2}$ 个，……，直至第 1 层有且仅有一个权重向量。因此，码本共有 $\log_2 N + 1$ 层，且第 k 层有 2^{k-1} 个权重向量。这样就构成了二叉树形式的码本。

具体来讲，最后一层这 N 个权重向量具体数值的设定也是由信道指向向量来获得。与 TS 算法的三叉树结构码本一样，令最后一层权重向量的 Ω 以 $\frac{2}{N}$ 为间隔在 $(-1,1)$ 间抽样选取，这样可以保证最后一层有 N 个权重向量，且波束覆盖整个二维空间，满足码本设计的第一个要求。当 DEV1 为发射端，DEV2 为接收端时，可从 DEV2 的码本中搜选最佳权重向量 \mathbf{w}_r^* 。此时，最后一层的权重向量可设置为：

$$\mathbf{w}(\log_2 N + 1, i) = \mathbf{g}(N, -1 + \frac{2i-1}{N}), i = 1, 2, \dots, N \quad (3.2)$$

其中 $\mathbf{g}(\cdot)$ 代表 DEV2 的指向向量，具体表达式见式 (1.3)。BST 算法的抽样起始点也设为 $-1 + \frac{2i-1}{N}$ ，该原因将在本节最后阐明。

与 TS 算法相同，从向量空间角度来看，最后一层的 N 个权重向量构成一组正交基，且完全覆盖二维空间。图 3.1 所示为天线个数 $N=4$ 时的波束覆盖情况。

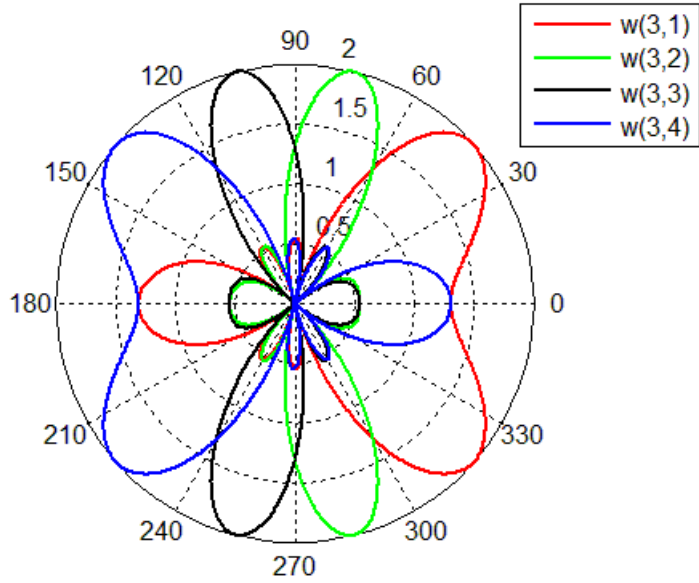


图 3.1 $N=4$ 时码本最后一层权重向量的波束方向图

改变激活的天线数目，可以实现码本倒数第二层有 $\frac{N}{2}$ 个权重向量。当只开启 $\frac{N}{2}$ 个天线时，波束宽度会变为 2 倍，且扩大后的权重向量波束会覆盖其所对应下一层 2 个叶结点的波束，即满足式 (3.1) 的码本设计要求。同样，实现该要求的理论依据证明将在本节最后论述。

倒数第二层权重向量设置为：

$$\mathbf{w}(\log_2 N, i) = [\mathbf{g}^T(\frac{N}{2}, -1 + \frac{2(2i-1)}{N}), 0_{\frac{N}{2} \times 1}^T]^T, i = 1, 2, \dots, \frac{N}{2} \quad (3.3)$$

其中 $[\cdot]^T$ 为转置运算符。

第 k 层权重向量设置为：

$$\mathbf{w}(k, i) = [\mathbf{g}^T(2^{k-1}, -1 + \frac{2i-1}{2^{k-1}}), 0_{(N-2^{k-1}) \times 1}^T]^T, i = 1, 2, \dots, 2^{k-1} \quad (3.4)$$

以此类推，码本的第一层有且仅有一个全向的权重向量 $\mathbf{w}(1,1)$ 。

同理，当 DEV2 为发射端，DEV1 为接收端时，可从 DEV1 的码本中搜选最佳权重向量 \mathbf{w}_t^* 。此时，最后一层的权重向量设置为：

$$\mathbf{w}(\log_2 N + 1, i) = \mathbf{h}(N, -1 + \frac{2i-1}{N}), i = 1, 2, \dots, N \quad (3.5)$$

其中 $\mathbf{h}(\cdot)$ 代表 DEV1 的指向向量，具体表达式见式 (1.2)。

倒数第二层权重向量设置为：

$$\mathbf{w}(\log_2 N, i) = [\mathbf{h}^T(\frac{N}{2}, -1 + \frac{2(2i-1)}{N}), 0_{\frac{N}{2} \times 1}^T]^T, i = 1, 2, \dots, \frac{N}{2} \quad (3.6)$$

其中 $[\cdot]^T$ 为转置运算符。

第 k 层权重向量设置为：

$$\mathbf{w}(k, i) = [\mathbf{h}^T(2^{k-1}, -1 + \frac{2i-1}{2^{k-1}}), 0_{(N-2^{k-1}) \times 1}^T]^T, i = 1, 2, \dots, 2^{k-1} \quad (3.7)$$

图 3.2 表示 $N = 8$ 时第 3 层的权重向量 $\mathbf{w}(3,3)$ 的波束正好覆盖第 4 层的权重向量 $\mathbf{w}(4,5)$ 和 $\mathbf{w}(4,6)$ 的波束。

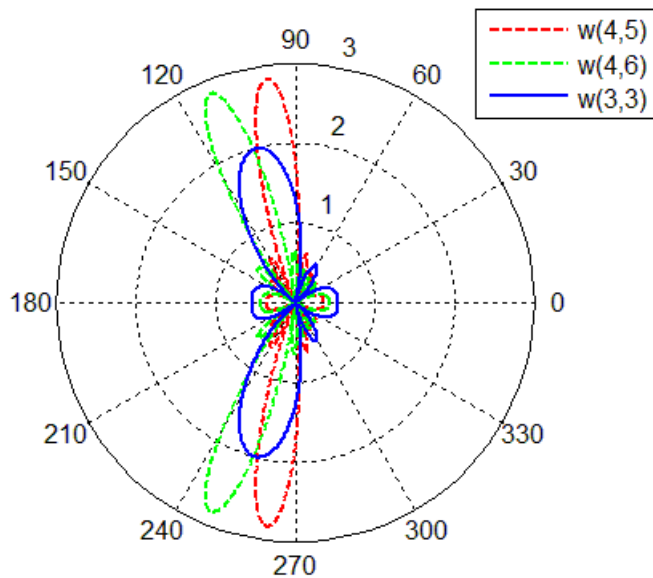


图 3.2 $N = 8$ 时权重向量 $\mathbf{w}(3,3)$ 、 $\mathbf{w}(4,5)$ 和 $\mathbf{w}(4,6)$ 的波束方向图

