

CR DYNAMIQUE DES SYSTÈMES ET SIMULATION

ANNÉE UNIVERSITAIRE : 2023- 2024

Sous la supervision de :
Lydie NOUVELIERE



Préparé par :

Abdelhay LOUAKI

Table des matières

I.	Résumé :.....	3
II.	Introduction :.....	3
III.	Simulation Modèle Cinématique	4
i.	Résultats de la simulation en modèle cinématique:	5
ii.	Etude de comportement du modèle cinématique	5
IV.	Modèle Linéaire	6
i.	Résultats de la simulation en modèle linéaire :.....	7
ii.	Etude de comportement du modèle linéaire	7
V.	Modèle linéaire en régime circulaire uniforme.....	8
i.	Résultats de la simulation en modèle linéaire circulaire uniforme:	9
ii.	Etude de comportement du modèle linéaire en régime circulaire uniforme	9
VI.	Simulation du modèle non linéaire	10
i.	Résultats de la simulation en modèle non linéaire :.....	11
ii.	Etude de comportement du modèle non linéaire.....	11
VII.	Etude comparative des modèles	12
i.	Etude comportementale dans le temps.....	12
	Analyse des Hypothèses	13

Liste des figures :

Figure 1 : Simulation de la vitesse de lacet du modèle cinématique	5
Figure 2 : Simulation de l'angle volant du modèle cinématique	5
Figure 3: Simulation de la position latérale du modèle cinématique	5
Figure 4: Simulation de la vitesse latérale du modèle linéaire.....	7
Figure 5 : Simulation de la vitesse de lacet du modèle linéaire	7
Figure 6 : Simulation de l'angle de lacet du modèle linéaire	7
Figure 7 : Simulation de la position latérale du modèle linéaire	7
Figure 8 : Simulation de la vitesse de lacet du modèle linéaire en régime circulaire uniforme.....	9
Figure 9 : Simulation de l'accélération latérale du modèle linéaire en régime circulaire uniforme.....	9
Figure 10: Simulation du positon latéral du modèle linéaire en régime circulaire uniforme.....	9
Figure 11 : Simulation de la vitesse latérale du modèle linéaire en régime circulaire uniforme.....	9
Figure 12 : simulation de la vitesse du lacet en modèle non linéaire.....	11
Figure 13 : simulation de l'accélération latérale en modèle non linéaire	11
Figure 14 : simulation de la position latérale en modèle non linéaire	11
Figure 15 : simulation de la vitesse latérale en modèle non linéaire	11
Figure 16: Vitesses du lacet sous différents modèles	12
Figure 17 : Position latérale sous différents modèles.....	12
Figure 18 : Vitesses du lacet sous différents modèles	12

I. Résumé :

J'ai réalisé une simulation de la dynamique d'un véhicule lors d'un changement de voie en utilisant plusieurs modèles linéarisés. J'ai évalué la pertinence de ces modèles en comparant leurs performances pour différentes conditions initiales. Mon objectif était de déterminer quel modèle représentait le mieux la dynamique réelle du véhicule par rapport au modèle non linéaire. J'ai ainsi pu évaluer les hypothèses linéaires que j'ai utilisées et en déduire les limites de validité de ces modèles pour la dynamique du véhicule lors d'un changement de voie. Les détails des différentes hypothèses linéaires ainsi que les résultats de la simulation et les analyses de performance des différents modèles sont présentés et analysés dans mon rapport.

II. Introduction :

Lorsqu'il s'agit de contrôler un système, je comprends que l'utilisation d'une commande est souvent essentielle pour atteindre les performances souhaitées. Cependant, avant de pouvoir appliquer une commande, il est crucial de comprendre la dynamique du système à contrôler. Ce principe est particulièrement important dans le contexte des voitures, où une commande efficace peut améliorer à la fois la sécurité et le confort de conduite.

Dans ce rapport, je me concentre sur la modélisation de la dynamique des voitures lors d'un changement de voie. J'utilise MATLAB pour simuler et comparer différents modèles dynamiques. Mon objectif est d'étudier les hypothèses de linéarisation de ces modèles et d'analyser les résultats de leur simulation en termes d'étude temporelle. Enfin, je vais interpréter ces résultats afin de déterminer les avantages et les limites de chaque modèle.

Le rapport est divisé en plusieurs parties. Tout d'abord, je décris les différents modèles que j'ai utilisés pour la modélisation, en discutant de leurs hypothèses de linéarisation et des résultats obtenus lors de leur simulation. Ensuite, je conclus en analysant les avantages et les limites de chaque modèle.

Pour réaliser ces simulations, j'ai utilisé un chemin commun à toutes les vitesses, qui consiste en une ligne droite de 5 m suivie d'un changement de voie sur 200 m. L'amplitude de l'angle de direction permettant le déplacement latéral est de 3,5 m à la fin du changement de voie. Les angles de direction sont calculés à partir d'un sinus avec une période spécifique pour chaque vitesse, en respectant une fréquence de rotation admissible pour un conducteur. J'ai utilisé les mêmes angles de direction pour tous les modèles simplifiés afin de pouvoir comparer leurs résultats.

