

# Plan

## 3 Traitement - analyse d'image

- Intro
- Traitement
- Transformations géométriques
- Filtrage
- Analyse - détection de contour

# Pourquoi analyser une image ?

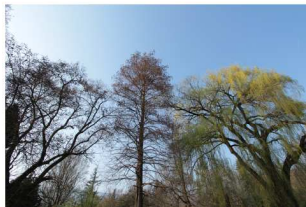
(Re)trouver des informations particulières

# Pourquoi analyser une image ?

(Re)trouver des informations particulières  
en vue d'une application précise.

# Quelques exemples

# Quelques exemples



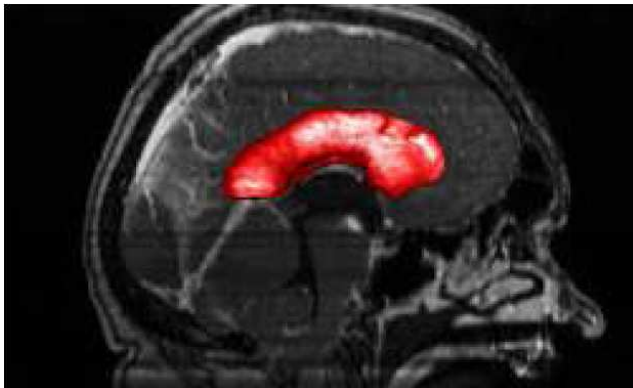
Création d'images *panoramiques*

# Quelques exemples



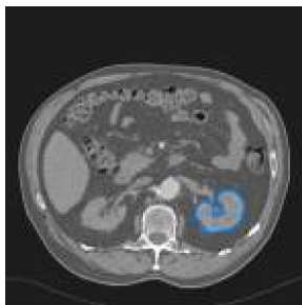
Création d'images *panoramiques*

## Quelques exemples



Segmentation d'images médicales

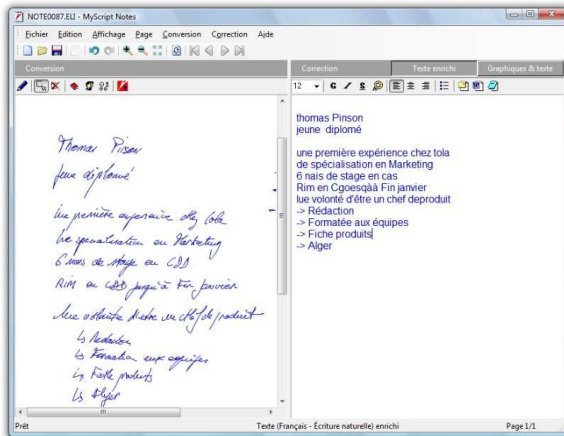
## Quelques exemples



Segmentation d'images médicales



# Quelques exemples



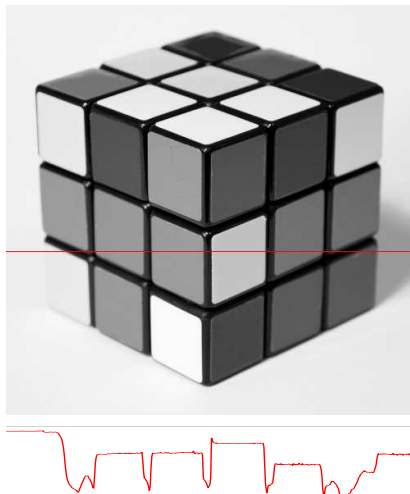
## Reconnaissance de caractères

# Contour

Exemple d'une ligne d'une image

# Contour

## Exemple d'une ligne d'une image



# Contour

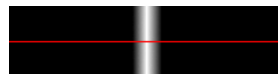
## Différents types



Marche



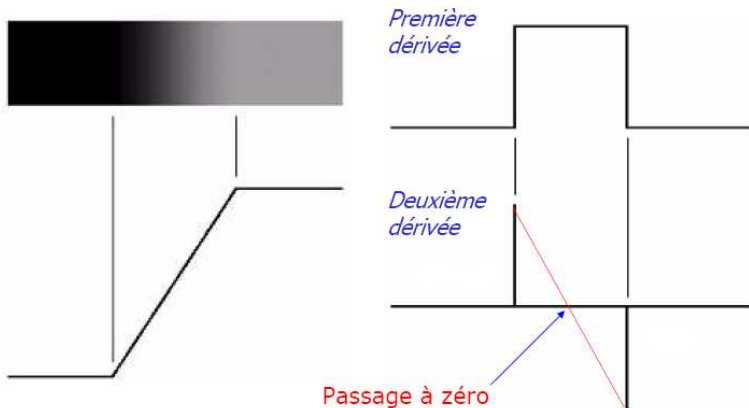
Rampe



Pic

# Contour

## Interprétation en terme de dérivées



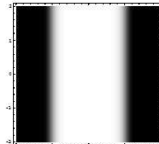
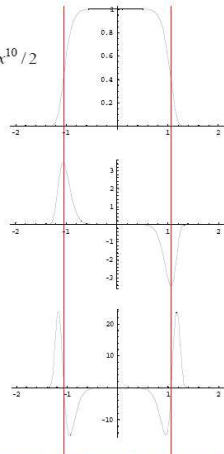
# Contour

Interprétation en terme de dérivées

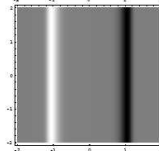
$$f(x, y) = e^{-x^{10}/2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}$$

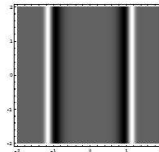
$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$



*Image*



*Première dérivée*



*Deuxième dérivée*