因此，鉴于码本内部权重向量的上下层对应关系，该码本可以表示为二叉树的结构，如图 3.3 所示。

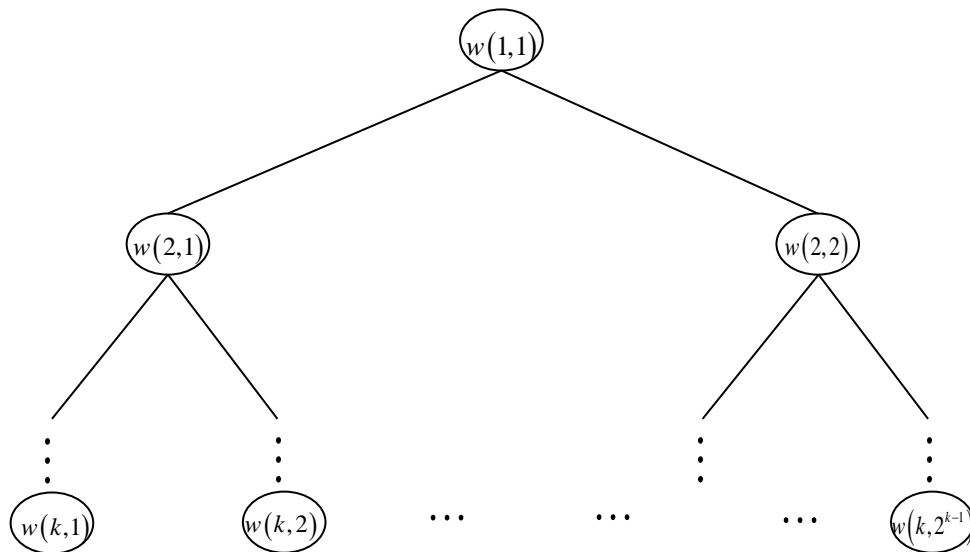


图 3.3 二叉树结构的码本

3.1.3 实现关键设计的理论依据

类似于第 2 章三叉树搜索方案的 2.1.3 条所述，码本中上下层半功率波束覆盖关系的实现是关键技术。

码本最后一层的权重向量的 Ω 以 $\frac{2}{N}$ 为间隔在 $(-1,1)$ 间抽样选取。抽样间隔 $\frac{2}{N}$ 为固定值，但起始点并不确定，可以等于或稍大于 -1 。与 TS 算法类似，对于含门限控制的二叉树码本结构，为了满足其上下层权重向量波束覆盖关系， Ω 起始值仍可设置为 $-1 + \frac{1}{N}$ 。其证明如下：

由式 (2.17)，令 $\cos \theta_1 = \frac{1.886 - 2i + N}{N}$, $\cos \theta_2 = \frac{0.114 - 2i + N}{N}$ ， θ_1 和 θ_2 分别表示极坐标下半功率波束宽度 (HPBW) 对应的两个角度值。因为 $\cos \theta$ 在 $\theta \in [0, \pi]$ 时为递减函数，所以 $\theta_1 < \theta_2$ 。

当天线数量扩大三倍变为 $2N$ ， i 分别取 $2i-1$ 和 $2i$ 时，对应的半功率波束角度变化如下：

$$\begin{aligned} &2i-1: \\ \cos \alpha_1 &= \frac{3.886 - 4i + 2N}{2N} \approx \cos \theta_1 = \frac{3.772 - 4i + 2N}{2N} \\ \cos \alpha_2 &= \frac{2.114 - 4i + 2N}{2N} \\ &2i: \\ \cos \beta_1 &= \frac{1.886 - 4i + 2N}{2N} \\ \cos \beta_2 &= \frac{0.114 - 4i + 2N}{2N} \approx \cos \theta_2 = \frac{0.228 - 4i + 2N}{2N} \end{aligned} \quad (3.8)$$

其中 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ 分别表示 2 个权重向量在极坐标下半功率波束宽度 (HPBW) 对应的两个角度值。从式 (3.8) 中看出, 满足 $\alpha_1 \approx \theta_1$, $\beta_2 \approx \theta_2$ 。其角度的误差只体现在对应余弦值的分子上, 数值约为 0.1 左右, 所占的百分比为 1.5%~2.8% 之间 (在 $N=4, k=4$ 的情况下), 且随着天线数目 N 的增大, 角度误差越来越小, 可近似忽略。因此可以认为, 第 k 层的半功率波束刚好覆盖第 $k+1$ 层的半功率波束宽度。

因为 $\cos \theta$ 函数在 $\theta \in [0, \pi]$ 时为一一映射关系, 且主瓣宽度与 N 成反比, 所以可得出结论: 第 k 层的第 i 个权重向量的主瓣半功率波束恰好包含第 $k+1$ 层的第 $2i-1$ 和第 $2i$ 个权重向量的主瓣半功率波束, 且第 $k+1$ 层的权重向量的半功率波束宽度均变为第 k 层的 $\frac{1}{2}$, 相邻波束之间没有重叠。

因为第 $k+1$ 层的天线个数为第 k 层的 2 倍, 所以第 k 层的任意权重向量的半功率波束宽度 (HPBW, half power beam width) 覆盖第 $k+1$ 层对应的 2 个相邻的权重向量的半功率波束宽度, 即满足式 (3.1)。

命题得证。即, 权重向量的起始角度余弦设置为 $-1 + \frac{1}{N}$ 时可实现码本中上下层半功率波束覆盖关系。

3.2 搜索算法设计

基于上文所述的分层式码本设计, 下面将介绍对应的搜索算法。

搜索算法的设计最关心的是如何以最少的运算次数找到最佳的权重向量。对于二叉树结构的码本, 从第二层的两个权重向量中开始选取, 在当前层找到后转移到下一层对应的位置继续查找, 每次找到的权重向量对应的波瓣宽度越来越窄, 直到最后一层找到

最精确的最佳权重向量。这种查找方式便是[23]提出的简单的二叉树搜索方案，其隐含的问题是在查找过程中每一层的相应权重向量都要进行运算和比较。换句话说，对于二叉树而言，每层的查找都需要计算 2 个权重向量对应的接收信噪比，而不是只需计算一次，因为每层的权重向量不是有序集。

因此，可以利用阈值机制的特点来减少搜索次数，尽可能使每层只需计算一次接收信噪比，即提出了 BST (Binary Search with Threshold setting) 算法。该方案通过人为设定上下门限值，使得在大多数情况下只需计算每层的一个权重向量对应的接收信噪比 (SNR) 即可判定最佳权重向量的所处位置。这样一来就可以大幅度减少运算次数。门限阈值查找法的运算复杂度最优性分析将在第 4 章的 4.1.2 条做具体论述。

BST 算法的核心就是阈值 κ 和上下门限因子 η 、 μ 的设定。每层的权重向量对应的 SNR 都是不同的，但门限的设定却应相对固定，或是存在特定的比例关系。

随着搜索层数的增加，被激活的发射端（接收端）的天线数目也随之增加，权重向量 (AWV) 的波束也越来越窄，SNR 越来越大。若用 γ_k 表示第 k 层所选得的 AWV 对应的 SNR，则有 $\gamma_k > \gamma_{k-1}$ 。另外，由于第 k 层均匀直线阵列的被激活天线数目正好是第 $k-1$ 层的两倍，所以相邻两层满足对应关系的 AWV 的 SNR 也满足 $\gamma_k \approx 2\gamma_{k-1}$ 。这是一个重要特征，且门限机制的实施可以利用这一点。

BST 算法搜索最佳权重向量也可分为两个阶段。在第一阶段，DEV1 作为发射端，DEV2 作为接收端，从而找到最佳权重向量 \mathbf{w}_r^* ；在第二阶段，DEV2 作为发射端，DEV1 作为接收端，从而找到最佳权重向量 \mathbf{w}_t^* 。

下面以第一阶段为例进行分析：

第一层有且仅有一个全向向量 $\mathbf{w}_r(1,1)$ ，从第二层的 $\mathbf{w}_r(2,2)$ 和 $\mathbf{w}_r(2,1)$ 开始查找，分别令它们对应的接收信噪比 (SNR) 为 γ_1 和 γ_1' 。若 $\gamma_1 > \gamma_1'$ ，则令阈值 $\kappa = \gamma_1$ ；否则令 $\kappa = \gamma_1'$ 。搜索到第 k 层时，可随机从 2 个 AWV 中挑选一个计算 SNR，作为 γ_k 。若满足 $\gamma_k \geq \eta\kappa$ ，则选中的 AWV 就是该层的最佳 AWV，其中 η 为上门限因子，并且更新 κ 的值为 $\kappa = \gamma_k$ ，