III. Simulation Modèle Cinématique

Le premier modèle est le plus simple à modéliser. Tout d'abord le gabarit du véhicule est approximé à l'aide du modèle bicyclette, on n'aura donc que deux degrés de liberté. Cela va donc simplifier nos calculs. D'après la thèse Sébastien Glaser, la vitesse latérale, l'angle de lacet et l'angle de roulis sont nuls. Il nous reste donc à déterminer la position latérale ainsi que la vitesse de lacet. Ces paramètres sont donnés par les équations suivantes :

- L'angle de dérive du centre de gravité est défini par :

$$\Delta_G(t) = \arctan \left(\frac{V_y(t)}{V_x(t)} \right)$$

- La loi des sinus dans le triangle DAG donne :

$$\frac{\sin (\beta_v(t) - \Delta_G(t))}{L_f} = \frac{\sin (\pi/2 - \beta_v(t))}{R}$$

- La vitesse de lacet est égale à la vitesse angulaire du véhicule :

$$\Psi(t) = \frac{V(t)}{R}$$

- Avec les équations précédentes, on obtient :

$$\Psi(t) = \frac{V_x(t)}{L} \tan (\beta_v(t)) \cos (\Delta_G(t))$$

- La trajectoire du véhicule est décrite par ses coordonnées $X_G(t)$ et $Y_G(t)$ de son centre de gravité dans un repère RO^2 . La dérivée de la position latérale est :

$$\dot{Y}_G(t) = V(t) \sin (\Psi(t) + \Delta_G(t))$$

Les équations décrivant la dynamique latérale pour le modèle cinématique sont donc :

$$\begin{aligned} \dot{\Psi}(t) &= \frac{V_x(t)}{L} \tan (\beta_v(t)) \\ \dot{y}_G(t) &= V_x(t) \sin (\Psi(t)). \end{aligned}$$

i. Résultats de la simulation en modèle cinématique:

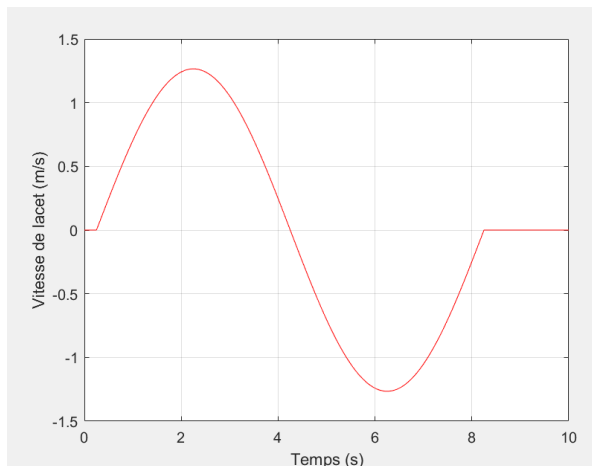


Figure 1 : Simulation de la vitesse de lacet du modèle cinématique

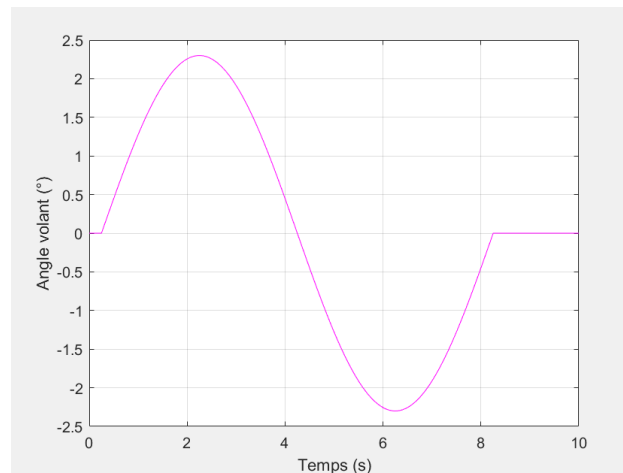


Figure 2 : Simulation de l'angle volant du modèle cinématique

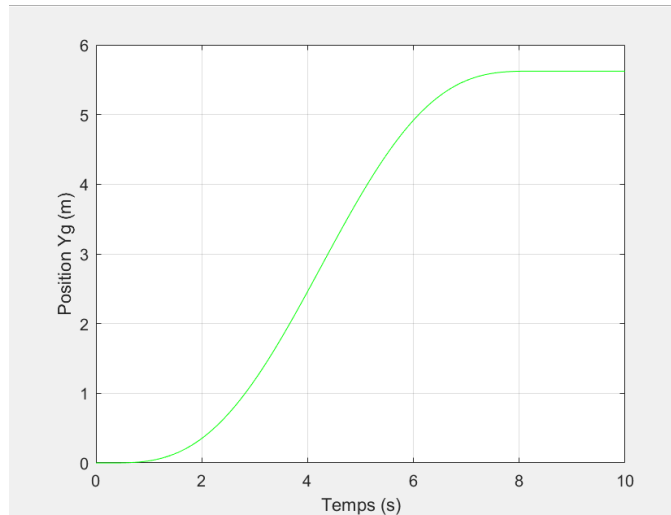


Figure 3: Simulation de la position latérale du modèle cinématique

ii. Etude de comportement du modèle cinématique

La simulation génère quatre graphiques distincts qui illustrent comment ces paramètres évoluent avec le temps. Ces graphiques peuvent aider à comprendre comment le véhicule se comporterait dans différentes conditions de conduite.

