Blatt 4

Aufgabe 1

(1)

$x(1/2)$

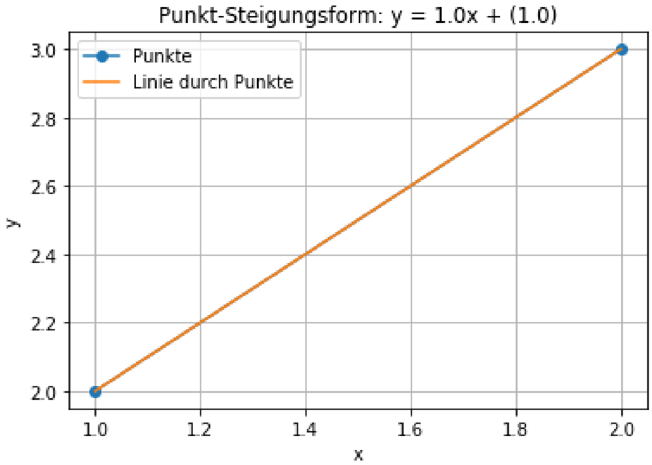
$y(2/3)$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ← Steigung errechnen

$$f(x) = \frac{3-2}{2-1} = 1$$

$f(x) = 1x + b$ → Punkt einsetzten → $2 = 1 + b \rightarrow b = 1$

$$f(x) = x + 1$$

(2)




```
import matplotlib.pyplot as plt

# Berechnung der Steigung (m)
m = (y2 - y1) / (x2 - x1)

# Verwendung der Punkt-Steigungsform: y - y1 = m(x - x1)
# Umformung zu y = mx + (y1 - m * x1)
equation = f"y = {m}x + ({y1 - m * x1})"

# Erstellen von x- und y-Werten für die Linie
x_values = [1,2]
y_values = [2,3]

# Erstellen des Diagramms und Hinzufügen der Linie
plt.figure()
plt.plot(x_values, y_values, marker='o', label='Punkte')
plt.plot(x_values, [m * x + (y1 - m * x1) for x in x_values], label='Linie durch Punkte')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y')
plt.title(f'Punkt-Steigungsform: {equation}')
plt.legend()
plt.grid(True)

# Anzeigen des Diagramms
plt.show()
```

Aufgabe 2

(1)

$V = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ $V^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ $\vec{y} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 14 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 20 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{matrix} 3 & 6 \\ 6 & 14 \end{matrix}\right] \begin{matrix} 9 \\ 20 \end{matrix} \rightarrow II - 2*1 \rightarrow \left(\begin{matrix} 3 & 6 \\ 0 & 2 \end{matrix}\right] \begin{matrix} 9 \\ 2 \end{matrix}$$

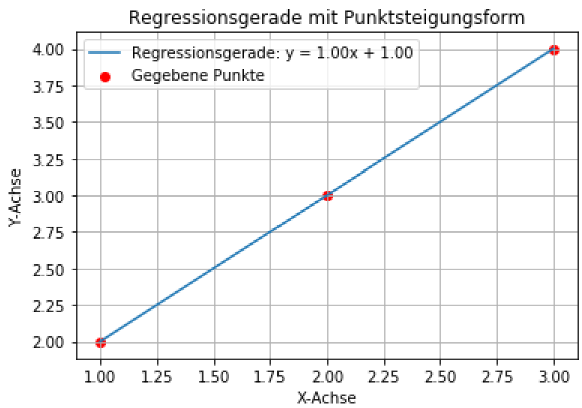
$$\begin{aligned} 3a_1 + 6a_2 &= 9 \\ 2a_2 &= 2 \end{aligned}$$

$$a_2 = 1 \qquad \begin{aligned} 3a_1 = 9 - 6*1 &= 3 \\ a_1 &= 1 \end{aligned} \qquad a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$p(x) = x + 1$$

