Rimozione di rumore sinusoidale da un segnale audio

Progetto per il corso Elaborazione Numerica dei Segnali, 2014 - 2015

Michele Polese, 1100877

21 gennaio 2015

1 Introduzione

In questa relazione viene descritta un procedura per identificare e filtrare rumore sinusoidale da un segnale audio - in particolar modo dal parlato - e l'implementazione della stessa in MATLAB®. L'obiettivo è di rimuovere con precisione le componenti sinusoidali e operare in real-time, senza degradare la qualità della restante parte del segnale. Nella prima sezione è introdotto il metodo iterativo utilizzato per identificare sinusoidi utilizzando la *Discrete Fourier Transform* (DFT), segue poi la descrizione dei filtri notch impiegati per rimuovere il rumore. Nella terza sezione viene riportata l'implementazione del sistema real-time in MATLAB®, con alcune considerazioni sui risultati raggiunti.

2 Rilevazione delle componenti sinusoidali

Il file audio da elaborare contiene un segnale a frequenza di campionamento $F_s = 16$ KHz del tipo $x(nT) = s(nT) + \sum_{i=1}^{n} z_i(nT)$, dove $s(nT)$ è il segnale utile e $z_i(nT) = A_0 \cos(2\pi f_i nT)(\mathrm{u}(nT) - \mathrm{u}((n-n_0)T))$ un rumore sinusoidale. Per rendere la procedura più generale possibile non vengono fatte assunzioni preliminari sull'intervallo di frequenze del rumore, sul numero di seni presenti e sul loro istante d'attacco.
Per rilevare le componenti sinusoidali in un segnale si effettua un'analisi frequenziale del segnale. Calcolando la trasformata di Fourier su un segnale sinusoidale discreto di tipo $n_i(nT) = A_0 \cos(2\pi f_i nT)$ si ottiene

$$N_i(e^{j\theta}) = \frac{A_0}{2T}(\delta(\theta - \theta_i) + \delta(2\pi - \theta_i - \theta)) \tag{1}$$

con $\theta_i = 2\pi f_i T$.
Tuttavia per via della finestratura $z_i(nT) = n(nT)(\mathrm{u}(nT) - \mathrm{u}((n-n_0)T))$ che viene effettuata sul segnale (sia perché le componenti in analisi hanno una durata limitata, sia perché viene considerata solo una porzione del segnale per volta) si ha una convoluzione in frequenza. In particolar modo, data $w_r(nT) = \mathrm{u}(nT) - \mathrm{u}((n-n_0)T)$ e la sua trasformata $W(e^{j\theta}) = /sinc(\theta)$ si ottiene che l'effettiva rappresentazione del segnale sinusoidale nel dominio della trasformata di Fourier è:

$$Z_i(e^{j\theta}) = W(e^{j\theta}) * N_i(e^{j\theta}) = \frac{A_0}{2T}(W(\theta - \theta_i) + W(2\pi - \theta_i - \theta)) \tag{2}$$

Pertanto dato il segnale $x(nT) = s(nT) + \sum_{i=1}^{n} z_i(nT)$, somma del parlato $s(nT)$ con trasformata di Fourier $S(e^{j}\theta)$ e di n componenti sinusoidali finestrate $z_i(nT)$ a frequenza f_i, la trasformata di Fourier che si ottiene è:

$$X(e^{j\theta}) = S(nT) + \sum_{i=1}^{n} Z_i(e^{j\theta}) \tag{3}$$

Inoltre in un calcolatore si utilizza la DFT del segnale, ovvero sia la versione campionata della precedente trasformata.
Tutto questo può essere evidenziato nella Figura 1, che riporta la DFT calcolata con MATLAB® di 250 ms di segnale audio con il parlato e 3 componenti sinusoidali di frequenza $f_1 = 1300$ Hz, $f_2 = 2600$ Hz, $f_3 = 3800$ Hz.