转移到下一层继续搜选；若满足 $\gamma_k \leq \mu\kappa$ ，则没被选中的 AWV 就是该层的最佳 AWV，其中 μ 为下门限因子，并且更新 $\kappa = \eta\kappa$ ，转移到下一层继续搜选；若满足 $\mu\kappa < \gamma_k < \eta\kappa$ ，则必须也同样计算没被选中的 AWV 的 SNR 值 γ_k' ，比较 γ_k 与 γ_k' ，数值更大者对应的 AWV 为该层的最佳 AWV，同时更新阈值：若 $\gamma_k \geq \gamma_k'$ ，则 $\kappa = \gamma_k$ ；否则 $\kappa = \gamma_k'$ 。

所以说，含门限控制的二叉树搜索方案不是 100% 可以减小每层计算的 SNR 次数，这取决于上下门限因子 η 和 μ 的设定。但 η 和 μ 的合理设定可以增大 BST 算法减小运算次数的概率。通过大量的数值模拟仿真实验，可以发现当 $\mu = 0.7$ ， $\eta = 1.8$ 时，每层只需计算一次 SNR 的概率大概为 95%。因此，BST 算法在减小运算复杂度方面的提升效果还是比较显著的。

第一阶段的搜索算法可规范表述如表 3.2 所示。

表 3.2 BST 算法的第一阶段搜索算法

BST 算法的第一阶段搜索算法

1) 初始化

DEV1 采用全向向量 $\mathbf{w}_t(1,1)$ 发送信号给 DEV2，令 $k = 1, i = 1, \kappa = 0, \mu = 0.7, \eta = 1.8$ 。

2) 第 1 步搜索

由 DEV2 计算得到 $\mathbf{w}_r(2,2)$ 的 SNR 值 γ_1 和 $\mathbf{w}_r(2,1)$ 的 SNR 值 γ_1' 。

如果 $\gamma_1 \geq \gamma_1'$ ，则令阈值 $\kappa = \gamma_1$ ， $i = 2i$ ；否则令 $\kappa = \gamma_1'$ ， $i = 2i - 1$ 。

令 $k = k + 1$ 。

3) 第 k 步搜索

执行以下搜索过程 $\log_2 N_r - 1$ 次后停止：

DEV2 用 2 个权重向量 $\mathbf{w}_r(k+1, 2i)$ 和 $\mathbf{w}_r(k+1, 2i-1)$ 接收信号，只计算 $\mathbf{w}_r(k+1, 2i)$ 的 SNR 值 γ_k 。

如果 $\gamma_k \geq \eta\kappa$ ，则令 $i = 2i$ ，且更新阈值 $\kappa = \gamma_k$ ；

如果 $\gamma_k \leq \mu\kappa$ ，则令 $i = 2i - 1$ ，且更新阈值 $\kappa = \eta\kappa$ ；

(续表 3.2)

否则, 计算 $\mathbf{w}_r(k+1, 2i-1)$ 的 SNR 值 γ_k' 。若 $\gamma_k \geq \gamma_k'$, 则令 $i = 2i$, $\kappa = \gamma_k$; 否则令 $i = 2i-1$,

$$\kappa = \gamma_k'$$

令 $k = k+1$ 。

4) 结果

令 $i_r^* = i$, 则 DEV2 的搜索所得最佳权重向量为 $\mathbf{w}_r^* = \mathbf{w}_r(\log_2 N_r + 1, i_r^*)$

以上为第一阶段的搜索算法过程, 第一阶段搜索完成后就可以得到最佳权重向量 $\mathbf{w}_r^* = \mathbf{w}_r(\log_2 N_r + 1, i_r^*)$ 及其序号 i_r^* 。同理, 第二阶段后可找到最佳权重向量 $\mathbf{w}_t^* = \mathbf{w}_t(\log_2 N_t + 1, i_t^*)$ 及其序号 i_t^* 。

搜索过程结束。

3.3 搜索准确性的仿真实验

本论文的仿真采用的是 MATLAB R2012b 软件。

考虑到码本为二叉树形式, 令发射端和接收端的天线个数均为 N , 且 $N = 64$ 。首先假设环境中只存在一条 LOS (line-of-sight) 路径, 其信道指向向量的角度随机产生。原本 BST 算法中是不需要每一层都计算选取的权重向量对应的接收信噪比, 但为了通过曲线图直观显示 BST 算法的搜索效果, 额外计算了每步查找到的最佳权重向量对应的接收信噪比 (SNR)。因为 SNR 是衡量搜选结果好坏的重要指标。图 3.4 显示了采用 BST 算法的接收端信噪比 (SNR) 随搜索步数的变化。其中理论上限表示理论上可以达到的最高信噪比大小。

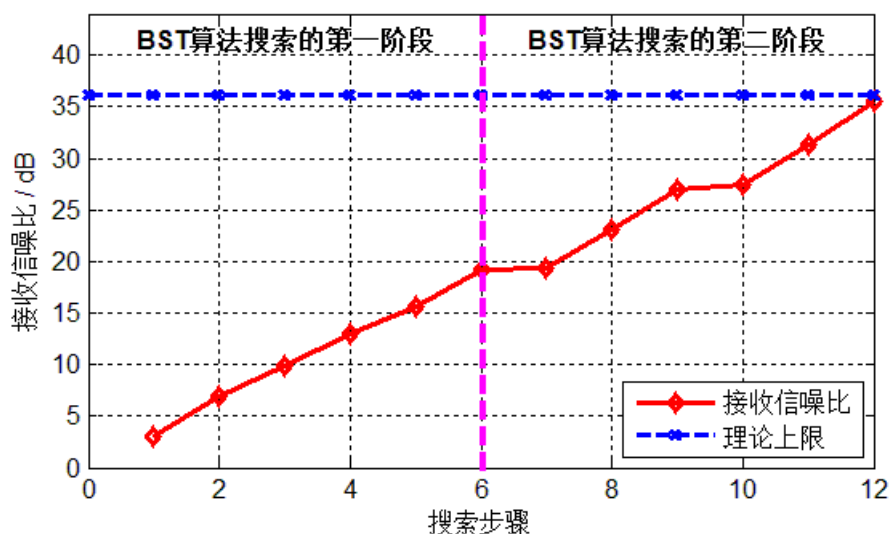


图 3.4 采用 BST 算法接收端信噪比 SNR 的变化图

从上图中看出, 采用 BST 算法, 在第一阶段先找到最佳权重向量 \mathbf{w}_t^* , 需要 $\log_2 N = \log_2 64 = 6$ 步, 第二阶段找到最佳权重向量 \mathbf{w}_i^* , 也需要 $\log_2 64 = 6$ 步, 共需要 12 步, 与仿真结果图吻合。接收端信噪比随搜索步骤的增加上升较快, 且最终非常接近理论上限。因此, BST 算法在查找最佳权重向量方面的准确性不错。

与 TS 算法类似, 为了评价 BST 算法的鲁棒性, 在相同条件下执行 200 次仿真。首先假设环境中仅有一条 LOS 路径, 且信道指向角度随机产生。图 3.5 显示了 BST 算法与穷举搜索算法的查找结果的比较。其中 $N_t = N_r = 64$ 。

