

Roll No

MCA-102**M.C.A. I Semester (Two Year Course)**

Examination, December 2024

Statistical Mathematics**Time : Three Hours****Maximum Marks : 70****Note:** i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Find the rank and nullity of matrix by reducing to Echelon form. 4

इकेलॉन फॉर्म में घटाकर मैट्रिक्स की रैंक और शून्यता का पता लगाएं।

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

b) Find the characteristic equation of the matrix. 3

मैट्रिक्स का अभिलक्षणिक समीकरण ज्ञात कीजिए।

$$\begin{bmatrix} 4 & 6 & 6 \\ 1 & 3 & 2 \\ -1 & -4 & -3 \end{bmatrix}$$

c) Investigate for what values of λ and μ the equation. 7

$$x + 2y + z = 8$$

$$2x + 2y + 2z = 13$$

$$3x + 4y + \lambda z = \mu$$

have:

i) No solution

ii) Unique solution

iii) Many solution

समीकरण में λ और μ के किन मानों की जाँच करें।

$$x + 2y + z = 8$$

$$2x + 2y + 2z = 13$$

$$3x + 4y + \lambda z = \mu$$

हैं :

i) कोई हल नहीं

ii) अद्वितीय हल

iii) अनेक हल

2. a) Verify mean value theorem for the function. 4

$$f(x) = x^3 \text{ in } [-2, 2]$$

फंक्शन के लिए माध्य मान प्रमेय सत्यापित करें।

$$f(x) = x^3 \text{ in } [-2, 2]$$

b) Evaluate : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x^3)}{\sin^3 x}$ 3

मूल्यांकन करें $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x^3)}{\sin^3 x}$

c) Find Extreme Values of $u = x^3 + y^3 - 63(x+y) + 12xy$. 7

$u = x^3 + y^3 - 63(x+y) + 12xy$ के चरम मान ज्ञात करें।

3. a) Marks obtained in mathematics by 11 students before and after intensive class are given below:

Before 24 17 18 20 19 23 16 18 21 20 19

After 24 20 22 20 17 24 20 20 18 19 22

Test at 0.05 LoS whether the intensive class is useful. 7

गहन कक्षा से पहले और बाद में 11 छात्रों द्वारा गणित में प्राप्त अंक नीचे दिए गए हैं।

पहले 24 17 18 20 19 23 16 18 21 20 19

बाद में 24 20 22 20 17 24 20 20 18 19 22

0.05 LoS पर परीक्षण करें कि क्या गहन कक्षा उपयोगी है।

- b) Five hundred student at an institute level were graded according to their intelligence and economic conditions of their honour. Using the data given below, examine whether there is any association between economic condition and intelligence. 7

Economic Condition	Intelligence		
	Good	Bad	Total
Rich	85	75	160
Poor	165	175	340
Total	250	250	500

PTO

संस्थान स्तर पर पाँच सौ छात्रों को उनकी बुद्धिमत्ता और उनकी आर्थिक स्थिति के अनुसार ग्रेड दिया गया। नीचे दिए गए डेटा का उपयोग करके जाँच करें कि क्या आर्थिक स्थिति और बुद्धिमत्ता के बीच कोई संबंध है।

आर्थिक स्थिति	बुद्धिमत्ता		
	अच्छा	बुरा	कुल
अमीर	85	75	160
गरीब	165	175	340
कुल	250	250	500

4. a) Find the variance of Poisson distribution. 7

पॉइसन वितरण का प्रसरण ज्ञात कीजिए।

- b) In a normal distribution, 31% of the items are under 45 and 8% are over 64 find the mean and standard deviation of the distribution. 7

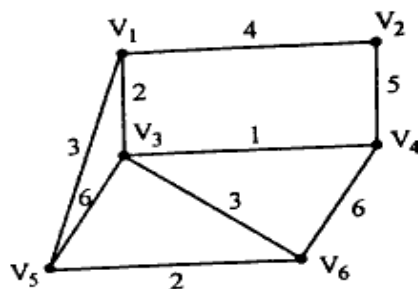
एक सामान्य वितरण में, 31% आइटम 45 से कम और 8% 64 से अधिक हैं। वितरण का माध्य और मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

5. a) Define with example. 7

- i) Graph colouring
ii) Power set
iii) Countable and uncountable set
उदाहरण सहित परिभाषित करें।

- i) ग्राफ कलरिंग
ii) पावर सेट
iii) गणनीय और अगणनीय सेट

- b) Find the minimum spanning tree for the graph in : 7
ग्राफ के लिए न्यूनतम स्पैनिंग वृक्ष ज्ञात करें।



6. a) Verify Cayley Hamilton Theorem of matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \text{ and hence find } A^{-1}. \quad 7$$

मैट्रिक्स $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ के केली हैमिल्टन प्रमेय को

सत्यापित करें और इससे A^{-1} ज्ञात करें।

- b) Express $\int_0^1 x^m (1-x^n)^p dx$ in term of Beta function and

hence evaluate $\int_0^1 x^5 (1-x^3)^{10} dx$. 7

$\int_0^1 x^m (1-x^n)^p dx$ को बीटा फंक्शन के रूप में व्यक्त करें और इस

प्रकार $\int_0^1 x^5 (1-x^3)^{10} dx$ का मूल्यांकन करें।

7. a) $11^{n+2} + 12^{2n+1}$ is divisible by $133 p(n)$ for all $n \in \mathbb{N}$. 7

$11^{n+2} + 12^{2n+1}$ सभी $n \in \mathbb{N}$ के लिए $133 p(n)$ से विभाज्य है।

- b) Define tautology and prove that $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$ is tautology. 7

पुनरुक्ति को परिभाषित करें और सिद्ध करें कि

$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$ पुनरुक्ति है।

8. a) A continuous random variable X has the density function

$$f(x) = 3x^2 \quad 0 \leq x < 1 \text{ find } a \text{ and } b \text{ when}$$

एक सतत यादृच्छिक चर X का घनत्व फंक्शन

$$f(x) = 3x^2 \quad 0 \leq x < 1 \text{ है, } a \text{ और } b \text{ ज्ञात करें जब}$$

i) $P(x \leq a) = P(x > a)$

ii) $P(x > b) = 0.05$

- b) In a sampling a large number of parts manufactured by a machine, the mean number of defectives in a sample of 20 is 2 out of 1000 such samples how many would be expected to contain. 7

i) At least 3 defective parts

ii) None defective

एक मशीन द्वारा निर्मित बहुत सारे भागों के नमूने में, 20 के नमूने में दोषों की औसत संख्या 1000 में से 2 है, ऐसे कितने नमूनों में दोष होने की उम्मीद की जाएगी।

i) कम से कम 3 दोषपूर्ण भाग

ii) कोई भी दोषपूर्ण नहीं