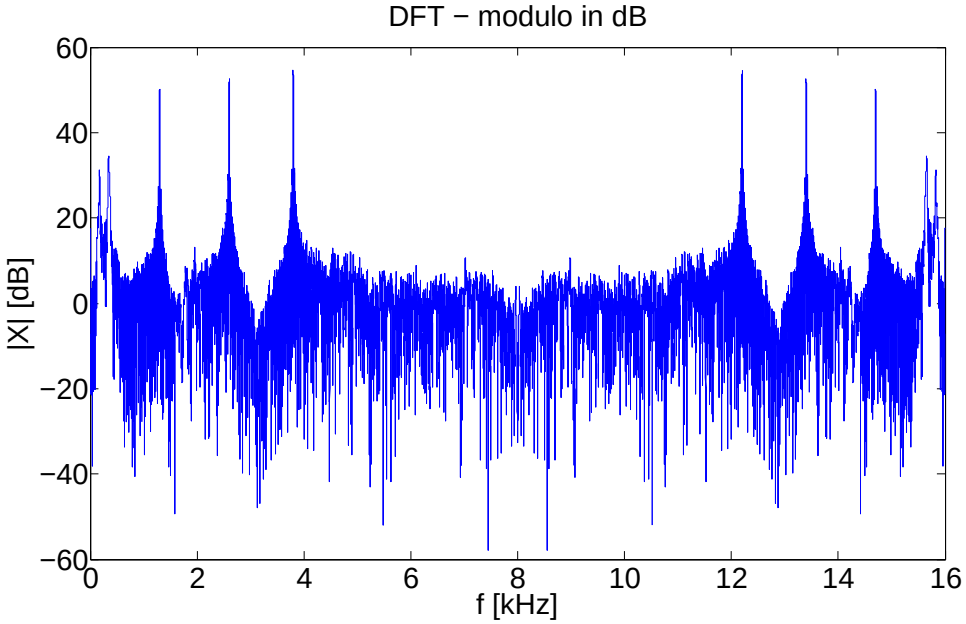


Figura 1: DFT di 250 ms di segnale con rumore a frequenza $f_1 = 1300$ Hz, $f_2 = 2600$ Hz, $f_3 = 3800$ Hz

La prominenza della rappresentazione in frequenza di un seno sulla parte utile del segnale è ciò che consente di identificare le componenti sinusoidali in modo automatico. Data la DFT del segnale, si possono cercare i massimi per le frequenze da 0 a $F_s/2$. Le frequenze corrispondenti saranno quelle dei seni da rimuovere. Tuttavia, nel momento in cui si opera in real-time non si possono fare assunzioni sul numero di seni presenti in un dato momento, quindi sul numero di massimi da considerare. La strategia adottata pertanto deve tenere conto di questo fattore. Di seguito si propone lo pseudocodice (1) che descrive l'algoritmo.

Algorithm 1 Procedura per rilevare rumore sinusoidale

procedure
    dato $x(nT)$, segnale d'ingresso con
    F_s frequenza di campionamento
    applica una finestra triangolare, ottenendo $y(nT)$
    definisce una soglia R
    calcola $X(e^{j\theta}) = \mathrm{DFT}(x(nT))$
    calcola $Y(e^{j\theta}) = \mathrm{DFT}(y(nT))$
    while $\max_{\theta\in[0,\pi]}(|Y(e^{j\theta})|) > R$ **do**
        $f_j = \frac{F_s}{2\pi} \arg\max_{\theta\in[0,\pi]}(|Y(e^{j\theta})|)$
        filtra la componente sinusoidale a frequenza f_j in $X(e^{j\theta})$ e $Y(e^{j\theta})$
    $out(nT) = \mathrm{IDFT}(X(e^{j\theta}))$

In questo modo si riescono a identificare tutti i picchi più alti della soglia R, senza assunzioni preliminari sul numero di componenti sinusoidali presenti in un dato istante. L'approccio iterativo della procedura è ispirato all'articolo [1], in cui si propone un metodo per isolare componenti sinusoidali da un rumore bianco. In questa versione tuttavia lo scopo è eliminare le componenti sinusoidali rumorose dal parlato, che non ha una caratterizzazione statistica come il rumore bianco, pertanto non è stata ricavata una formulazione analitica per la soglia R. Questa è infatti costante e viene impostata applicando l'algoritmo su diversi campioni audio (solo parlato, parlato e componenti sinusoidali) e identificando quale valore consente di discriminare le sinusoidi del rumore dalle fondamentali della voce nella maggiorparte dei casi. Queste ultime sono infatti sinusoidi, se osservate in un intervallo sufficientemente breve, ma di ampiezza inferiore rispetto a quella del rumore da eliminare, che tende a saturare e quindi raggiungere il massimo valore rappresentabile.
L'utilizzo di una finestra triangolare consente di abbassare i picchi laterali dei seni, in questo modo lo *spectral leackage* diminuisce e aumenta la differenza in ampiezza tra i picchi che rappresentano un seno e quelli che rappresentano le fondamentali della voce. Si possono quindi usare soglie R più basse, identificando il rumore sinusoidale anche quando si sta sviluppando e non è in saturazione. Inoltre l'utilizzo della finestra triangolare consente di distinguere eventuali seni con frequenze vicine.