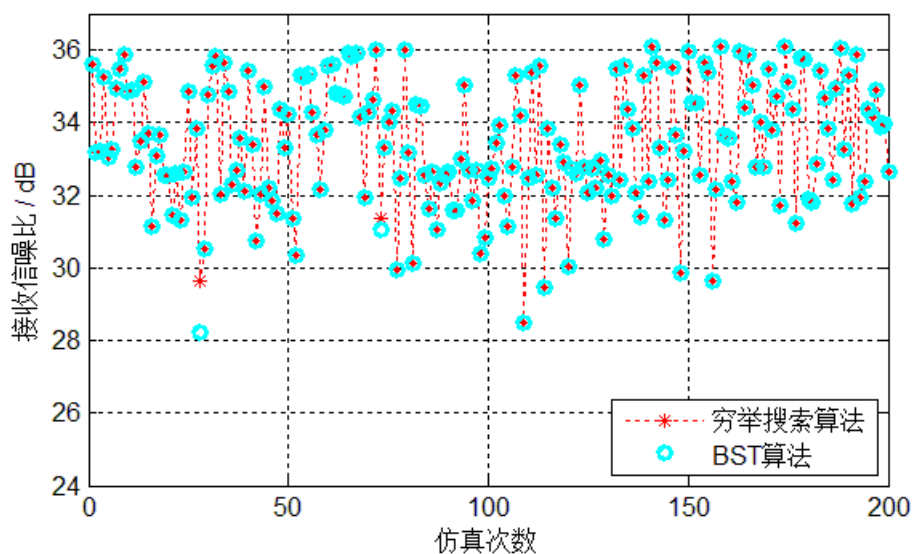


图 3.5 BST 算法在仅有一条 LOS 径环境下的鲁棒性检验

从上图中看出, 对于指向角度随机产生的 LOS 路径, BST 算法的查找结果绝大多数与穷举搜索算法的结果一致。在 200 次仿真实验中仅在第 26 次和第 69 次出现两次误差, 且误差很小, 分别为 1.8dB 和 0.2dB。

产生误差的原因为:

在搜索过程中的某一层只计算了一个 AWV 对应接收信噪比的情况下, 由于上门限因子或下门限因子的数值设定不准确造成了 AWV 选取错误。此时该层的 2 个 AWV 对应的信噪比数值往往都比较大或都比较小。之后, 该层的叶结点选取错误将直接影响到下面一层 AWV 的选取, 即误差从该层开始累积, 直到最后一层。中间若有多次选取错误, 则误差也将进行多次累积。第一次选取错误发生时所在层数的高低, 以及总共发生的选取错误次数都会对最终累计误差的大小有影响。因此, 该误差属于累计误差。

从整体结果来看, BST 算法的鲁棒性还是很好的。

下面考虑在除 LOS 径外还有 NLOS (non-line-of-sight) 径的环境下 BST 算法的鲁棒性。同样, 在相同条件下执行 200 次仿真, 假设除 LOS 径外只有一条 NLOS 径, 且在 NLOS 径的平均功率比在 LOS 径低 15dB^[18]。每次仿真的路径指向角度随机产生。图 3.6 显示了 BST 算法与穷举搜索算法 (Exhaustive search) 在同时存在 LOS 径和 NLOS 径环境下的查找结果比较。其中 $N_t = N_r = 64$ 。

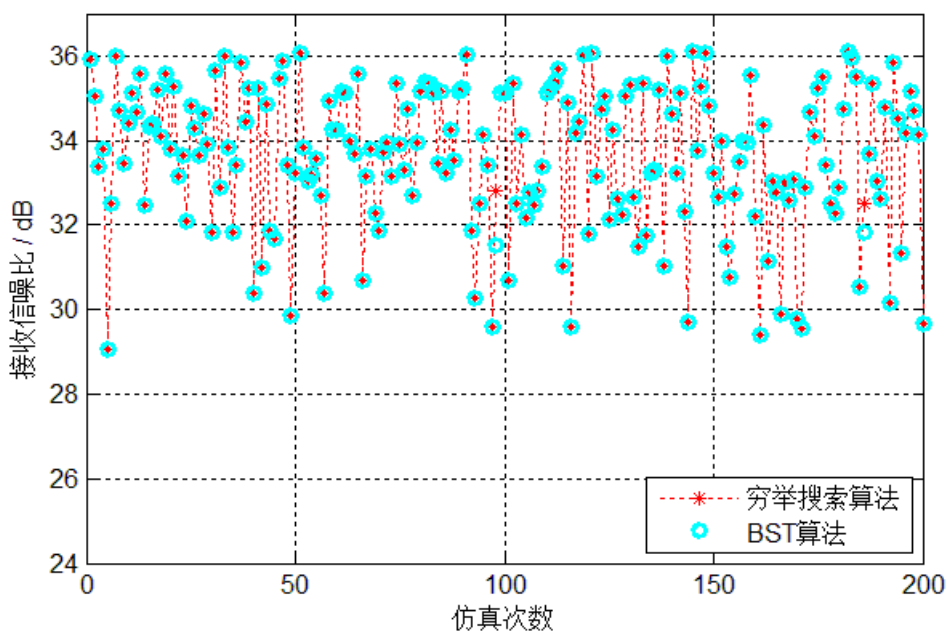


图 3.6 BST 算法在有 LOS 径和 NLOS 径环境下的鲁棒性检验



从上图中看出, 对于指向角度随机产生的 LOS 路径和 NLOS 路径, BST 算法的查找结果绝大多数与穷举搜索算法的结果一致。在 200 次仿真实验中, 仅在第 98 次和第 186 次出现两次误差, 且每次误差都很小, 分别为 1.8dB 和 0.4dB。产生误差的原因与仅含 LOS 径时的一致。因此, 总体来看, BST 算法的鲁棒性不错。

所以, 从以上几个仿真结果来看, BST 算法在查找最佳权重向量的准确性方面效果不错。

4 几种方案的搜索性能对比分析

上文主要论证了三叉树搜索方案(TS 算法)和含门限控制的二叉树搜索方案(BST 算法)的可行性和搜索准确性。可以说,无论从理论证明还是仿真验证的角度来看,这两种方案均可准确找到最佳权重向量进行波束赋形。而本文的主要研究目的是在波束赋形算法中最大程度降低运算复杂度,即减少搜索查找时间。所以,下面将从运算复杂度和稳定性两个角度对多种方案进行对比分析

本章主要对本文提出的两种方案和另外两种典型方案的搜索性能进行对比,并且在数学上解决了多叉树查找法和门限阈值查找法的运算复杂度最优性求解问题。

4.1 运算复杂度对比分析

搜索方案的运算复杂度是衡量其查找性能的重要指标。对于搜选波束赋形技术来说,主要的关注点就是如何减少搜索查找时间。查找时间主要取决于权重向量对应接收信噪比的运算次数和比较次数,其中前者的复杂度起决定性作用。因此,下面重点对几种方案的运算复杂度进行对比分析。

4.1.1 多叉树查找法的运算复杂度最优性分析

如上文所述,[23]设想出了一种最简单的二叉树码本结构和相应的搜索算法。然而,在根结点对应的所有叶结点都要进行计算并比较的前提下,从整体的运算次数角度考虑,在多叉树的层级式结构中,三叉树结构对应的搜索算法是最优的。即,在该前提下,TS 算法的运算复杂度是最小的。

多叉树查找法的运算复杂度最优性分析如下:

不妨设发射端与接收端的天线数目均为 N 。将由权重向量组成的码本结构表示为满 x 叉树的形式,且 $x \geq 2, x \in \mathbb{Z}$ 。因为在设计多叉树码本时,首先保证最后一层有 N 个 AWV,倒数第 2 层有 $\frac{N}{x}$ 个 AWV,……,第一层有且仅有一个全向向量 $\mathbf{w}(1,1)$ 。所以,以此类推,码本总共有 $\log_x N + 1$ 层。且,第一层有 1 个 AWV,第二层有 x 个 AWV,……,第 k 层有 x^{k-1} 个 AWV。

以多叉树搜索方案算法的第一阶段为例分析,计算查找到最佳 AWV 的运算次数,

如下:

若想在最后一层的 N 个权重向量中找到最佳的 AWV, 则需要从码本的第 2 层开始进行计算和比较。对于 x 叉树结构, 每层需要计算接收信噪比 x 次, 直到最后一层, 总共计算了 $\log_x N$ 层。因此, 查找到一次最佳 AWV 的信噪比运算次数为 $x \log_x N$ 。