IV. Modèle Linéaire

La thèse de Nolwenn Monot décrit le comportement de la dynamique latérale d'un véhicule dans un modèle linéaire. Parmi les équations décrivant cette dynamique, trois équations sont non linéaires. Pour cela, on suppose d'abord que la vitesse de lacet est faible devant la vitesse longitudinale, et que les angles sont petits.

En simplifiant ces équations, on obtient la relation linéaire de la dérivée de l'angle de lacet, de la dérivée de la vitesse longitudinale, la dérivée de la position latérale ainsi que l'accélération latérale.

$$\begin{aligned}\ddot{\Psi} &= 2 \frac{L_f c_{yf}}{I_z} \beta_v(t) + 2 \frac{-L_f c_{yf} + L_r c_{yr}}{V_{x0} I_z} V_y(t) - 2 \frac{L_f^2 c_{yf} + L_r^2 c_{yr}}{V_{x0} I_z} \dot{\Psi}(t) \\ \dot{V}_y(t) &= 2 \frac{c_{yf}}{M_t} \beta_v(t) - 2 \frac{c_{yf} + c_{yr}}{M_t V_{x0}} V_y(t) + [2 \frac{-c_{yf} L_f + c_{yr} L_r}{M_t V_{x0}} - V_{x0}] \dot{\Psi}(t) \\ \dot{V}_G(t) &= V_{x0} \dot{\Psi}(t) + V_y(t) \\ \Gamma_t(t) &= 2 \frac{c_{yf}}{M_t} \beta_v(t) - 2 \frac{c_{yf} + c_{yr}}{M_t V_{x0}} V_y(t) + 2 \frac{-c_{yf} L_f + c_{yr} L_r}{M_t V_{x0}} \dot{\Psi}(t)\end{aligned}$$

Pour modéliser ces grandeurs physiques, deux solutions existantes. La première est de coder le système tel qu'il est écrit ci-dessus sur Matlab. La deuxième est d'utiliser la représentation d'état. $\dot{X} = AX + BU$.

Je vais utiliser les deux représentations, car, la première écriture permet d'utiliser les fonctions *ode* (fonction de Runge-Kutta). Ces fonctions sont les plus simples et les plus efficaces pour résoudre un système d'équations différentielles comme je l'ai ici. La deuxième écriture permet d'abord d'avoir une meilleure lecture du système. En effet, cette représentation met en évidence les entrées du système ainsi que ses variables d'états. Le second avantage de la représentation d'état, est l'utilisation de la fonction *ss* qui va simuler une représentation d'état du système. Il est plus simple de générer un diagramme de Bode avec la fonction *ss*, pour la représentation fréquentielle de notre système.

Pour simuler notre modèle, il nous reste à déterminer nos variables d'état ainsi que la ou les entrées du système.

Nos variables d'états seront :

$$X = [\Psi \ \dot{\Psi} \ V_y \ V_G]^T$$

La représentation d'état devient donc :

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \frac{L_f^2 c_{yf} + L_r^2 c_{yr}}{V_{x0} I_z} & 2 \frac{-L_f c_{yf} + L_r c_{yr}}{V_{x0} I_z} & 0 \\ 0 & 2 \frac{-c_{yf} L_f + c_{yr} L_r}{M_t V_{x0}} - V_{x0} & 2 \frac{c_{yf} + c_{yr}}{M_t V_{x0}} & 0 \\ V_{x0} & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \frac{L_f c_{yf}}{I_z} \\ 2 \frac{c_{yf}}{M_t} \\ 0 \end{bmatrix} \frac{U}{\lambda}$$

En entrée, j'ai qu'un seul paramètre, l'angle de du volant noté $\Theta_v(t) = \lambda \cdot \beta_v(t)$. Pour avoir une trajectoire réaliste, l'angle du volant est une période d'un sinus. La période du sinus est $T_{\Theta_v} = \frac{D_x}{V_{x0}}$. Avec D_x la distance parcourue lors du changement de voie. La fonction que je vais modéliser sera donc :

$$\begin{cases} \Theta_v(t) = \sin\left(\frac{2\pi t}{T_{\Theta_v}}\right), & \text{si } \frac{5}{V_{x0}} < t < \frac{D_x + 5}{V_{x0}} \\ \Theta_v(t) = 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

L'amplitude du signal est ajustée ensuite pour que le véhicule atteigne les 3.5 m.

i. Résultats de la simulation en modèle linéaire :