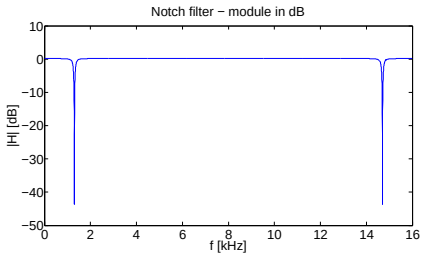
3 Filtri Notch IIR del second'ordine

Per rimuovere le componenti sinusoidali dal segnale utile sono stati utilizzati dei filtri notch IIR del second'ordine. Ciascun filtro ha risposta in frequenza

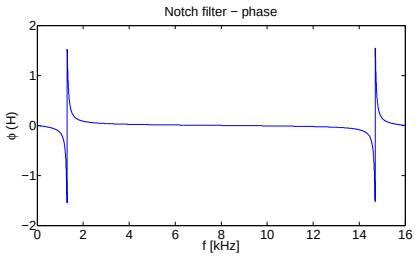
$$H_j(e^{j\theta}) = b_0 \frac{1 - 2\cos\theta_0 e^{-j\theta} + e^{-j2\theta}}{1 - 2r\cos\theta_0 e^{-j\theta} + r^2 e^{-j2\theta}} \tag{4}$$

dove $\theta_0 = 2pif_j/F_s$, $r = (1 - \Delta\theta_{3dB}/2)$, con f_j frequenza da filtrare e F_s frequenza di campionamento, $b_0 = 1$
Nel file audio da analizzare le frequenze f_j a cui si sviluppano le componenti sinusoidali sono riportate in Figura 1. Modulo e fase dei singoli filtri applicati su ciascuna componente si possono vedere nelle Figure 2, 3, 4, mentre modulo e fase della cascata dei 3 filtri sono nelle Figure 5 e 6. Per ciascuno $\Delta\theta_{3dB} = 200$ Hz, $F_s = 16$ KHz.

La fase di questi filtri non è lineare, ma non è un requisito necessario per il filtraggio di segnali audio.