设 $y(x, N) = x \log_x N$, 下面用数学方法求解天线数目 N 一定时, x 取何值时 y 最小 ($x \geq 2, x \in Z$)。

$$y(x, N) = x \log_x N = x \frac{\ln N}{\ln x} = \frac{x}{\ln x} \ln N \quad (4.1)$$

由上式, 设 $C(x) = \frac{x}{\ln x}$, 则 $C(x)$ 最小即 y 最小。求 $C(x)$ 最小值需要对 $C(x)$ 进行求导运算。

$$C'(x) = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2} \quad (4.2)$$

由式 (4.2) 不难得出,

$\ln x = 1$ 时, $C'(x) = 0$;

$0 < \ln x < 1$ 时, $C'(x) < 0$;

$\ln x > 1$ 时, $C'(x) > 0$ 。

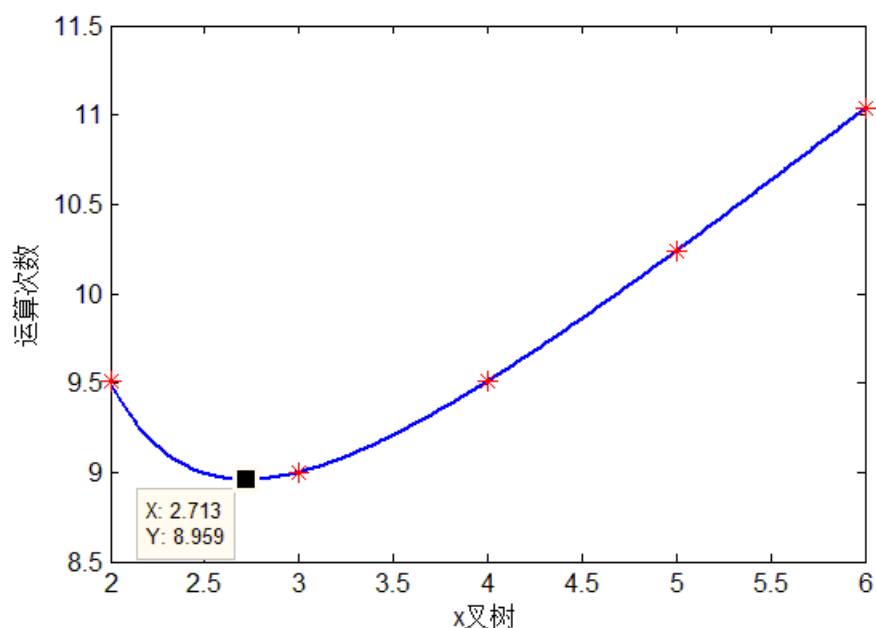
所以, $\ln x = 1$, 即 $x = e \approx 2.7183$ 时, $C(x)$ 取极小值, 经验证也是最小值。

因为 $x \geq 2, x \in Z$, 所以 $x = 3$ 时 $C(x)$ 最小。即, $x = 3$ 时, $y(x, N) = x \log_x N$ 在 N 一定时达到最小值。

因此, 码本结构为满三叉树形式时找到最佳 AWV 的运算次数最少。

下面绘制函数 $y(x, N) = x \log_x N$ 关于 x 的曲线。从图中可直观看到运算时间复杂度随 x 的变化情况。

图 4.1 表示 $N = 27$ 时 x 叉树形式码本找到最佳 AWV 的运算次数。

图 4.1 $N = 27$ 时 x 叉树形式码本的查找运算复杂度

从上图中看出, 运算次数随 x 先变小后变大。理论推导得出 $x = e$ 时, 总体运算次数最少。图 4.1 中标记点 (2.713, 8.959) 约为曲线的最小值点。图中显示若满足 $x \in \mathbb{Z}$, 则 $x = 3$ 时运算次数最少。与理论推导相符。

因此, 在二叉树查找法的搜索方案中, 即在根结点对应的所有叶结点都要进行计算并比较的前提下, 二叉树结构对应的搜索算法 (即本文提出的 TS 算法) 在运算复杂度方面是最优的。

4.1.2 门限阈值查找法的运算复杂度最优性分析

在二叉树结构的层级式码本中, 二叉树结构对应的搜索算法的确是最优的。但这是在根结点对应的所有叶结点都要进行计算并比较的前提下而言的。如果能减少每层需计算或比较的权重向量的个数, 那将进一步减少算法的运算复杂度。

由于码本每层的权重向量从对应的接收信噪比 (SNR) 大小的角度来看都是无序排列的, 所以若想每层只计算一次 SNR, 则不妨针对二叉树结构码本提出含门限控制的搜索方案, 即第 3 章提出的 BST 算法。该方案通过人为设定上下门限值, 使得在大多数情况下只需计算每层的一个权重向量对应的接收信噪比 (SNR) 即可判定最佳权重向量的所处位置。这样一来就可以大幅度减少运算次数。

BST 算法的核心就是阈值 κ 和上下门限因子 η 、 μ 的设定。每层的权重向量对应的

SNR 都是不同的,但门限的设定却相对固定。其关键思想是——第 k 层的某一权重向量对应的接收信噪比若大于或等于某个门限值 ($\eta\kappa$) 时可直接被选定为该层最佳 AWV; 信噪比若小于或等于某个门限值 ($\mu\kappa$) 时可直接选定另一个叶结点作为该层最佳 AWV; 信噪比若介于两个门限值之间则必须计算另一个叶结点对应的信噪比从而做出比较,即每层只计算一次 SNR 的算法特性无法满足。

第 3 章论述了阈值 κ 和上下门限因子 η 、 μ 如何设定以使 BST 算法增大在门限机制作用下搜选权重向量的概率。本节将论述 BST 算法在每层只需计算一次 SNR 时的门限阈值法的最优性是如何体现的。

门限阈值查找法的运算复杂度最优性分析如下:

与 4.1.1 条类似,不妨设发射端与接收端的天线数目均为 N 。将由权重向量组成的码本结构表示为满二叉树的形式。因为在设计二叉树码本时,首先保证最后一层有 N 个 AWV,倒数第 2 层有 $\frac{N}{2}$ 个 AWV,……,第一层有且仅有一个全向向量 $\mathbf{w}(1,1)$ 。所以,以此类推,码本总共有 $\log_2 N + 1$ 层。且,第一层有 1 个 AWV,第二层有 2 个 AWV,……,第 k 层有 2^{k-1} 个 AWV。

以含门限控制的二叉树搜索方案算法的第一阶段为例分析,计算查找到一次最佳 AWV 的运算次数,如下:

若想在最后一层的 N 个权重向量中找到最佳的 AWV,则需要从码本的第 2 层开始进行计算和比较。当 BST 算法在门限机制作用下时,每层只需计算一次接收信噪比。对于二叉树结构,从第 2 层开始,总共需计算 $\text{SNR} \log_2 N$ 次。因此, BST 算法查找到一次最佳 AWV 的信噪比运算次数为 $\log_2 N$ 。

4.1.1 条已论述,多叉树查找法中查找到一次最佳 AWV 的信噪比运算次数为 $x \log_x N$ (x 代表几叉树),且在 $x = e \approx 2.7183$ 时最小,为 $e \ln N$ 。

下面将对两者的运算次数进行比较。

鉴于运算次数为大于零的数,可将二者的运算次数相除进行比较。设 $y = \frac{e \ln N}{\log_2 N}$,

不难得出:

$$y = \frac{e \ln N}{\log_2 N} = \frac{e \ln N}{\ln N} \ln 2 = e \ln 2 \approx 1.884 > 1 \quad (4.3)$$