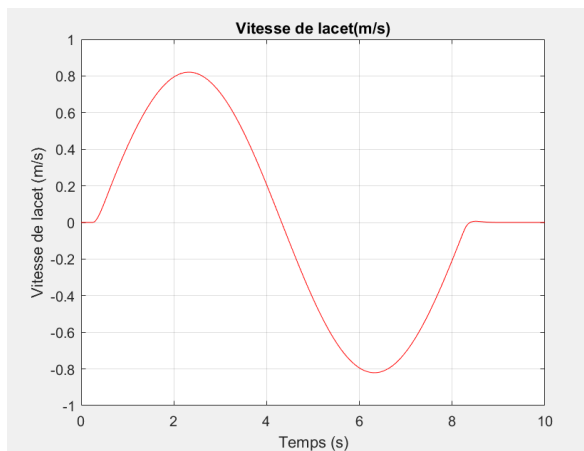


Figure 5 : Simulation de la vitesse de lacet du modèle linéaire

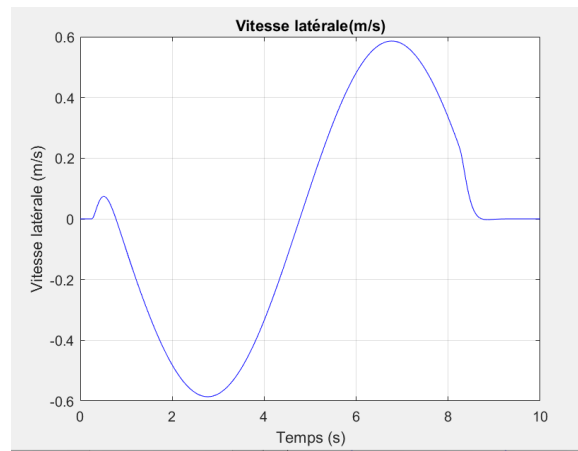


Figure 4: Simulation de la vitesse latérale du modèle linéaire

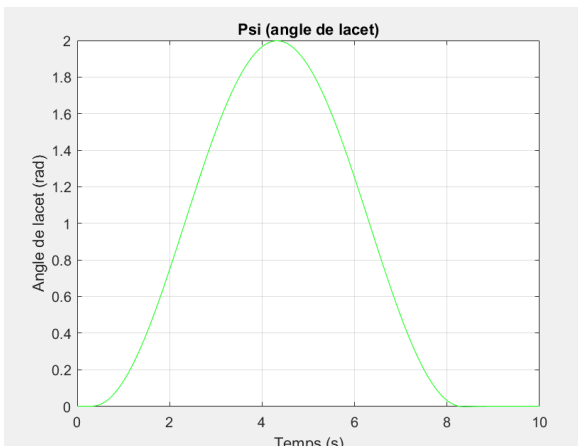


Figure 6 : Simulation de l'angle de lacet du modèle linéaire

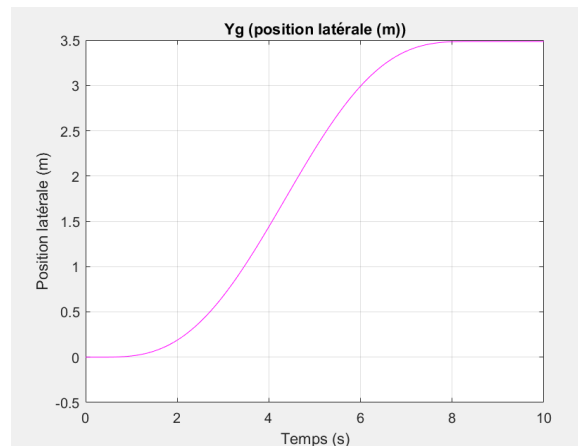


Figure 7 : Simulation de la position latérale du modèle linéaire

ii. Etude de comportement du modèle linéaire

D'après le modèle et les figures obtenues, le modèle utilise des variables d'état appropriées pour représenter la dynamique d'une voiture lors d'un changement de voie. Les figures de vitesse de lacet, vitesse latérale, angle de lacet et position latérale offrent des informations clés sur le comportement du véhicule dans cette situation spécifique.

V. Modèle linéaire en régime circulaire uniforme

Ce modèle simplifié se rapproche du modèle linéaire. En effet, nous allons garder les hypothèses précédentes, et supposer maintenant que le mouvement du véhicule est circulaire uniformément. Cela implique :

$$\ddot{\Psi}(t) = 0$$

La dynamique de lacet devient donc :

$$\dot{\Psi}(t) = \frac{\Gamma_t(t)}{Vx_0}$$

À l'aide de ces deux hypothèses, il devient donc possible d'exprimer directement l'accélération latérale en fonction de l'angle de braquage des roues.

$$\beta_v(t) = \left[M_t \left(\frac{L_r c_{yr} - L_f c_{yf}}{2L c_{yr} c_{yf}} \right) + \frac{L}{V^2_{x0}} \right] \Gamma_t(t)$$

