# Contrôle continu MCAL lambda-calcul

## *Documents non autorisés*

NOM :
PRÉNOM :

*Il y a une seule bonne réponse par question. Une réponse exacte rapporte* ***1,5*** *points. Une réponse erronée enlève* ***0,75*** *points (**0,5** points s'il y a 4 réponses proposées). Ne pas répondre donne un score nul. En cas de total négatif, la note est ramenée à 0,5.*

| ***Questions*** | ***Réponses*** |
|---|---|
| ***1.*** *Dans le* $\lambda$*-terme* $\lambda x.(y\,(\lambda y.y))$ *il y a* | ❐ *0 variable libre*<br>☑ *1 variable libre*<br>❐ *2 variables libres*<br>❐ *3 variables libres* |
| ***2.*** *Dans un* $\lambda$*-terme, on peut renommer sans changer sa signification* | ❐ *les variables libres*<br>☑ *les variables liées* |
| ***3.*** *L'opération de renommage indiquée à la question précédente s'appelle* | ☑ *une* $\alpha$*-conversion*<br>❐ *une* $\beta$*-réduction*<br>❐ *une* $\theta$*-claque*<br>❐ *une* $\delta$*-réduction* |
| ***4.*** *Une traduction possible en Coq du* $\lambda$*-terme* $\lambda k^{T\to T\to T}.\lambda x^{T}\,y^{T}.\,k\,x\,y$ *est* | ❐ `fun k => fun (T->T->T) => fun x => fun T => fun y => fun T => k x y`<br>☑ `fun (k : T->T->T) => fun (x:T) (y:T) => k x y`<br>❐ `fun (k : nat) => fun x y => k x y` |
| ***5.*** *Le* $\lambda$*-terme* $\lambda x.\,x\,x$ | ❐ *n'a pas de sens et est donc interdit en* $\lambda$*-calcul*<br>❐ *est autorisé et typable en* $\lambda$*-calcul simplement typé*<br>☑ *est autorisé et typable en* $\lambda$*-calcul avec typage polymorphe*<br>❐ *est autorisé mais non typable* |
| ***6.*** *La* $\beta$*-réduction du* $\lambda$*-terme* $(\lambda ab.\,b\,a\,b)\,(\lambda xy.\,x)\,(\lambda xy.\,x)$ *donne (à renommage près)* | ❐ $\lambda xy.\,x\,(x\,(x\,(x\,y)))$<br>☑ $\lambda xy.\,x$<br>❐ $\lambda xy.\,y$ |
| | suite sur la page suivante… |