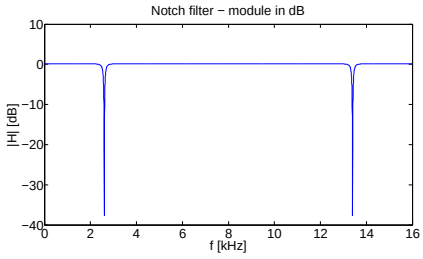


(a) Modulo

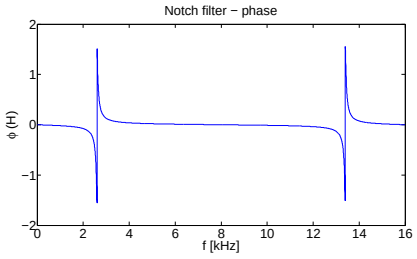


(b) Fase

Figura 2: Filtro notch per f = 1300 Hz

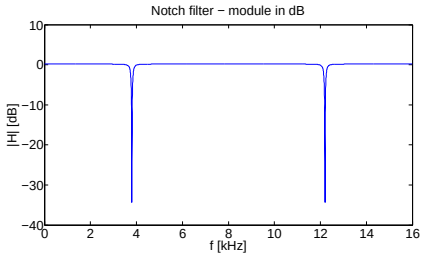


(a) Modulo

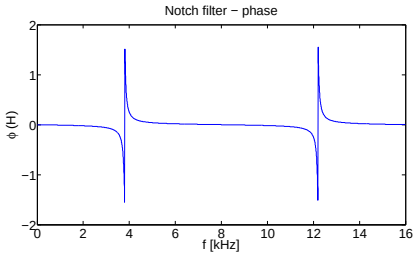


(b) Fase

Figura 3: Filtro notch per f = 2600 Hz



(a) Modulo



(b) Fase

Figura 4: Filtro notch per f = 3800 Hz

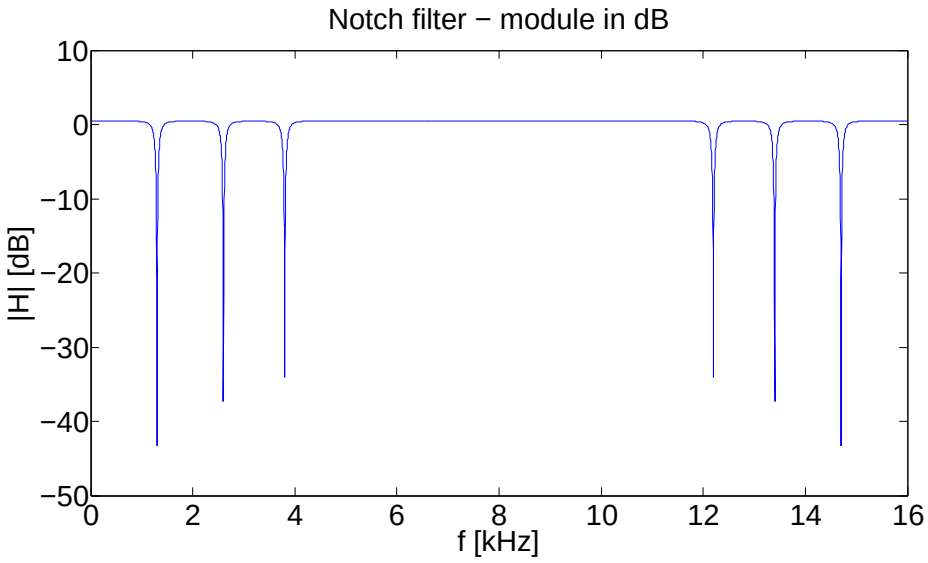


Figura 5: Modulo della cascata dei 3 filtri notch

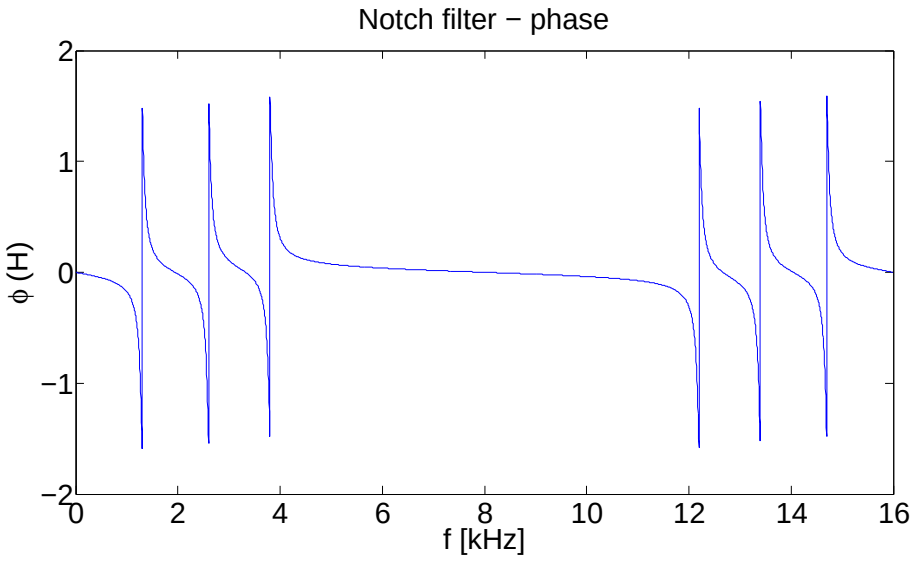


Figura 6: Fase della cascata dei 3 filtri notch

4 Implementazione in MATLAB®

L'implementazione dell'algoritmo 1 è stata realizzata in real-time grazie all'utilizzo del package `dsp` di MATLAB®. L'approccio seguito è quello di filtrare n campioni del segnale prima e riprodurre gli stessi in seguito, mentre si filtrano gli n successivi. Quindi in realtà è presente una latenza che è pari a n/F_s, con F_s frequenza di campionamento.
Di seguito il codice utilizzato, con `Main` che ha il compito di acquisire il segnale, filtrarlo e riprodurlo n campioni per volta. Il rilevamento dei rumori sinusoidali e l'effettivo filtraggio è svolto dal System Object `deleteSins`.
Durante lo sviluppo del codice sono state effettuate alcune osservazioni. Innanzitutto c'è un trade-off tra la qualità del segnale filtrato, le risorse computazionali richieste e la latenza ammessa. Con la procedura 1 si riescono ad isolare e filtrare le componenti sinusoidali, senza filtrare anche fondamentali della voce, con una latenza minima di 125 ms, ovvero sia è necessario utilizzare almeno 2000 campioni del segnale. Al di sotto di questa soglia il sistema funziona ma riconosce come seno anche qualche vocale, in particolar modo le "i".
Inoltre per identificare con precisione la frequenza delle sinusoidi è necessario introdurre uno *zero padding* nella DFT, ovvero sia aumentare la risoluzione frequenziale a cui questa è calcolata. Identificare correttamente la frequenza del seno è fondamentale per poter applicare un filtro a banda stretta, che quindi non penalizzi il parlato, ma che consenta di rimuovere completamente il rumore. Errori nell'ordine di qualche Hertz lasciano un rumore di fondo distinguibile.

```
% Main
% Questo codice acquisisce, elabora riproduce un file .wav in tempo reale.
% Inizializzazione
clear all;
clc;
close all;

fileName = 'segnale_107.wav';
saveTo = 'Polese_Michele.wav';
% Numero di campioni che vengono acquisiti
FrameSize = 2000;
% Inizializza l'oggetto che importa i campioni del file .wav
AR = dsp.AudioFileReader('Filename', fileName, 'SamplesPerFrame', FrameSize);
Fs = AR.SampleRate; % frequenza di campionamento

% Inizializza l'oggetto che riproduce i campioni
AP = dsp.AudioPlayer('SampleRate', Fs);
% Inizializza l'oggetto che  riconosce le componenti sinusoidali e filtra il
      segnale
iterativeSinsDel = deleteSins('Threshold', 120, 'Fs', Fs, 'SamplesPerFrame',
      FrameSize, 'notch_band', 200);
% Inizializza l'oggetto che registra il file audio su file