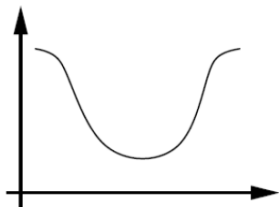
Source : Caroline Rougier. Traitement d'images (IFT2730). Univ. de Montréal.

# Contour

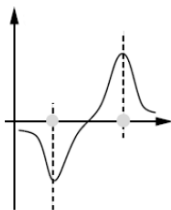
Interprétation en terme de dérivées



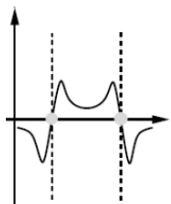
**Ligne d'une image**



**Fonction correspondante**



**Dérivée première**



**Dérivée seconde**

# Contour

Interprétation en terme de dérivées

Image  $I \equiv$  fonction  $\left\{ \begin{array}{lll} I & : & \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \\ & (x, y) & \mapsto I(x, y) \end{array} \right.$



# Contour

## Interprétation en terme de dérivées

Image  $I \equiv$  fonction  $\left\{ \begin{array}{lll} I & : & \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \\ & (x, y) & \mapsto I(x, y) \end{array} \right.$

Dérivée de  $I =$  gradient de  $I = \vec{\nabla} I = \begin{pmatrix} \frac{\partial I}{\partial x}(x, y) \\ \frac{\partial I}{\partial y}(x, y) \end{pmatrix}$

# Contour

## Interprétation en terme de dérivées

Image  $I \equiv$  fonction  $\left\{ \begin{array}{ll} I : \mathbb{R}^2 & \rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) & \mapsto I(x, y) \end{array} \right.$

Dérivée de  $I =$  gradient de  $I = \vec{\nabla} I = \begin{pmatrix} \frac{\partial I}{\partial x}(x, y) \\ \frac{\partial I}{\partial y}(x, y) \end{pmatrix}$

Dérivée directionnelle de  $I$  suivant le vecteur  $u = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}$  :

$$u_x \frac{\partial I}{\partial x}(x, y) + u_y \frac{\partial I}{\partial y}(x, y)$$