由式 (4.3) 看出, 不论天线数目 N 为何值, y 恒大于 1, 即 $e \ln N > \log_2 N$ 。这说明 BST 算法在门限机制作用下运算次数是最小的, 量级为 $O(\log_2 N)$ 。

4.1.3 多种方案的运算复杂度对比分析

在搜选波束赋形技术中, 已经有多种搜索方案被提出。其目的都是通过一定的算法减小运算复杂度, 从而降低查找时间。本条将选取在 1.2 节中重点介绍的一种两阶段的搜索算法——IEEE 802.15.3c^[19]和[23]提出的简单二叉树结构搜索算法——BSL 算法来和本文提出的 TS 算法和 BST 算法在运算复杂度方面进行对比分析。

1、IEEE 802.15.3c

IEEE 802.15.3c 的运算次数可表示为^[19]:

$$N_{3c} = N_t^{(1)} \times N_r^{(1)} + N_t^{(2)} \times N_r^{(2)} = N_t^{(1)} \times N_r^{(1)} \left[1 + \frac{\alpha^2 N_t N_r}{(N_t^{(1)} \times N_r^{(1)})^2} \right] \quad (4.4)$$

其中 N_t 和 N_r 分别为发射端和接收端的天线数目。 $N_t^{(1)} = N_t^{(\text{sector})}$, $N_r^{(1)} = N_r^{(\text{sector})}$, 其分别为 DEV1 和 DEV2 的扇区数。 $N_t^{(\text{beam})} = \alpha N_t$, $N_r^{(\text{beam})} = \alpha N_r$ 分别代表发射与接收的波束数量, 且 α 为精细因子。DEV1 和 DEV2 的每个权重向量均满足 $N_t^{(2)} = \frac{N_t^{(\text{beam})}}{N_t^{(\text{sector})}}$,

$$N_r^{(2)} = \frac{N_r^{(\text{beam})}}{N_r^{(\text{sector})}}。$$

当 $N_t = N_r = N$ 时, 一般情况下有参数 $N_t^{(1)} = N_r^{(1)} = 4$, 精细因子 $\alpha = 4$, 此时式 (4.4) 可化简为:

$$N_{3c} = 16 + N^2 \quad (4.5)$$

此时, IEEE 802.15.3c 的运算次数为 $N_{3c} = 16 + N^2$, 运算复杂度的量级为 $O(N^2)$ 。

2、BSL 算法

在 IEEE 802.15.3c 的基础上, 考虑将搜索过程分为多个阶段, 即将码本中的权重向量分为多个层次, 构成多叉树形式结构。[23]提出了简单的二叉树搜索方案——BSL (Binary Search Like) 算法。BSL 算法从第二层开始计算查找, 查找时每层都要计算 SNR 两次, 直到最后一层。

BSL 算法的第一阶段与第二阶段搜索过程类似, 运算次数可表示为:

$$N_{BS} = 2\log_2 N_t + 2\log_2 N_r \quad (4.6)$$

其中 N_t 和 N_r 分别为发射端和接收端的天线数目。当 $N_t = N_r = N$ 时, 式 (4.6) 可化简为

$$N_{BS} = 4\log_2 N \quad (4.7)$$

因此, BSL 算法的运算次数为 $N_{BS} = 4\log_2 N$, 运算复杂度的量级也为 $O(4\log_2 N)$ 。

3、TS 算法

TS 算法运算时间复杂度分析如下:

第一阶段和第二阶段的搜索过程基本一致, 所以 TS 算法的运算次数可以表示为:

$$N_{TS} = 3\log_3 N_r + 3\log_3 N_t \quad (4.8)$$

其中 N_t 和 N_r 分别为发射端和接收端的天线数目。当 $N_t = N_r = N$ 时, 式 (4.8) 可化简为

$$N_{TS} = 6\log_3 N \quad (4.9)$$

因此, TS 算法的运算次数为 $N_{TS} = 6\log_3 N$, 运算复杂度的量级也为 $O(6\log_3 N)$ 。

4、BST 算法

本文第 3 章提出的 BST 算法在绝大多数情况下每层只需计算一次接收信噪比, 此时其运算复杂度是最优的。

下面只考虑 BST 算法在门限机制作用下的情况。

第一阶段和第二阶段的搜索过程基本一致, 所 BST 算法的运算次数可以表示为:

$$N_{BST} = \log_2 N_r + \log_2 N_t \quad (4.10)$$

其中 N_t 和 N_r 分别为发射端和接收端的天线数目。当 $N_t = N_r = N$ 时, 式 (4.10) 可化简为

$$N_{BST} = 2\log_2 N \quad (4.11)$$

因此, BST 算法的运算复杂度的量级为 $O(2\log_2 N)$ 。

下面将前人提出的 IEEE 802.15.3c、BSL 算法和本文提出的 TS 算法、BST 算法这四种算法在运算复杂度方面做一个对比, 并绘出各自的曲线图进行直观比较。绘图所用软件为 MATLAB R2012b。

由式 (4.5)、式 (4.7)、式 (4.9) 和式 (4.11) 可以对这四种方案的运算复杂度进行比较如下:

假设发射端与接收端的天线数目均为 N , 则 IEEE 802.15.3c 的运算复杂度为 N 的平方量级, BSL 算法和本文提出的 TS 算法、BST 算法的运算复杂度均为 N 的对数量级, 但比例系数各不相同。

图 4.2 表示 IEEE 802.15.3c、BSL 算法、TS 算法和 BST 算法的运算次数比较结果。

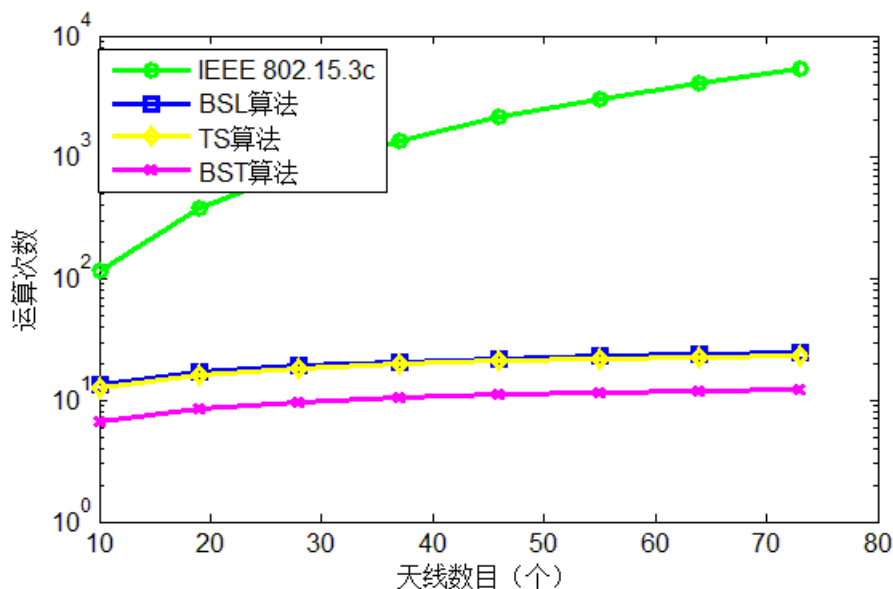


图 4.2 几种算法的运算复杂度比较

从上图中可看出, IEEE 802.15.3c 的运算复杂度为 N^2 量级, 随着天线数目的增大, 其运算次数比其它三种算法的运算次数高出很多。而 BSL 算法与 TS 算法的运算次数之间的差距很小, 但 TS 算法的运算次数始终小于 BSL 算法的运算次数。相比之下, BST



算法的运算次数是最少的,即在缩短查找时间方面做出的改进比较显著。这与前文的理论推导相符。

4.2 稳定性对比分析

本节主要对 TS 算法和 BST 算法的稳定性进行对比与分析。

在 4.1 节中得出的结论显示 BST 算法的理论运算复杂度显著小于 TS 算法,但这是在 BST 算法的门限机制生效的前提下(每层只需计算一次接收信噪比)。所以,在评估方案的搜索性能时,除了要重点考虑理论运算复杂度这个方面外,还需考虑算法稳定性这个方面。