toFile = dsp.AudioFileWriter('Filename', saveTo, 'SampleRate', Fs);

% Vettore che registra il numero di componenti sinusoidali presenti
% contemporanemente
sinStartTimes = ones(1, Fs/FrameSize); % Fs/FrameSize  il numero massimo di
      iterazioni
% indice
count = 1;
% matrici per frequenze e ampiezze
ampl_freqs = zeros(3, 10*Fs/FrameSize, 2);
```

```
30
  while ~isDone(AR)
      % acquisizione di FrameSize campioni del segnale
      audioIn = step(AR);
      % filtraggio
35    [audioOut, nSins, amps] = step(iterativeSinsDel, audioIn);
      sinStartTimes(count) = nSins;
      ampl_freqs(:, count, 1) = amps(1, :);
      ampl_freqs(:, count, 2) = amps(2, :);
      % salva su file
40    step(toFile, audioOut);
      % riproduzione
      step(AP, audioOut);

      count = count + 1;
45 end

  % stampa frequenze e ampiezze dei seni. Si stampano i massimi per evitare di
  % rappresentare le ampiezze del transitorio
  disp(max(ampl_freqs, [], 2));
50
  % rilascia le risorse
  release(AR);
  release(AP);
  release(toFile);
55 release(iterativeSinsDel);
```

```
  classdef deleteSins < matlab.System & matlab.system.mixin.Propagates ...
          & matlab.system.mixin.CustomIcon
      % deleteSins Questo System Object viene usato per rilevare componenti
            sinusoidali
      % in un segnale, con una procedura iterativa.
 5
      properties (PositiveInteger, Nontunable)
          %Threshold
          % Specifica la soglia per rilevare la presenza di seni
          Threshold = 200
10
          %SampleRate
          % Frequenza di campionamento
          Fs = 16000

15        %SamplesPerFrame
          % Campioni analizzati ad ogni iterazione
          SamplesPerFrame = 4000

          %Notch band
20        % Banda del filtro ai 3 dB
          notch_band = 200;
      end

      properties (Access = private)
25        % Alcune variabili che saranno inizializzate in seguito
          NFFT = 0;
          f;
          window;
          numbSins;
30        r;
      end
```

```
    properties (DiscreteState)
        % Stato dell'oggetto, viene inizializzato in seguito
        State;
    end

    methods
        % Costruttore
        function obj = deleteSins(varargin)
            setProperties(obj,nargin,varargin{:});
        end
    end

    methods (Access = protected)
        %% Funzioni comuni
        function setupImpl(obj,~)
            % Azioni che vengono compiute una sola volta, quando l'oggetto
            % viene inizializzato
            obj.State = zeros(obj.SamplesPerFrame, 1);
            obj.NFFT = 16*2^nextpow2(obj.SamplesPerFrame); % zero padding
            obj.f = obj.Fs*linspace(0, 1, obj.NFFT); % vettore delle
                frequenze
            obj.window = triang(obj.SamplesPerFrame); % finestra triangolare
            % calcola i parametri del notch che non dipendono dalla
            % frequenza da eliminare
            delta = pi*obj.notch_band/(2*obj.Fs);
            obj.r=1-delta;
        end

        function [out, nSins, amp_freq] = stepImpl(obj,x)