# Contour

## Interprétation en terme de dérivées

Dérivée seconde de  $I$  = Hessien de  $I$  :

$$H(I) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 I}{\partial x^2}(x, y) & \frac{\partial^2 I}{\partial x \partial y}(x, y) \\ \frac{\partial^2 I}{\partial x \partial y}(x, y) & \frac{\partial^2 I}{\partial y^2}(x, y) \end{pmatrix}$$

# Contour

## Interprétation en terme de dérivées

Dérivée seconde de  $I$  = Hessien de  $I$  :

$$H(I) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 I}{\partial x^2}(x, y) & \frac{\partial^2 I}{\partial x \partial y}(x, y) \\ \frac{\partial^2 I}{\partial x \partial y}(x, y) & \frac{\partial^2 I}{\partial y^2}(x, y) \end{pmatrix}$$

$$\text{Laplacien de } I = \Delta(I) = \frac{\partial^2 I}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 I}{\partial y^2}(x, y)$$

# Contour

Interprétation en terme de dérivées

$I = (I(x, y))$  connue uniquement pour des valeurs  $x$  et  $y$  entières

# Contour

## Interprétation en terme de dérivées

$I = (I(x, y))$  connue uniquement pour des valeurs  $x$  et  $y$  entières  
→ utilisation d'approximant pour calculer les dérivées premières et secondes

# Contour

## Interprétation en terme de dérivées

$I = (I(x, y))$  connue uniquement pour des valeurs  $x$  et  $y$  entières  
→ utilisation d'approximant pour calculer les dérivées premières et secondes

$$\frac{\partial I}{\partial x}(x, y) \simeq \frac{I(x, y) - I(x - h, y)}{h} \underbrace{=}_{h=1} I(x, y) - I(x - 1, y)$$

$$\frac{\partial I}{\partial y}(x, y) \simeq \frac{I(x, y) - I(x, y - h)}{h} \underbrace{=}_{h=1} I(x, y) - I(x, y - 1)$$

# Contour

## Interprétation en terme de dérivées

$I = (I(x, y))$  connue uniquement pour des valeurs  $x$  et  $y$  entières  
 → utilisation d'approximant pour calculer les dérivées premières et secondes

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2}(x, y) \simeq \frac{-I(x+h, y) + 2I(x, y) - I(x-h, y)}{h^2}$$

$$\underbrace{=}_{h=1} -I(x-1, y) + 2I(x, y) - I(x+1, y)$$



# Contour

## Interprétation en terme de dérivées

$I = (I(x, y))$  connue uniquement pour des valeurs  $x$  et  $y$  entières  
 → utilisation d'approximant pour calculer les dérivées premières et secondes

$$\frac{\partial^2 I}{\partial y^2}(x, y) \simeq \frac{-I(x, y + h) + 2 I(x, y) - I(x, y - h)}{h^2}$$