(2)

```
Steigung (m): 1.0
y-Achsenabschnitt (b): 1.0
```




```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

# Funktion zur Berechnung der Punktsteigungsform
def punktsteigungsform(x1, y1, x2, y2, x3, y3):
    # Berechne die Steigung m
    m = ((y2 - y1) / (x2 - x1) + (y3 - y2) / (x3 - x2)) / 2
    # Verwende den ersten Punkt, um den y-Achsenabschnitt b zu berechnen
    b = y1 - m * x1
    # Gib die Steigung und den y-Achsenabschnitt zurück
    return m, b

# Gegebene Punkte
x1, y1 = 1, 2
x2, y2 = 2, 3
x3, y3 = 3, 4

# Berechne die Steigung und den y-Achsenabschnitt
m, b = punktsteigungsform(x1, y1, x2, y2, x3, y3)
print("Steigung (m):", m)
print("y-Achsenabschnitt (b):", b)

# Erstelle Werte für die Regressionsgerade
x_values = np.linspace(min(x1, x2, x3), max(x1, x2, x3), 100)
y_values = m * x_values + b

# Visualisiere die Punkte und die Regressionsgerade
plt.scatter([x1, x2, x3], [y1, y2, y3], color='red', label='Gegebene Punkte')
```

```
plt.plot(x_values, y_values, label=f'Regressionsgerade: y = {m:.2f}x + {b:.2f}')
plt.xlabel('X-Achse')
plt.ylabel('Y-Achse')
plt.title('Regressionsgerade mit Punktsteigungsform')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()
```

Aufgabe 3

(1)

$$V=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1^2\\ 1 & 2 & 2^2\\ 1 & 3 & 3^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 4\\ 1 & 3 & 9\end{pmatrix} \qquad V^T=\begin{pmatrix}1 & 1 & 4\\ 1 & 2 & 9\\ 1 & 3 & 16\end{pmatrix} \qquad \vec{y}=\begin{pmatrix}2\\ 3\\ 4\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & 4 & 9\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 4\\ 1 & 3 & 9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\cdot 1+1\cdot 1+1\cdot 1 & 1\cdot 1+1\cdot 2+1\cdot 3 & 1\cdot 1+1\cdot 4+1\cdot 9\\ 1\cdot 1+2\cdot 1+3\cdot 1 & 1\cdot 1+2\cdot 2+3\cdot 3 & 1\cdot 1+2\cdot 4+3\cdot 9\\ 1\cdot 1+4\cdot 1+9\cdot 1 & 1\cdot 1+4\cdot 2+9\cdot 3 & 1\cdot 1+4\cdot 4+9\cdot 9\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 6 & 14\\ 6 & 14 & 36\\ 14 & 36 & 98\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & 4 & 9\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}2\\ 3\\ 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1*2+1*3+1*4\\ 1*2+2*3+3*4\\ 1*2+4*3+9*4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9\\ 20\\ 50\end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{matrix}3 & 6 & 14\\ 6 & 14 & 36\\ 14 & 36 & 98\end{matrix}\right]\begin{matrix}9\\ 20\\ 50\end{matrix} \rightarrow II-2*I \rightarrow \left(\begin{matrix}3 & 6 & 14\\ 0 & 2 & 8\\ 14 & 36 & 98\end{matrix}\right]\begin{matrix}9\\ 2\\ 50\end{matrix} \rightarrow III-\left(\frac{-14}{3}\right)*I \rightarrow \left(\begin{matrix}3 & 6 & 14\\ 0 & 2 & 8\\ 0 & 8 & \frac{98}{2}\end{matrix}\right]\begin{matrix}9\\ 2\\ 8\end{matrix} \rightarrow III-(-4)*II \rightarrow$$

$$\left(\begin{matrix}3 & 6 & 14\\ 0 & 2 & 8\\ 0 & 0 & \frac{2}{3}\end{matrix}\right]\begin{matrix}9\\ 2\\ 0\end{matrix}$$