            % Funzione che viene eseguita ad ogni iterazione. Riconosce le
            % componenti sinusoidali e le filtra.

            y = obj.window.*x; % applica la finestra triangolare
            % calcola la FFT del segnale originale e di quello finestrato
            X = fft(x, obj.NFFT);
            Y = fft(y, obj.NFFT);

            % vettore in cui saranno salvate frequenza (prima riga) e
            % ampiezze (seconda riga)
            amp_freq = zeros(2, 3);
            % scala il vettore delle frequenze a valori superiori a Fs, in
            % questo modo quando si va a riordinare la matrice il seno di
            % frequenza inferiore sarà sempre il primo
            amp_freq(1, :) = obj.Fs + 1;

            % Calcola il massimo dello spettro del segnale
            [R, index] = max(abs(Y(1:length(Y)/2)));
            obj.numbSins = 0;
            while(R > obj.Threshold) % se supera la soglia data
                % trova la frequenza corrispondente
                fm = obj.f(index);

                obj.numbSins = obj.numbSins + 1;
                amp_freq(1, obj.numbSins) = fm; % si considera per il valore
                    del massimo
                                                % il segnale non finestrato
                amp_freq(2, obj.numbSins) = (abs(X(index))*2/(obj.
                    SamplesPerFrame));

                % calcola i parametri del filtro notch
```

```
                    b1 = -2*cos(2*pi*fm/obj.Fs);
                    b = [1 b1 1];
                    a2=obj.r^2; a1 = obj.r*b1;
                    a= [1 a1 a2];
                    % e il filtro notch
                    [N1, ~]=freqz(b, a, obj.NFFT, 'whole', obj.Fs);

                    % filtra X, Y
                    X = N1 .* X;
                    Y = N1 .* Y;

                    % ricalcola R
                    [R, index] = max(abs(Y(1:length(Y)/2)));
                end

                % ottieni il segnale filtrato con ifft
                out_compl = ifft(X);
                % e aggiungi il residuo dell'iterazione precedente (dovuto a
                % zero packing e finestratura)
                out = out_compl(1:length(x)) + obj.State;
                % salva l'attuale residuo nel vettore di stato
                obj.State = out_compl(length(x) + 1:2*length(x));
                % e ritorna il numero di seni trovati
                nSins = obj.numbSins;

                % riordina la matrice amp_freq secondo la riga delle frequenze
                [~,I]=sort(amp_freq(1,:));
                amp_freq=amp_freq(:,I);
                % elimina i valori non validi
                amp_freq(amp_freq == obj.Fs + 1) = nan;
            end

            function resetImpl(obj)
                % Resetta lo stato
                obj.State = zeros(obj.SamplesPerFrame, 1);
            end

            % vengono di seguito omesse funzioni ereditate dal generico
            % System Object di MATLAB che non sono state modificate
        end
end
```