$$\underbrace{=}_{h=1} -I(x, y - 1) + 2 I(x, y) - I(x, y + 1)$$

# Contour

Filtres *dérivées*

# Contour

Filtres *dérivées*



Image  
/

Image filtrée

# Contour

## Filtres *dérivées*



Image  
 $I$

0	0	0
0	1	-1
0	0	0

Filtre dérivée  $E$   
 $K_E$

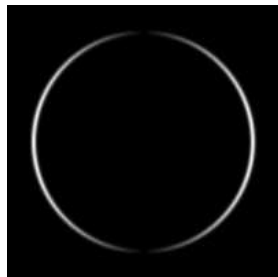


Image filtrée  
 $\bar{R}_E$

# Contour

## Filtres *dérivées*



Image  
 $I$

0	0	0
-1	1	0
0	0	0

Filtre dérivée  $W$   
 $K_W$

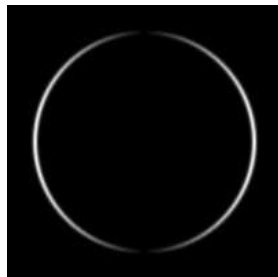


Image filtrée  
 $\bar{R}_W$

# Contour

## Filtres *dérivées*



Image  
 $I$

0	-1	0
0	1	0
0	0	0

Filtre dérivée  $N$   
 $K_N$

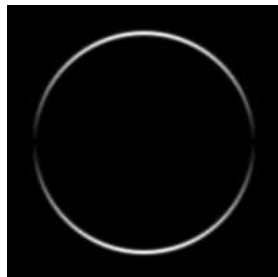


Image filtrée  
 $\bar{R}_N$

# Contour

## Filtres *dérivées*



Image  
 $I$

0	0	0
0	1	0
0	-1	0

Filtre dérivée  $S$   
 $K_S$

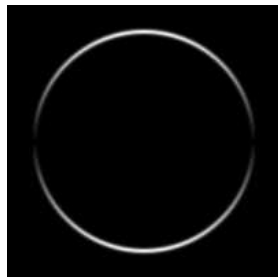


Image filtrée  
 $\bar{R}_S$

# Contour

## Filtres *dérivées*



Image  
 $I$

0	0	-1
0	1	0
0	0	0

Filtre dérivée *NE*  
 $K_{NE}$



Image filtrée  
 $\bar{R}_{NE}$



# Contour

Filtres *dérivées*



Image  
 $I$

0	0	0
0	1	0
-1	0	0

Filtre dérivée SW  
 $K_{SW}$

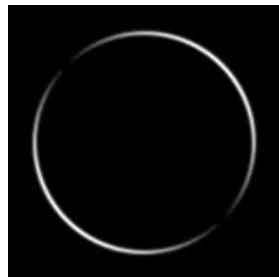


Image filtrée  
 $\bar{R}_{SW}$

# Contour

## Filtres *dérivées*



Image  
 $I$

-1	0	0
0	1	0
0	0	0

Filtre dérivée  $NW$   
 $K_{NW}$



Image filtrée  
 $\bar{R}_{NW}$

# Contour

## Filtres *dérivées*



Image  
 $I$

0	0	0
0	1	0
0	0	-1

Filtre dérivée  $SE$   
 $K_{SE}$



Image filtrée  
 $\bar{R}_{SE}$

# Contour

## Filtres *dérivées*

$$\text{Image filtrée } \bar{R} = \frac{1}{8} \left( \bar{R}_E(x, y) + \bar{R}_W(x, y) + \bar{R}_N(x, y) + \bar{R}_S(x, y) + \right. \\ \left. \bar{R}_{NE}(x, y) + \bar{R}_{SW}(x, y) + \bar{R}_{NW}(x, y) + \bar{R}_{SE}(x, y) \right)$$

# Contour

Filtres *dérivées*



Image  
 $I$

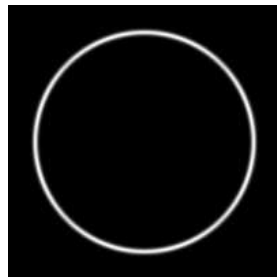


Image filtrée  
 $\bar{R}$

# Contour

## Filtres *dérivées*

Autre formule possible :

$$\text{Image filtrée } \bar{R} = \text{Max} \left( \bar{R}_E(x, y), \bar{R}_W(x, y), \bar{R}_N(x, y), \bar{R}_S(x, y), \right. \\ \left. \bar{R}_{NE}(x, y), \bar{R}_{SW}(x, y), \bar{R}_{NW}(x, y), \bar{R}_{SE}(x, y) \right)$$

# Contour

Filtres *dérivées*



Image  
 $I$

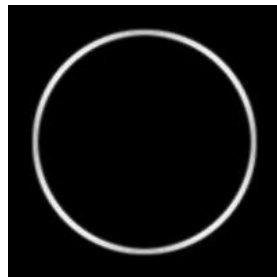


Image filtrée  
 $\bar{R}$

# Contour

## Filtres *dérivées*

Autres filtres basés sur la dérivée première : filtres de *Prewitt* et *Sobel*



# Contour

## Filtres *dérivées*

Autres filtres basés sur la dérivée première : filtres de *Prewitt* et *Sobel*

$$K_1 = \frac{1}{a+2} \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{a+2} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -a & 0 & a \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$K_2 = \frac{1}{a+2} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{a+2} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -a & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & a & 1 \\ \hline \end{array}$$