Pour modéliser la position latérale, il faut exprimer les équations d'états. On choisit donc comme variable d'état :

$$X = \begin{bmatrix} \Gamma_t(t) \\ \dot{\Gamma}_t(t) \end{bmatrix}$$

La représentation d'état devient donc :

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1 \\ \left[M_t \left(\frac{L_r c_{yr} - L_f c_{yf}}{2L c_{yr} c_{yf}} \right) + \frac{L}{V^2_{x0}} \right] \\ 0 \end{bmatrix} u$$

L'entrée du système, ainsi que les paramètres nominaux du véhicule, sont les mêmes que pour le modèle précédent. Avec tous ces éléments, il est donc possible de simuler le modèle simplifié.

i. Résultats de la simulation en modèle linéaire circulaire uniforme:

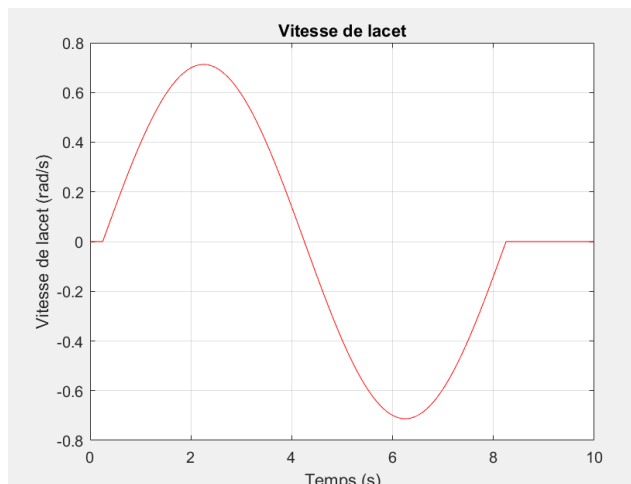


Figure 8 : Simulation de la vitesse de lacet du modèle linéaire en régime circulaire uniforme

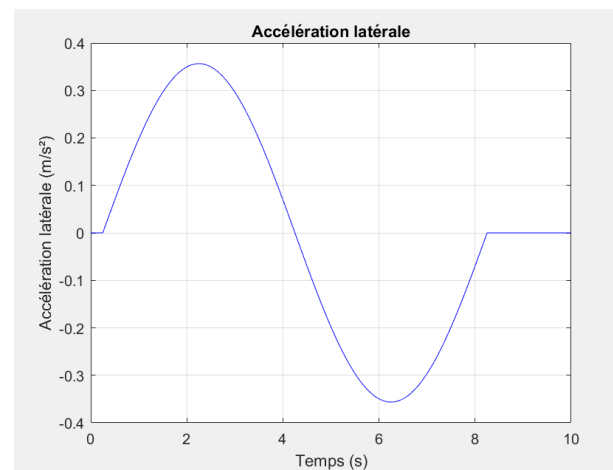


Figure 9 : Simulation de l'accélération latérale du modèle linéaire en régime circulaire uniforme

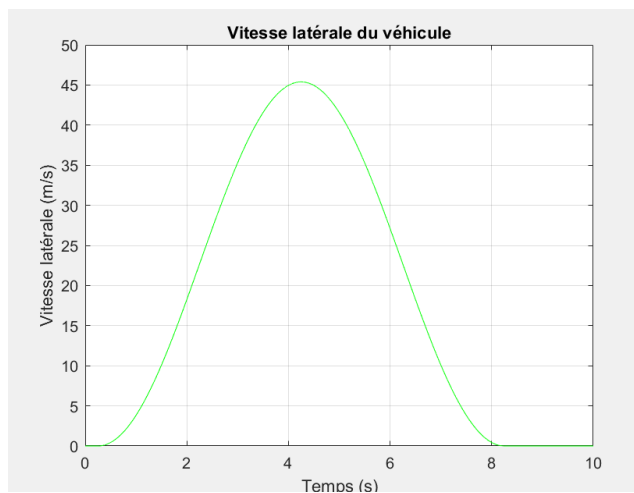


Figure 11 : Simulation de la vitesse latérale du modèle linéaire en régime circulaire uniforme

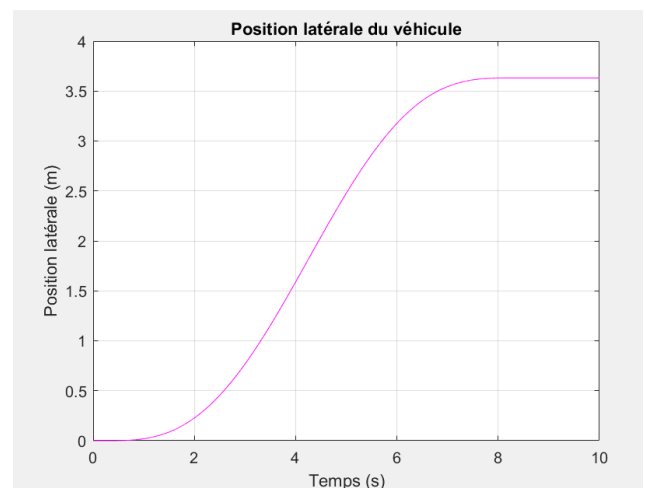


Figure 10: Simulation du position latérale du modèle linéaire en régime circulaire uniforme

ii. Etude de comportement du modèle linéaire en régime circulaire uniforme

Le modèle linéaire en régime uniforme semble représenter tout aussi bien la dynamique de la voiture que le modèle linéaire.