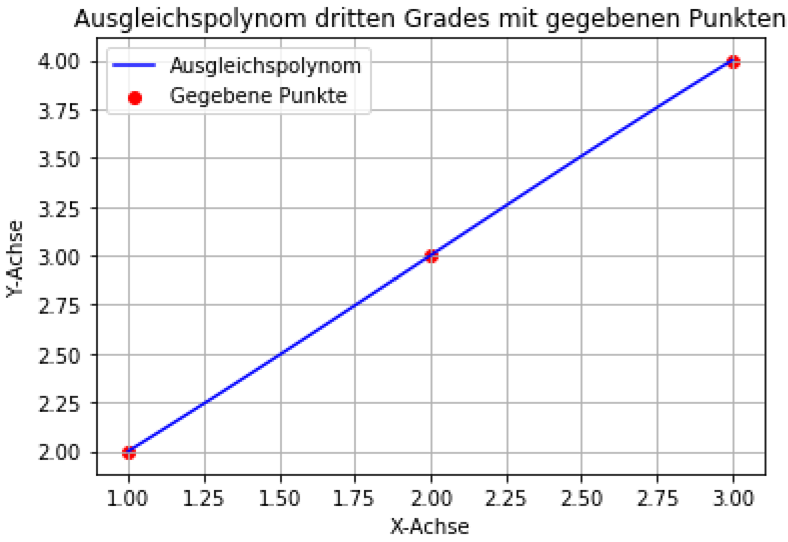
$$\begin{aligned}3\cdot x1+6\cdot x2+14\cdot x3&=9\\ 2\cdot x2+8\cdot x3&=2\\ \frac{2}{3}\cdot x3&=0\end{aligned}$$

$$\frac{2}{3}x_3=0 \qquad 2*x_2=2-8*x_3=2-8*0=2 \qquad 3*x_1=9-6*x_2-14*x_3=9-6*1-14*0=3$$

$$x_3=0 \qquad x_2=1 \qquad x_1=1$$

$$p(x)=x+1$$

(2)




```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

# Gegebene Punkte
x = np.array([1,2,3])
y = np.array([2,3,4])

# Berechne das Ausgleichspolynom dritten Grades
coefficients = np.polyfit(x, y, 3)
p = np.poly1d(coefficients)

# Erstelle Werte für die Ausgleichspolynom-Funktion
x_values = np.linspace(min(x), max(x), 100)
y_values = p(x_values)

# Visualisiere die Punkte und das Ausgleichspolynom
plt.scatter(x, y, color='red', label='Gegebene Punkte')
plt.plot(x_values, y_values, label=f'Ausgleichspolynom', color='blue')
plt.xlabel('X-Achse')
plt.ylabel('Y-Achse')
plt.title('Ausgleichspolynom dritten Grades mit gegebenen Punkten')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()
```

Aufgabe 4

$$V=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0^2 & 0^3\\ 1 & 1 & 1^2 & 1^3\\ 1 & 2 & 2^2 & 2^3\\ 1 & 3 & 3^2 & 3^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 4 & 8\\ 1 & 3 & 9 & 27\end{pmatrix} \qquad V^T=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 2 & 3\\ 0 & 1 & 4 & 9\\ 0 & 1 & 8 & 27\end{pmatrix} \qquad \vec{y}=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ 3\\ 4\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 2 & 3\\ 0 & 1 & 4 & 9\\ 0 & 1 & 8 & 27\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 4 & 8\\ 1 & 3 & 9 & 27\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 6 & 14 & 36\\ 6 & 14 & 36 & 98\\ 14 & 36 & 98 & 276\\ 36 & 98 & 276 & 794\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 4 & 9 \\ 0 & 1 & 8 & 27 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 50 \\ 134 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{cccc} 4 & 6 & 14 & 36 \\ 6 & 14 & 36 & 98 \\ 14 & 36 & 98 & 276 \\ 36 & 98 & 276 & 794 \end{array}\right]\begin{array}{c} 10 \\ 20 \\ 50 \\ 134 \end{array} \rightarrow II-\left(\frac{3}{2}\right)*I \rightarrow \left(\begin{array}{cccc} 4 & 6 & 14 & 36 \\ 0 & 5 & 15 & 44 \\ 14 & 36 & 98 & 276 \\ 36 & 98 & 276 & 794 \end{array}\right]\begin{array}{c} 10 \\ 5 \\ 50 \\ 134 \end{array} \rightarrow III-\left(\frac{7}{2}\right)*I \rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{cccc} 4 & 6 & 14 & 36 \\ 0 & 5 & 15 & 44 \\ 0 & 15 & 49 & 150 \\ 36 & 98 & 276 & 794 \end{array}\right]\begin{array}{c} 10 \\ 5 \\ 15 \\ 134 \end{array} \rightarrow IV-9*I \rightarrow \left(\begin{array}{cccc} 4 & 6 & 14 & 36 \\ 0 & 5 & 15 & 44 \\ 0 & 15 & 49 & 150 \\ 0 & 44 & 150 & 470 \end{array}\right]\begin{array}{c} 10 \\ 5 \\ 15 \\ 44 \end{array} \rightarrow III-3*II \rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{cccc} 4 & 6 & 14 & 36 \\ 0 & 5 & 15 & 44 \\ 0 & 0 & 4 & 18 \\ 0 & 44 & 150 & 470 \end{array}\right]\begin{array}{c} 10 \\ 5 \\ 0 \\ 44 \end{array} \rightarrow IV-\left(\frac{-44}{5}\right)*II \rightarrow \left(\begin{array}{cccc} 4 & 6 & 14 & 36 \\ 0 & 5 & 15 & 44 \\ 0 & 0 & 4 & 18 \\ 0 & 0 & 18 & \frac{414}{5} \end{array}\right]\begin{array}{c} 10 \\ 5 \\ 0 \\ 0 \end{array} \rightarrow IV-\left(\frac{9}{2}\right)*III \rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{cccc} 4 & 6 & 14 & 36 \\ 0 & 5 & 15 & 44 \\ 0 & 0 & 4 & 18 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{9}{5} \end{array}\right]\begin{array}{c} 10 \\ 5 \\ 0 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 4a_1+6a_2+14a_3+36a_4&=10 \\ 5a_2+15a_3+44a_4&=5 \\ 4x_3+18a_4&=0 \\ \frac{9}{5}x_4&=0 \end{aligned}$$