| ***Questions*** | ***Réponses*** |
|---|---|
| ***7.*** *La* $\beta$*-réduction du* $\lambda$*-terme* $(\lambda x y.\, x\,(x\,y))\,(\lambda x y.\, x\,(x\,y))$ *donne (à renommage près)* | ☑ $\lambda x y.\, x\,(x\,(x\,(x\,y)))$<br>❐ $\lambda x y.\, x$<br>❐ $\lambda x y.\, y$ |
| ***8.*** *La* $\beta$*-réduction du* $\lambda$*-terme* $\lambda x y.\, (\lambda x y.\, x\,(x\,y))\,(\lambda x y.\, x\,(x\,y))\,(\lambda z.\, y)\,(x)$ *donne (à renommage près)* | ❐ $\lambda x y.\, x\,(x\,(x\,(x\,y)))$<br>❐ $\lambda x y.\, x$<br>☑ $\lambda x y.\, y$ |
| ***9.*** *Le* $\lambda$*-terme typé* $\lambda x^{\mathrm{T}}\, y^{\mathrm{U}}.\, \lambda k^{\mathrm{U}\to\mathrm{T}\to\mathrm{V}}.\, k\, y\, x$ *a pour type* | ☑ $\mathrm{T} \to \mathrm{U} \to (\mathrm{U} \to \mathrm{T} \to \mathrm{V}) \to \mathrm{V}$<br>❐ $\mathrm{T} \to \mathrm{U} \to \mathrm{V} \to \mathrm{V}$<br>❐ $\mathrm{T} \to \mathrm{U} \to (\mathrm{T} \to \mathrm{U} \to \mathrm{V}) \to \mathrm{V}$ |
| ***10.*** *Le* $\lambda$*-terme typé* $\lambda x^{\mathrm{B}}\, y^{\mathrm{A}}.\Lambda \mathrm{X}.\, \lambda k^{\mathrm{B}\to\mathrm{X}}.\, k\, x$ *a pour type* | ☑ $\mathrm{B} \to \mathrm{A} \to \forall \mathrm{X}, (\mathrm{B} \to \mathrm{X}) \to \mathrm{X}$<br>❐ $\forall \mathrm{A}, \forall \mathrm{B}, \mathrm{A} \to \mathrm{B} \to \forall \mathrm{X}, (\mathrm{B} \to \mathrm{X}) \to \mathrm{X}$<br>❐ $\forall \mathrm{X}, \mathrm{A} \to \mathrm{B} \to (\mathrm{B} \to \mathrm{X}) \to \mathrm{X}$ |
| ***11.*** *Soit* A *un type et soit* $a$ *un terme de type* A*. On définit* $\mathrm{A}' \overset{def}{=} \forall \mathrm{T}, (\mathrm{A} \to \mathrm{T}) \to \mathrm{T}$. *Le* $\lambda$*-terme typé* $(\lambda y^{\mathrm{A}'}.\, y\,\mathrm{A}\,(\lambda f^{\mathrm{A}}.\, f))\,(\Lambda \mathrm{X}.\, \lambda k^{\mathrm{A}\to\mathrm{X}}.\, k\, a)$ *se réduit en* | ☑ $a$<br>❐ $a\, f$<br>❐ $f\, a$<br>❐ $k\, a$ |
| ***12.*** *Trouver le* $\lambda$*-terme qui code l'échange des deux éléments d'un couple* | ❐ $\lambda x y.\lambda c.\, c\,(y\,x)$<br>❐ $\lambda c.\lambda x y.\, c\, y\, x$<br>☑ $\lambda c.\lambda k.\, c(\lambda x y.\, k\, y\, x)$ |
| ***13.*** *Le type polymorphe des couples formés d'un booléen et d'un entier est* | ☑ $\forall \mathrm{T}, ((\forall \mathrm{X}, \mathrm{X} \to \mathrm{X} \to \mathrm{X}) \to (\forall \mathrm{Y}, (\mathrm{Y} \to \mathrm{Y}) \to \mathrm{Y} \to \mathrm{Y}) \to \mathrm{T}) \to \mathrm{T}$<br>❐ $\forall \mathrm{T}, ((\mathrm{T} \to \mathrm{T} \to \mathrm{T}) \to ((\mathrm{T} \to \mathrm{T}) \to \mathrm{T} \to \mathrm{T}) \to \mathrm{T}) \to \mathrm{T}$<br>❐ $(\forall \mathrm{X}, \mathrm{X} \to \mathrm{X} \to \mathrm{X}) \to (\forall \mathrm{Y}, (\mathrm{Y} \to \mathrm{Y}) \to \mathrm{Y} \to \mathrm{Y})$<br>❐ $((\forall \mathrm{T}, \mathrm{T} \to \mathrm{T} \to \mathrm{T}) \to (\forall \mathrm{T}, (\mathrm{T} \to \mathrm{T}) \to \mathrm{T} \to \mathrm{T}) \to \mathrm{T}) \to \mathrm{T}$ |
| ***14.*** *Le type polymorphe des fonctions des booléens vers les entiers est* | ❐ $\forall \mathrm{T}, ((\forall \mathrm{X}, \mathrm{X} \to \mathrm{X} \to \mathrm{X}) \to (\forall \mathrm{Y}, (\mathrm{Y} \to \mathrm{Y}) \to \mathrm{Y} \to \mathrm{Y}) \to \mathrm{T}) \to \mathrm{T}$<br>❐ $\forall \mathrm{T}, ((\mathrm{T} \to \mathrm{T} \to \mathrm{T}) \to ((\mathrm{T} \to \mathrm{T}) \to \mathrm{T} \to \mathrm{T}) \to \mathrm{T}) \to \mathrm{T}$<br>☑ $(\forall \mathrm{X}, \mathrm{X} \to \mathrm{X} \to \mathrm{X}) \to (\forall \mathrm{Y}, (\mathrm{Y} \to \mathrm{Y}) \to \mathrm{Y} \to \mathrm{Y})$<br>❐ $((\forall \mathrm{T}, \mathrm{T} \to \mathrm{T} \to \mathrm{T}) \to (\forall \mathrm{T}, (\mathrm{T} \to \mathrm{T}) \to \mathrm{T} \to \mathrm{T}) \to \mathrm{T}) \to \mathrm{T}$ |
| ***15.*** *Une fonction qui compte le nombre de true dans un booléen est* | ☑ $\lambda b.\lambda f x.\, b\,(f\,x)\,x$<br>❐ $\lambda b.\lambda f x.\, f\,(b\,x)\,x$<br>❐ $\lambda b.\, b\,(\lambda f x.\, x)\,(\lambda f x.\, f\, x)$ |
| ***16.*** *Soit* `nt1` *la solution de la question précédente. Une fonction qui compte le nombre de true dans un couple de booléens est* | ❐ $\lambda f x.\, f\,(\mathtt{nt1}\,x)\,(\mathtt{nt1}\,(f\,x))$<br>☑ $\lambda c.\lambda f x.\, c\,(\lambda a b.\mathtt{nt1}\,a\,f\,(\mathtt{nt1}\,b\,f\,x))$<br>❐ $\lambda f.\, f\,(\mathtt{nt1}\,(\lambda x y.\, x))\,(\mathtt{nt1}\,(\lambda x y.\, y))$ |