VI. Simulation du modèle non linéaire

Le modèle non linéaire (MNL) simule le comportement d'un véhicule en tenant compte des effets non linéaires tels que la raideur des pneus, la dynamique du véhicule et l'angle de braquage des roues.

Le modèle est basé sur les équations du mouvement d'un véhicule et prend en compte plusieurs paramètres, notamment la masse totale du véhicule, la répartition de la masse entre l'essieu avant et l'essieu arrière, le moment d'inertie, les distances entre le centre de gravité et les essieux avant et Simulation.

- L'équation de la dynamique de lacet :

$$\Psi(t) = \frac{1}{I_z} \int_0^t C_{\Sigma z}(\tau) d\tau + \Psi(0)$$

- La somme des couples extérieurs :

$$C_{\Sigma z}(t) = L_f(F_{y11}(t) + F_{y12}(t)) - L_r(F_{y21}(t) + F_{y22}(t)) + l_f(F_{x12}(t) - F_{x11}(t)) + l_r(F_{x22}(t) - F_{x21}(t))$$

- La vitesse transversale :

$$V_y(t) = \frac{1}{M_t} \int_0^t F_{\Sigma y}(\tau) d\tau - \int_0^t V_x(t) \Psi(\tau) d\tau + V_y(0)$$

- La somme des forces transversales :

$$F_{\Sigma y}(t) = F_{y11}(t) + F_{y12}(t) + F_{y21}(t) + F_{y22}(t) + f_{0y}(t)$$

- L'accélération latérale :

$$M_t \Gamma_t(t) = F_{y11}(t) + F_{y12}(t) + F_{y21}(t) + F_{y22}(t) + f_{0y}(t)$$

- L'effort latéral des pneumatiques :

$$F_{yij}(t) = \mu D_{yij} \sin \left(C_{yij} \arctan \left(B_{yij} h (1 - E_{yij}) \Delta_{pij}(t) + E_{yij} \frac{B_{yij}}{C_{yij}} \arctan (B_{yij} \Delta_{pij}(t)) \right) \right)$$

- Les angles de dérive des pneumatiques :

$$\begin{aligned} \Delta_{p11}(t) &= \beta_v(t) - \arctan \left(\frac{V_y(t) + L_f \Psi(t)}{V_x(t) - l_f \Psi(t)} \right) \\ \Delta_{p12}(t) &= \beta_v(t) - \arctan \left(\frac{V_y(t) + L_f \Psi(t)}{V_x(t) + l_f \Psi(t)} \right) \\ \Delta_{p21}(t) &= -\arctan \left(\frac{V_y(t) - L_r \Psi(t)}{V_x(t) - l_r \Psi(t)} \right) \end{aligned}$$

- L'angle de braquage des roues avant :

$$\beta_v(t) = \frac{\Theta_v(t)}{\lambda}$$

- La trajectoire du centre de gravité :

$$\begin{aligned} X_G(t) &= V_x(t)\cos(\Psi(t)) - V_y(t)\sin(\Psi(t)) \\ \dot{Y}_G(t) &= V_x(t)\sin(\Psi(t)) + V_y(t)\cos(\Psi(t)) \end{aligned}$$

i. Résultats de la simulation en modèle non linéaire :