# Contour

## Filtres *dérivées*

Autres filtres basés sur la dérivée première : filtres de *Prewitt* et *Sobel*

$$K_1 = \frac{1}{a+2} \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{a+2} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -a & 0 & a \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$K_2 = \frac{1}{a+2} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{a+2} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -a & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & a & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\Rightarrow R_1 = I * K_1, R_2 = I * K_2 \text{ et } R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2}$$

# Contour

## Filtres dérivées

Autres filtres basés sur la dérivée première : filtres de *Prewitt* et *Sobel*

$$K_1 = \frac{1}{a+2} \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{a+2} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -a & 0 & a \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$K_2 = \frac{1}{a+2} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{a+2} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -a & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & a & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\Rightarrow R_1 = I * K_1, R_2 = I * K_2 \text{ et } R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2}$$

*Prewitt* :  $a = 1$  et *Sobel* :  $a = 2$

# Contour

Filtres *dérivées*

## Variantes des filtres de Sobel et Prewitt

# Contour

## Filtres *dérivées*

### Variantes des filtres de Sobel et Prewitt

Utilisation de 4 noyaux suivant les 4 directions E-W N-S NW-SE NE-SW

$$K_1 = \frac{1}{a+2} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -a & 0 & a \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$K_2 = \frac{1}{a+2} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -a & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & a & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$K_3 = \frac{1}{a+2} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline -a & -1 & 0 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & a \\ \hline \end{array}$$

$$K_4 = \frac{1}{a+2} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & -1 & -a \\ \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline a & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

# Contour

## Filtres *dérivées*

### Variantes des filtres de Sobel et Prewitt

Utilisation de 4 noyaux suivant les 4 directions E-W N-S NW-SE NE-SW

$$K_1 = \frac{1}{a+2} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -a & 0 & a \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$K_2 = \frac{1}{a+2} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -a & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & a & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$K_3 = \frac{1}{a+2} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline -a & -1 & 0 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & a \\ \hline \end{array}$$

$$K_4 = \frac{1}{a+2} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & -1 & -a \\ \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline a & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\Rightarrow R_k = I * K_k \quad (1 \leq k \leq 4) \quad \text{et} \quad R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 + R_3^2 + R_4^2}$$

# Contour

## Filtres dérivées

### Variantes des filtres de Sobel et Prewitt

Utilisation de 4 noyaux suivant les 4 directions E-W N-S NW-SE NE-SW

$$K_1 = \frac{1}{a+2} \times \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -a & 0 & a \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \frac{1}{a+2} \times \begin{bmatrix} -1 & -a & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & a & 1 \end{bmatrix}$$

$$K_3 = \frac{1}{a+2} \times \begin{bmatrix} -a & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & a \end{bmatrix}$$

$$K_4 = \frac{1}{a+2} \times \begin{bmatrix} 0 & -1 & -a \\ 1 & 0 & -1 \\ a & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow R_k = I * K_k \quad (1 \leq k \leq 4) \quad \text{et} \quad R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 + R_3^2 + R_4^2}$$

*Prewitt* :  $a = 1$     et    *Sobel* :  $a = 2$

# Contour

## Filtres *dérivées*

Autres filtres basés sur la dérivée seconde :



# Contour

## Filtres *dérivées*

Autres filtres basés sur la dérivée seconde :

Filtres de type *laplacien* :

$$K = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & -1 & 0 \\ \hline -1 & 4 & -1 \\ \hline 0 & -1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

# Contour

## Filtres *dérivées*

Autres filtres basés sur la dérivée seconde :

Filtres de type *laplacien* :

$$K = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & -1 & 0 \\ \hline -1 & 4 & -1 \\ \hline 0 & -1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

ou  $K = \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & 8 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline \end{array}$