$$\frac{9}{5}*x_4=0$$
$$x_4=0$$

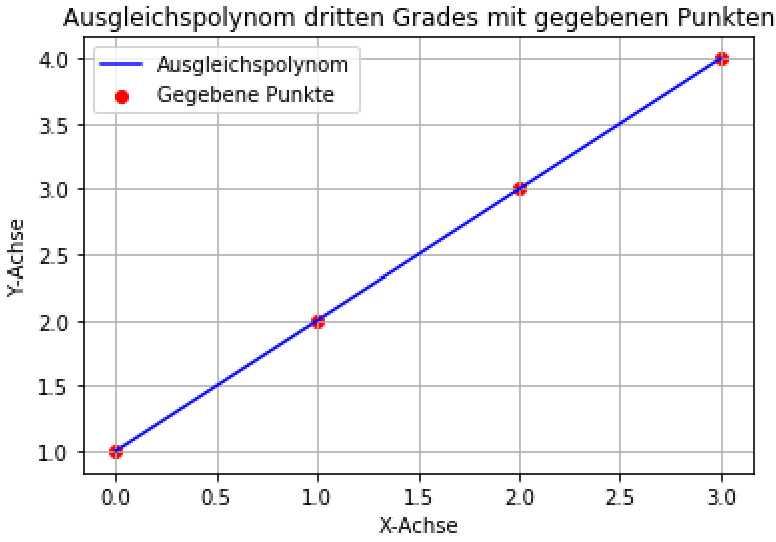
$$4*x_3=-18*x_4=-18*0=0$$
$$x_3=0$$

$$5*x_2=5-15*x_3-44*x_4=5-15*0-44*0=5$$
$$x_2=1$$

$$4*x_1=10-6*x_2-14*x_3-36*x_4=10-6*1-14*0-36*0=4$$
$$x_1=1$$

$$p(x)=1+1x+0x^2+0x^3=x+1$$

(2)




```
import matplotlib.pyplot as plt

import numpy as np

# Gegebene Punkte
x = np.array([0, 1, 2, 3])
y = np.array([1, 2, 3, 4])

# Berechne das Ausgleichspolynom dritten Grades
coefficients = np.polyfit(x, y, 3)
p = np.poly1d(coefficients)

# Erstelle Werte für die Ausgleichspolynom-Funktion
x_values = np.linspace(min(x), max(x), 100)
y_values = p(x_values)

# Visualisiere die Punkte und das Ausgleichspolynom
plt.scatter(x, y, color='red', label='Gegebene Punkte')
plt.plot(x_values, y_values, label=f'Ausgleichspolynom', color='blue')
plt.xlabel('X-Achse')
plt.ylabel('Y-Achse')
plt.title('Ausgleichspolynom dritten Grades mit gegebenen Punkten')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()
```