TS 算法的运算复杂度相比于 BSL 算法有一定程度的改进,且从 2.3 节中看出该算法的鲁棒性很好(200 次仿真实验中并未出现误差)。这是因为 TS 算法的搜索过程中只存在 SNR 的计算与比较,并未出现其它人为设定的参数,运算正确率近乎 100%,稳定性很好。另外,TS 算法在实际应用中的实施只需开关控制发射端和接收端的天线数目,而没有其它额外要求,因此实用性很好。

BST 算法的运算复杂度相比于 BSL 算法有显著改进,且在目前存在的几种搜选波束赋形算法中是最优的。从 3.3 节中看出,该算法的鲁棒性也不错,200 次仿真实验中只有两次产生少许误差,但与 TS 算法相比还是稍逊一筹。这是因为 BST 算法的搜索过程中不仅存在 SNR 的计算与比较,而且还有人为设定的参数——阈值 κ 、上门限因子 η 和下门限因子 μ 的参与。一方面,这些参数的具体数值设定会给运算和比较带来系统误差(误差原因分析见 3.3 节);另一方面,算法本身就存在一定概率需要同时计算该层的两个 SNR 数值从而增加运算复杂度。因此,BST 算法的稳定性稍差,逊于 TS 算法。另外,BST 算法中上下门限因子的设定可能会根据外部环境的改变而不同,需要依据具体情况设定,因此其实用性也稍逊于 TS 算法。

所以,从算法稳定性的角度而言,TS 算法是优于 BST 算法的。



结论

为了进一步减小搜选波束赋形方法的运算复杂度,本文提出了两种搜索方案——三叉树搜索方案(TS 算法)和含门限控制的二叉树搜索方案(BST 算法)。TS 算法利用所构建的三叉树结构码本从上至下沿树结点搜索找到最佳权重向量;而 BST 算法利用二叉树结构码本和门限阈值机制从上至下层级式搜索找到最佳权重向量。本文对这两种方案的码本构建与搜索算法设计做出了理论分析,并完成仿真实验证明了这两种方案的可行性和搜索的准确性。之后,通过论证这两种算法在各自前提下的运算复杂度最优性和稳定性,得出结论:三叉树搜索方案和含门限控制的二叉树搜索方案都实现了降低搜索时间的首要目的,但各自存在不同优缺点。BST 算法运算复杂度更小,而 TS 算法稳定性更好。

另外,TS 算法与 BST 算法都是通过开关天线以改变天线阵列数目从而改变波束宽度。这样会在一定程度上增加硬件设计的复杂性。因此,如何在不增加硬件复杂度的条件下进行波束拓宽可作为后续的研究方向。



致谢

大学四年的学习生活转眼就要结束了。匆匆这几年，回忆涌上头。辛勤的汗水与辛勤的泪水造就了这段无悔的青春。毕业季不仅是收获之时，也是感恩之时。在北京航空航天大学就读的这段时间，我不但收获了专业基础知识，提升了自理自律的能力，而且结识了许多志同道合的好友。另外，我尤其珍惜和任课教师、项目导师以及学长学姐进行学术交流科研探讨的机会。我认为，这种自由的师生学术讨论正是大学教育的独特之处。在做学术研究时，老师也时常教导我们要实事求是，严谨认真。北航“德才兼备，知行合一”的校训也一直伴我成长。总体而言，自己在本科四年来的成长离不开亲人、老师和同学们的帮助和鼓励。在此，诚挚感谢所有那些帮助过我的人。

首先感谢我的指导教师肖振宇老师对我的帮助。感谢他从大四上学期开始指导我做毕业设计，并及时给我反馈，悉心教导。虽然在大四下学期肖老师公派出国访问了，但我们依然保持邮件联系，随时交流课题上的疑惑，也感谢他在制定毕业设计阶段目标方面给予我的大力帮助。此外，感谢毕设小组负责人杨朋学长给我提供实验室座位以便于我进行课题研究，而他刻苦认真的学习作风也极大地激励我努力上进。

感谢我的室友梅名宣同学，感谢她协助我解决了课题研究中遇到的一个数学问题。感谢陪我一同进入实验室做毕业设计的马艺菽同学，我们互相激励，潜心研究，愉快地学习。感谢实验室的师兄师姐们，感谢他们的接纳与照顾，祝愿他们在今后的工作和生活中都一切顺利。

感谢学院教师对我的专业知识与技能的培养，感谢辅导员对我的思想与心态的指导。尤其感谢伍前红教授、全绍辉老师和刘兴春老师对我以往研究项目的指导，并且作为推荐人助我申请到理想的研究生院校。

最后，感谢我的家人，是他们对我的包容和支持让我顺利地完成学业，祝愿他们身体健康、生活幸福。



参考文献

- [1] Z. Xiao. Suboptimal Spatial Diversity Scheme for 60 GHz Millimeter-Wave WLAN[J]. IEEE Communications Letters, 2013, 17(9): 1790-1793.
- [2] S. K. Yong, P. Xia, and A. Valdes-Garcia, 60GHz Technology for Gbps WLAN and WPAN: from Theory to Practice[M]. Wiley, 2011:1-116.
- [3] J.-B. Wang, M. Chen, X. Wan, and C. Wei. Ant-colony-optimization based scheduling algorithm for uplink CDMA nonreal-time data[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2009, 58(1): 231-241.
- [4] J. Wang, Q. Su, M. Chen, and X. Song. A dynamic region based limited feedback scheme for efficient power allocation in OFDM systems[J]. IEEE Communications Letters, 2013, 17(11): 2036-2039.
- [5] J. Wu, G. Wang, and Y. Zheng. Energy efficiency and spectral efficiency tradeoff in type-I ARQ systems[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2014, 32(2): 356-366.
- [6] G. Wang, J. Wu, and Y. R. Zheng. An accurate frame error rate approximation of coded diversity systems with non-identical diversity branches[A]. IEEE International Conference on Communications (ICC) [C]. IEEE, 2014: 5312-5317.
- [7] R. C. Daniels, J. N. Murdock, T. S. Rappaport, and R. W. Heath. 60 GHz wireless: up close and personal[J]. IEEE Microwave Magazine, 2010, 11(7): 44-50.
- [8] K.-C. Huang and Z. Wang. Millimeter Wave Communication Systems[M]. Wiley-IEEE Press, 2011, 29: 1-62.
- [9] M. Park, C. Cordeiro, E. Perahia, and L. L. Yang. Millimeter-wave multi-gigabit WLAN: challenges and feasibility[A]. IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications[C]. Cannes: IEEE, 2008: 1-5.
- [10] E. Perahia, C. Cordeiro, M. Park, and L. L. Yang. IEEE 802.11 ad: defining the next generation multi-Gbps Wi-Fi[A]. IEEE Consumer Communications and Networking Conference (CCNC) [C]. IEEE, 2010: 1-5.
- [11] M. Park and P. Gopalakrishnan. Analysis on spatial reuse and interference in 60-GHz wireless networks[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2009, 27(8): 1443-1452.
- [12] Z. Xiao, L. Bai, and J. Choi. Iterative joint beamforming training with constant-amplitude phased arrays in millimeter-wave communications[J]. IEEE Communications Letters, 2014, 18(5): 829-832.
- [13] Z. Xiao, X.-G. Xia, D. Jin, and N. Ge. Multipath grouping for millimeter-wave communications[A]. IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM) [C]. IEEE, 2013: 3378-3383.
- [14] J. Wang, Z. Lan, C. Pyo, T. Baykas, C. Sum, M. Rahman, J. Gao, R. Funada, F. Kojima, and H. Harada. Beam codebook based beamforming protocol for multi-Gbps millimeter-wave WPAN systems[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2009, 27(8): 1390-1399.