# Contour

## Filtres *dérivées*

Autres filtres basés sur la dérivée seconde :

Filtres de type *laplacien* :

$$K = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & -1 & 0 \\ \hline -1 & 4 & -1 \\ \hline 0 & -1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

ou  $K = \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & 8 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline \end{array}$

ou  $K = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & -2 & 1 \\ \hline -2 & 4 & -2 \\ \hline 1 & -2 & 1 \\ \hline \end{array}$

# Contour

## Comparatif de filtres

# Contour

## Comparatif de filtres



L'image

# Contour

## Comparatif de filtres



Filtre dérivée

# Contour

## Comparatif de filtres



Filtre de Sobel

# Contour

## Comparatif de filtres



Filtre de Prewitt



# Contour

## Comparatif de filtres



Filtre *laplacien*

# Contour

## Traitement d'une image

# Contour

## Traitement d'une image

### Traitement 1



Image

# Contour

## Traitement d'une image

### Traitement 1

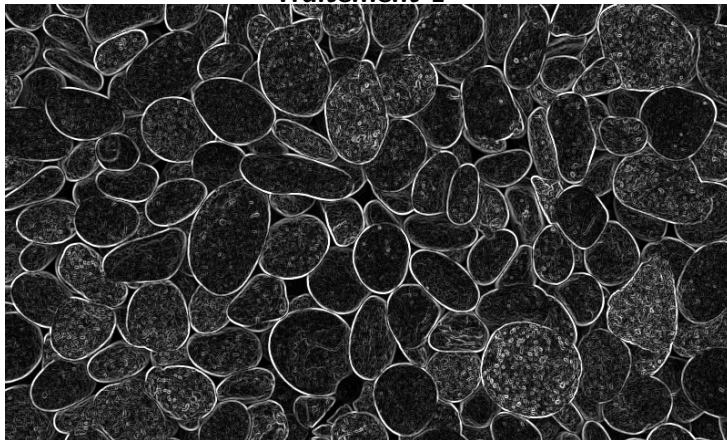


Image + filtre de Sobel

# Contour

## Traitement d'une image

### Traitement 1

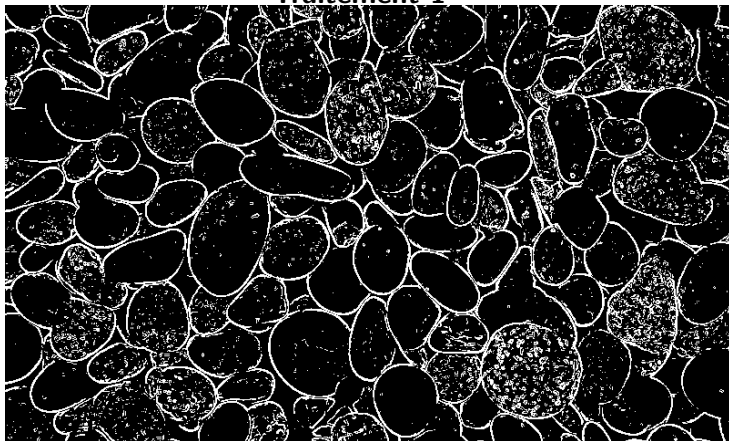
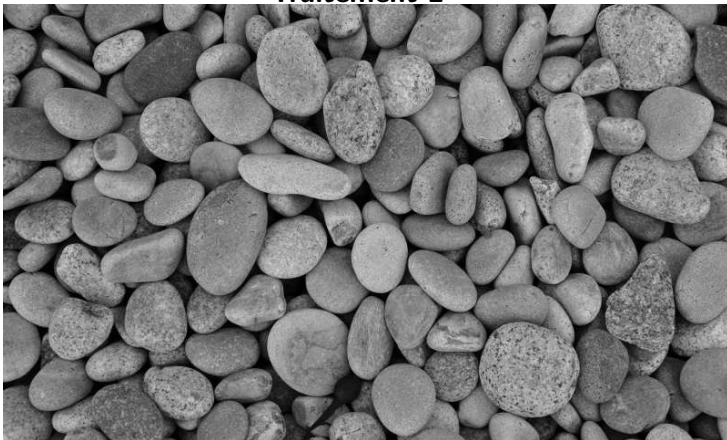