5 Risultati

Sono state effettuate numerose prove per tarare al meglio i parametri del System Object `deleteSins`. Alla fine nel codice di cui sopra si è raggiunto un compromesso tra risorse computazionali allocate, latenza e qualità del segnale filtrato che consente di rimuovere il rumore sinusoidale pur operando con una latenza ridotta. A titolo esemplificativo, il risultato del filtraggio sul campione di Figura 1 è presente in Figura 7. Come si può osservare le componenti sinusoidali sono state ridotte di circa 40 dB. Resta un rumore di fondo, dovuto al fatto che si è scelta una larghezza di banda ai 3 dB $\Delta\theta_{3dB} = 200$ Hz, per non penalizzare eccessivamente il segnale utile, e che si opera in real-time, quindi si ha a disposizione un numero di campioni limitato per effettuare l'analisi in frequenza.
Nel complesso il file audio da analizzare presenta le componenti sinusoidali specificate nella tabella 1.

Frequenza [KHz]	1.3	2.6	3.8
Ampiezza	0.178	0.2203	0.2675
Istante d'attacco [s]	3	5	6

Tabella 1: Componenti sinusoidali nel file audio

Si rimanda al file .wav allegato per i risultati del filtraggio sul segnale completo.

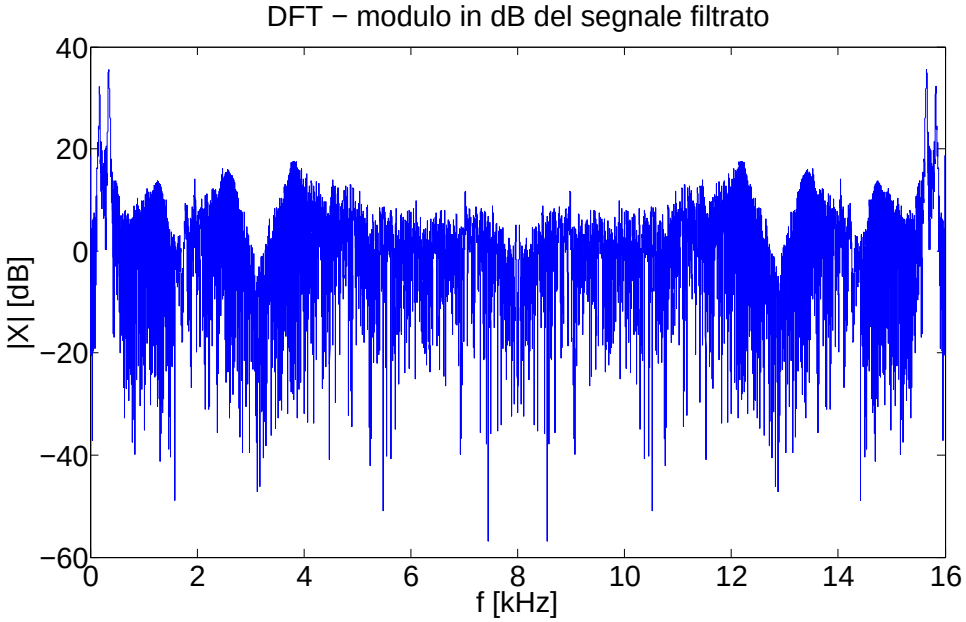


Figura 7: DFT di 250 ms di segnale filtrato

6 Conclusioni

In questa relazione è stata introdotta una procedura per riconoscere e filtrare in tempo reale un rumore sinusoidale da un segnale utile che rappresenta del parlato. Sono stati descritti l'algoritmo, il tipo di filtro utilizzato e l'implementazione in MATLAB®. Infine si è mostrato come la rimozione delle componenti sinusoidali sia efficace, pur mantenendo la latenza ridotta.

Riferimenti bibliografici

1] G.T. Zhou, M.Z. Ikram, *Unsupervised detection and parameter estimation of multi-component sinusoidal signals in noise*, Signals, Systems and Computers, Conference Record of the Thirty-Fourth Asilomar Conference on, Vol 2, pagine 842 - 846, ottobre 2000