- [15] J. Wang, Z. Lan, C. Sum, C. Pyo, J. Gao, T. Baykas, A. Rahman, R. Funada, F. Kojima, and I. Lakkis. Beamforming codebook design and performance evaluation for 60GHz wideband WPANs[A]. Vehicular Technology Conference Fall (VTC 2009-Fall) [C]. IEEE, 2009: 1-6.
- [16] B. Li, Z. Zhou, W. Zou, X. Sun, and G. Du. On the efficient beamforming training for 60GHz wireless personal area networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2013, 12(2): 504-515.
- [17] David TSe, Pramod Viswanath. Fundamentals of Wireless Communication[M]. Cambridge University Press, 2004: 342-359.
- [18] (美) 谢 (David TSe), (美) 维斯瓦纳斯 (Pramod Viswanath) 著, 李镝等译. 无线通信基础[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2007: 213-225.
- [19] IEEE 802.15.3c, IEEE standard for information technology–telecommunications and information exchange between systems–local and metropolitan area networks–specific requirements–part 15.3: wireless medium access control (MAC) and physical layer (PHY) specifications for high rate wireless personal area networks (WPANs) amendment 2: millimeter-wave-based alternative physical layer extension[S]. New York: IEEE Computer Society, 2009.
- [20] IEEE 802.11ad, IEEE standard for information technology – telecommunications and information exchange between systems – local and metropolitan area networks – specific requirements–part 11: Wireless lan medium access control (MAC) and physical layer (PHY) specifications amendment 3: Enhancement TS for very high throughput in the 60 GHz band[S]. IEEE Std 802.11ad-2012 (Amendment to IEEE Std 802.11-2012, as amended by IEEE Std 802.11ae-2012 and IEEE Std 802.11aa-2012), 2012.
- [21] Bin Li, Zheng Zhou, Weixia Zou, Xuebin Sun, et al. On the Efficient Beam-Forming Training for 60GHz Wireless Personal Area Networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2013,12(2): 504-515.
- [22] Bin Li, Zheng Zhou, Haijun Zhang, Nallanathan, A. Efficient Beamforming Training for 60-GHz Millimeter-Wave Communications: A Novel Numerical Optimization Framework[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2014, 63(2): 703-717.
- [23] T. He, Z. Xiao. Suboptimal Beam Search Algorithm and Codebook Design for Millimeter-Wave Communications[J]. Mobile Networks and Applications, 2015, 20(1): 86-97.
- [24] Junyi Wang, Zhou Lan, Chin-Sean Sum, Chang-Woo Pyo, Jing Gao, et al. Beamforming Codebook Design and Performance Evaluation for 60GHz Wideband WPANs[A]. Vehicular Technology Conference Fall (VTC 2009-Fall) [C]. IEEE, 2009: 1,6, 20-23.
- [25] S. Orfanidis. Electromagnetic Waves and Antennas[M]. Rutgers University, 2014: 927-930.

附录 A TS 算法的核心程序

```
NextID = 1;
basis = zeros(N,1);
for iter = 1: (log(N)./log(3))
    codebook = DFT_AWV(3^iter);
    wr1 = [codebook(:,(3*NextID-2));zeros((N - 3^iter),1)];
    wr2 = [codebook(:,(3*NextID-1));zeros((N - 3^iter) ,1)];
    wr3 = [codebook(:,(3*NextID));zeros((N - 3^iter) ,1)];
    y1 = wr1' * H * wt;
    y2 = wr2' * H * wt;
    y3 = wr3' * H * wt;
    energy1 = abs(y1)^2;
    energy2 = abs(y2)^2;
    energy3 = abs(y3)^2;
    RecordID(iter) = NextID;
    if (energy1 == max(max(energy1,energy2),energy3))
        NextID = 3 * NextID - 2;
        RecEnergy(iter) = energy1;
    elseif (energy2 == max(max(energy1,energy2),energy3))
        NextID = 3 * NextID - 1;
        RecEnergy(iter) = energy2;
    else
        NextID = 3 * NextID;
        RecEnergy(iter) = energy3;
    end
end
end
```

附录 B BST 算法的核心程序

以下程序代码为绘制图 3.4 之用。

```
NextID = 1;

basis = zeros(N,1);

iter = 1;

codebook = DFT_AWV(2^iter);

wr1 = [codebook(:,(2*NextID));zeros((N - 2^iter),1)];

wr2 = [codebook(:,(2*NextID-1));zeros((N - 2^iter) ,1)];

y1 = wr1' * H * wt;

y2 = wr2' * H * wt;

energy1 = abs(y1)^2;

energy2 = abs(y2)^2;

if energy1 >= energy2

    NextID = 2 * NextID;

    RecEnergy(iter) = energy1;

    threshold = energy1;

else

    NextID = 2 * NextID - 1;

    RecEnergy(iter) = energy2;

    threshold = energy2;

end

for iter = 2: log2(N)

    codebook = DFT_AWV(2^iter);

    wr1 = [codebook(:,(2*NextID));zeros((N - 2^iter),1)];

    y1 = wr1' * H * wt;

    energy1 = abs(y1)^2;
```



```
wr2 = [codebook(:,(2*NextID-1));zeros((N - 2^iter),1)];  
y2 = wr2' * H * wt;  
energy2 = abs(y2)^2;  
if energy1 >= 1.8*threshold  
    NextID = 2 * NextID;  
    threshold = energy1;  
    RecEnergy(iter) = energy1;  
elseif energy1 <= 0.7*threshold  
    NextID = 2 * NextID - 1;  
    threshold = 1.8*threshold;  
    RecEnergy(iter) = energy2;  
else  
    if energy1 >= energy2  
        NextID = 2 * NextID;  
        threshold = energy1;  
        RecEnergy(iter) = energy1;  
    else  
        NextID = 2 * NextID - 1;  
        threshold = energy2;  
        RecEnergy(iter) = energy2;  
    end  
end  
end
```



附录 C 码本波束覆盖关系的实现

以下程序代码为绘制图 3.2 之用。

```
function W = DFT_AWV(N)

W = zeros(N,N);

w = exp(-1j*pi);

for k=1:N

    W(:,k) = w.^((1-(2*k-1)/N)*(0:N-1)')/sqrt(N);

end

clc

clear all

close all

theta = -pi : .001 * pi : pi - .001*pi;

antenna_N1 = 4;

pattern_N1 = antenna_N1 * 1;

m1 = [0 : antenna_N1-1]';

codebook = DFT_AWV(antenna_N1);

for x = 1 : pattern_N1

    for i = 1: length(theta)

        tmp1(:,i)= codebook(:,x) .* exp(j * pi .* m1 * cos(theta(i)));

    end

    pointer1(x,:) = sum(tmp1);

    [num1,index1] = max(abs(pointer1(x,:)));

    yy1(x) = theta(index1)./pi*180;

end

antenna_N2 = 8;
```



```
pattern_N2 = antenna_N2 * 1;  
m2 = [0 : antenna_N2-1]';  
codebook = DFT_AWV_En(antenna_N2,1);  
for x = 1 : pattern_N2  
    for i = 1: length(theta)  
        tmp2(:,i)= codebook(:,x) .* exp(j * pi .* m2 * cos(theta(i)));  
    end  
    pointer2(x,:) = sum(tmp2);  
    [num2,index2] = max(abs(pointer2(x,:)));  
    yy2(x) = theta(index2)./pi*180;  
end  
  
polar(theta, abs(pointer2(5,:)),'r')  
hold on  
polar(theta, abs(pointer2(6,:)),'g')  
hold on  
polar(theta, abs(pointer1(3,:)),'b')  
hold on
```