Image + filtre de Sobel + seuillage

# Contour

## Traitement d'une image

### Traitement 2



Image

# Contour

## Traitement d'une image

### Traitement 2

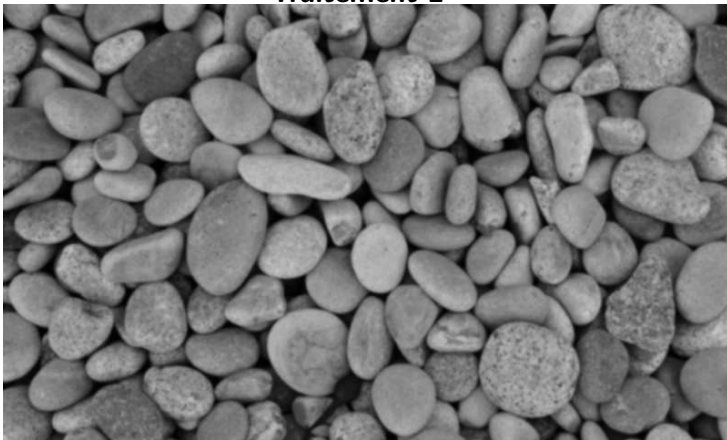


Image + lissage

# Contour

## Traitement d'une image

### Traitement 2

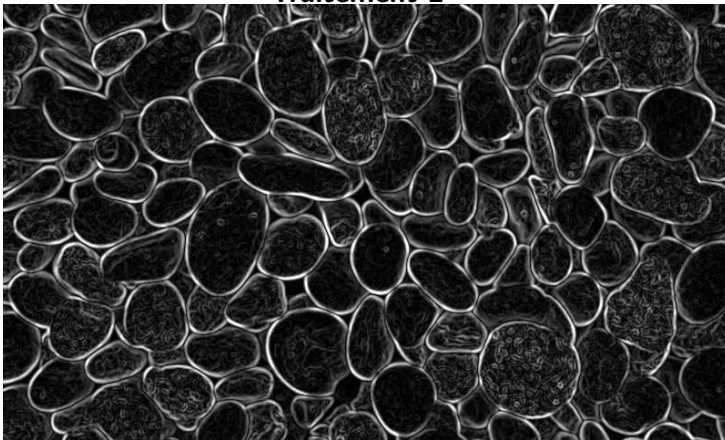


Image + lissage + filtre de Sobel



# Contour

## Traitement d'une image

### Traitement 2

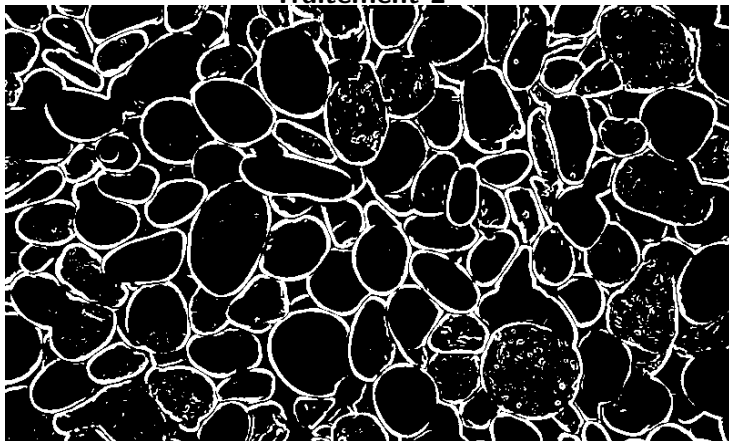


Image + lissage + filtre de Sobel + seuillage