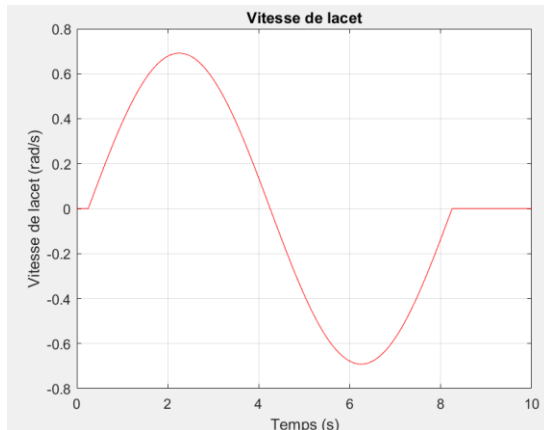


Figure 12 : simulation de la vitesse du lacet en modèle non linéaire

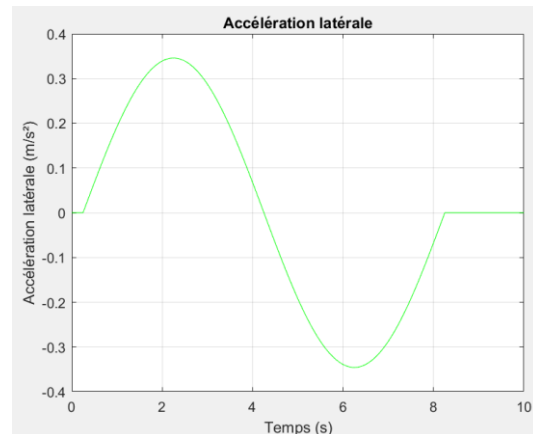


Figure 13 : simulation de l'accélération latérale en modèle non linéaire

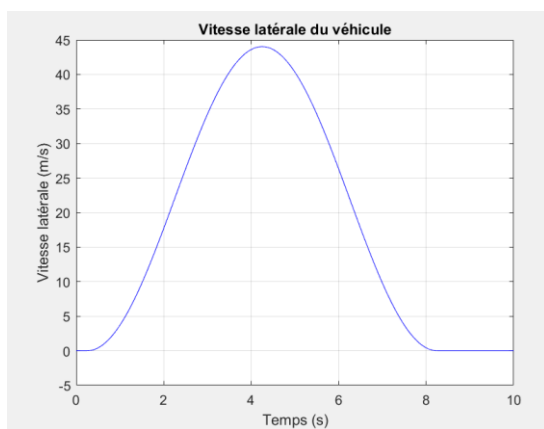


Figure 15 : simulation de la vitesse latérale en modèle non linéaire

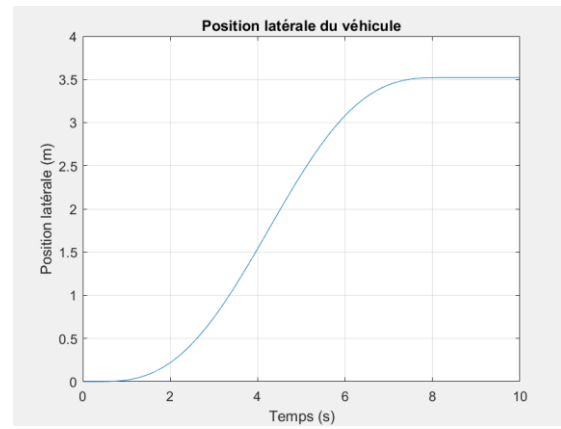


Figure 14 : simulation de la position latérale en modèle non linéaire

ii. Etude de comportement du modèle non linéaire

La simulation de ce système montre le comportement non linéaire d'un véhicule en fonction de l'angle de volant et de la vitesse longitudinale. Les graphiques obtenus illustrent les variations de la vitesse de lacet, de la vitesse latérale, de l'angle de lacet, de la position latérale.

On peut observer que le véhicule présente un phénomène de dérapage lorsque l'angle de volant est maximal, ce qui se traduit par une augmentation de la vitesse de lacet, de la vitesse latérale et de l'angle de lacet. Le véhicule suit alors une trajectoire courbe qui s'écarte de la direction initiale. Lorsque l'angle de volant revient à zéro, le véhicule se stabilise progressivement et retrouve une trajectoire rectiligne.

