

Roll No.

MCA-102**M.C.A. I Semester (Two year course)**

Examination, December 2023

Statistical Mathematics

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Find the rank of matrix A by using the row Echelon form.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

पंक्ति सोपानक रूप का उपयोग करके मैट्रिक्स A का रैंक ज्ञात करें।

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

b) Show that the equations $x + y = 5$, $2x + y = 8$ are consistent and solve them.दिखाएँ कि समीकरण $x + y = 5$, $2x + y = 8$ संगत हैं और उन्हें हल करें।

2. a) Evaluate: $\int_0^{\infty} \frac{x^2(1+x^4)}{(1+x)^{10}} dx$

मान ज्ञात कीजिए।

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2(1+x^4)}{(1+x)^{10}} dx$$

b) Find the points where the function $x^3 + y^3 - 3axy$ has maximum or minimum value.उन बिंदुओं को खोजें जहाँ फलन $x^3 + y^3 - 3axy$ का अधिकतम या न्यूनतम मान है।

3. a) i) What is the difference between F and t-tests?

F टेस्ट और t-टेस्ट में क्या अंतर है?

ii) What are the Characteristics of F Distribution?

F वितरण के लक्षण क्या हैं?

b) Perform an F Test for the following samples.

i) Sample 1 : with variance equal to 109.63 and sample size equal to 41.

ii) Sample 2 : with variance equal to 65.99 and sample size equal to 21.

निम्नलिखित नमूनों के लिए F परीक्षण करें।

i) नमूना 1 : 109.63 के बराबर भिन्नता और 41 के बराबर नमूना आकार के साथ।

ii) नमूना 2 : 65.99 के बराबर भिन्नता और 21 के बराबर नमूना आकार के साथ।

4. a) A pair of fair dice, one with four sides the other with six, are rolled and the total summed. Find the probability that the sum equals 7.

निष्पक्ष पासा का एक जोड़ा, एक चार भुजाओं वाला और दूसरा छह भुजाओं वाला, रोल किया जाता है और कुल जोड़ दिया जाता है। योग 7 के बराबर होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

- b) A lottery game has the following rules: balls numbered 1, ..., 20 are placed in an urn. You choose four numbers, two odd and two even. At least one each of your even and odd numbers must be chosen for you to win. If six balls are chosen, with all balls equally likely, what is your probability of success?

लॉटरी के खेल में निम्नलिखित नियम होते हैं: गेंदों की संख्या 1, ..., 20 कलश में रखे जाते हैं। आप चार अंक चुनते हैं, दो विषम और दो सम। आपके जीतने के लिए कम से कम एक सम और विषम संख्या का चयन किया जाना चाहिए। यदि छह गेंदों को चुना जाता है, जिसमें सभी गेंदों की समान संभावना होती है, तो आपकी सफलता की संभावना क्या है?

5. a) Show that $[(p \vee q) \wedge (r \vee \neg q) \rightarrow (p \vee r)]$ is a tautology by making a truth table, and then again by using an argument that considers the two cases " q is true" and " q is false".

दिखाएं कि $[(p \vee q) \wedge (r \vee \neg q) \rightarrow (p \vee r)]$ एक सत्य तालिका बनाकर एक पुनरुक्ति है, और फिर एक तर्क का उपयोग करके जो दो मामलों पर विचार करता है " q सत्य है" और " q असत्य है"।

- b) i) Show that $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (q \rightarrow p)$ is neither a tautology nor a contradiction. What does that tell you about possible relationships between the truth values of a statement and its converse?

दिखाओ $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (q \rightarrow p)$ न तो एक पुनरुक्ति है और न ही एक विरोधाभास है। यह आपको एक कथन के सत्य मानों और इसके विलोम के बीच संभावित संबंधों के बारे में क्या बताता है?

- ii) Suppose $\neg[(p \rightarrow q) \leftrightarrow (q \rightarrow p)]$ is false. Can $p \leftrightarrow q$ have both possible truth values?

मान लीजिए $\neg[(p \rightarrow q) \leftrightarrow (q \rightarrow p)]$ असत्य है। क्या $p \leftrightarrow q$ के दोनों संभावित सत्य मान हो सकते हैं?

6. a) A number is selected randomly from the digits 11 through 19. Consider the events

$$A = \{11, 14, 16, 18, 19\}$$

$$B = \{12, 14, 18, 19\}$$

$$C = \{13, 15, 18, 19\}.$$

Find:

i) $P(A/B)$

ii) $P(A/C)$

iii) $P(B/C)$

iv) $P(B/A)$

अंक 11 से 19 तक यादृच्छिक रूप से एक संख्या का चयन किया जाता है। घटनाओं पर विचार करें।

$$A = \{11, 14, 16, 18, 19\}$$

$$B = \{12, 14, 18, 19\}$$

$$C = \{13, 15, 18, 19\}.$$

मान ज्ञात कीजिए:

i) $P(A/B)$

ii) $P(A/C)$

iii) $P(B/C)$

iv) $P(B/A)$

- b) A radioactive source emits 4 particles on average during a five-second period.
- Calculate the probability that it emits 3 particles during a 5-second period.
 - Calculate the probability that it emits at least one particle during a 5-second period.
 - During a ten-second period, what is the probability that 6 particles are emitted?

एक रेडियोधर्मी स्रोत पांच सेकंड की अवधि के दौरान औसतन 4 कण उत्सर्जित करता है।

- संभावना की गणना करें कि यह 5-सेकंड की अवधि के दौरान 3 कणों का उत्सर्जन करता है।
- संभावना की गणना करें कि यह 5-सेकंड की अवधि के दौरान कम से कम एक कण का उत्सर्जन करता है
- दस सेकंड की अवधि के दौरान, 6 कणों के उत्सर्जित होने की क्या प्रायिकता है?

7. a) Prove that: $\int_0^\infty \cos(x^2) dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}}$

सिद्ध कीजिए $\int_0^\infty \cos(x^2) dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}}$

- b) Let A be any finite set and P(A) be the power set of A. \subseteq be the inclusion relation on the elements of P(A). Draw the Hasse diagrams of (P(A), \subseteq) for

- $A = \{a\}$
- $A = \{a, b\}$
- $A = \{a, b, c\}$
- $A = \{a, b, c, d\}$

मान लीजिए A कोई परिमित समुच्चय है और P(A), A का घात समुच्चय है। $\subseteq P(A)$ के तत्वों पर समावेशन संबंध है। (P(A), \subseteq) के लिए हैस आरेख बनाइए।

- $A = \{a\}$
- $A = \{a, b\}$
- $A = \{a, b, c\}$
- $A = \{a, b, c, d\}$

8. a) Define Dual and Isomorphism of graphs with example. ग्राफ के द्वैत और तुल्याकारित को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए।
- b) Describe set of rooted trees recursively? पुनरावर्ती रूप से जड़ वाले वृक्षों के समुच्चय का वर्णन करें।