VII. Etude comparative des modèles

i. Etude temporelle et comparaison des 3 modèles MC, ML, MLC

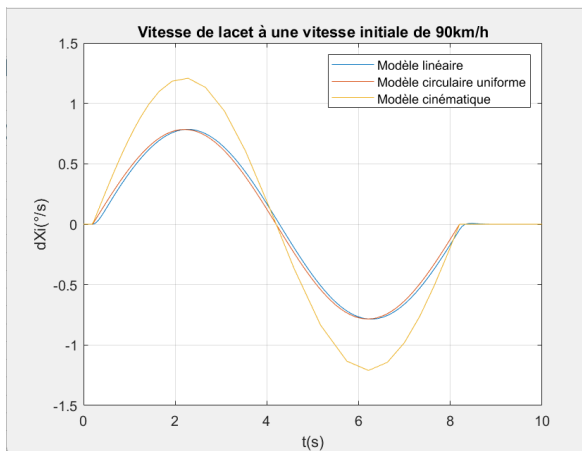


Figure 16: Vitesses du lacet sous différents modèles

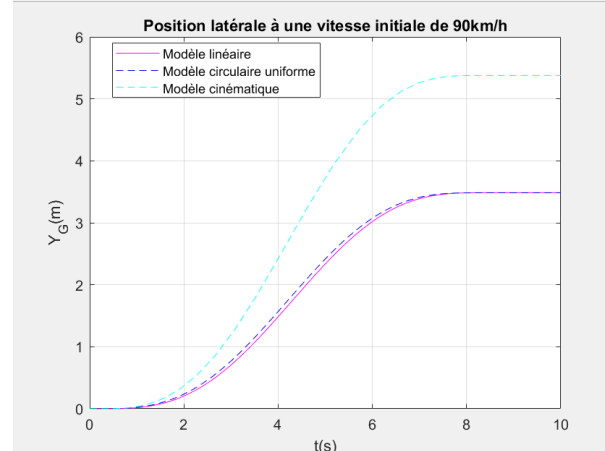


Figure 17 : Position latérale sous différents modèles

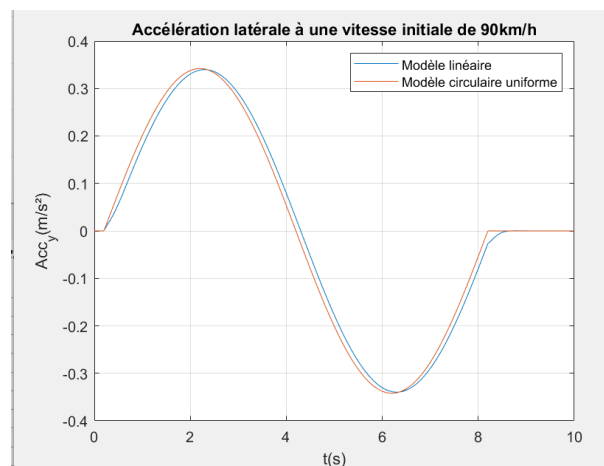


Figure 18 : Vitesses du lacet sous différents modèles

Dans cette simulation, on peut observer un écart significatif entre le modèle cinématique et les modèles linéaire et linéaire en régime circulaire uniforme. En effet, le modèle cinématique (représenté en bleu sur les courbes ci-dessus) prédit un déplacement latéral du véhicule d'environ 5,4 mètres. Cela correspond à une erreur d'environ 2 mètres, ce qui n'est pas négligeable. Par conséquent, le modèle cinématique n'est pas valide pour l'étude de la dynamique latérale à cette vitesse.

D'autre part, les deux autres modèles produisent un déplacement latéral de 3,5 mètres, mais on observe que le modèle linéaire en régime circulaire uniforme est légèrement en avance. Il est également intéressant de noter que le modèle cinématique présente des valeurs plus élevées que les autres modèles, tandis que le modèle circulaire uniforme est en avance par rapport au modèle linéaire.

Ainsi, on peut conclure que le modèle linéaire est le plus représentatif de la dynamique souhaitée du véhicule, tandis que le modèle cinématique est le moins fidèle dans cette situation.

VIII. Analyse des Hypothèses

Les 8 hypothèses proposées pour les modèles cinématiques et linéaires ont été examinées.

-L'hypothèse selon laquelle $V_y(t) \cos(\Psi(t))$ est négligeable par rapport à $V_x(t) \sin(\Psi(t))$ a été validée, car la variable $V_y(t) \cos(\Psi(t))$ est en moyenne 50 fois inférieure à $V_x(t) \sin(\Psi(t))$. Cela montre que l'approximation est acceptable et que l'hypothèse est vérifiée.

-L'hypothèse de la dérivée de la position a également été validée, car l'erreur relative maximale observée pour la dérivée de la position est de 5%. Cela signifie que l'estimation est suffisamment précise pour être utilisée dans le modèle.

-L'hypothèse selon laquelle $V_x(t) = V_{x0} \gg |l_f \Psi(\dot{t})|$ et $V_{x0} \gg |l_r \Psi(\dot{t})|$ est validée, car le rapport entre les expressions est supérieur à 1000. Cela montre que les inégalités sont vérifiées et que l'approximation est acceptable.

-L'hypothèse d'un petit angle de lacet (ψ) a été validée, car l'angle de lacet $\Psi(t)$ reste inférieur à 2° lors de la simulation. Cela permet de simplifier les relations trigonométriques de l'équation de la trajectoire et de rendre l'approximation acceptable.

-L'hypothèse concernant la zone de fonctionnement des pneumatiques linéaire a été validée, car les angles de dérive des pneumatiques restent inférieurs à $0,5^\circ$ lors de la simulation. Cela montre que les efforts des pneumatiques sont bien dans leur zone linéaire et que - l'approximation est acceptable.

-L'hypothèse d'une accélération de lacet nulle (modèle linéaire circulaire uniforme) n'a pas été validée, car l'accélération de lacet varie entre $-0,6^\circ/s^2$ et $0,6^\circ/s^2$ lors de la simulation. Toutefois, l'impact de cette non-validation est moins important que celui de l'hypothèse 1 pour le modèle cinématique.

-L'hypothèse selon laquelle il existe un lien constant entre la vitesse de lacet et l'accélération latérale (modèle linéaire circulaire uniforme) a été validée, car l'erreur entre la vitesse de lacet et son estimation par l'accélération latérale est inférieure à 6×10^{-4} rad/s, avec un retard maximal de 0,04 s. Cette précision est suffisante pour valider l'hypothèse.

Les hypothèses des modèles cinématiques et linéaires ont été examinées. La plupart des hypothèses ont été validées, sauf celle de l'accélération de lacet nulle pour le modèle linéaire circulaire uniforme. Les modèles linéaires sont plus représentatifs de la dynamique latérale du véhicule que le modèle cinématique. Des études supplémentaires sont nécessaires pour une conclusion plus complète.