# Algorithmique et Modélisation Expression des algorithmes

Jean-Marc.Vincent@imag.fr1

Laboratoire LIG Équipe-Projet Inria POLARIS

Grenoble 2017



#### LE MONDE

# Facebook annonce une série de mesures pour lutter contre les fausses informations 16.12.2016

...... Facebook a également annoncé qu'il allait **ajuster l'algorithme de son fil d'actualité** pour refléter le fait que, selon l'entreprise, les utilisateurs ont tendance à moins partager un article si, après l'avoir lu, ils se sentent trompés par son titre. .....

# Prix « Le Monde » de la recherche 2016 : aménager les villes grâce aux algorithmes 23.11.2016

#### Quand les algorithmes président aux destinées des élèves 14.11.2016

... Particulièrement bien adaptés à la tradition jacobine française, ces algorithmes ont eu depuis quinze ans le mérite de sortir l'orientation des élèves des décisions arbitraires, des passe-droits, des files d'attente et de la règle du premier arrivé, premier servi qui régnait par le passé. L'objectif de ces algorithmes est de mettre tous les élèves sur un pied d'égalité, puisque toutes les demandes sont traitées en même temps, commente l'économiste Julien Grenet, spécialiste des algorithmes de répartition scolaire, mais cela ne fonctionne que si on garantit la transparence du processus et des critères de priorité, et si tout le monde les connaît. Et c'est là, en France, que le bât blesse.

Développés de manière empirique, sans réels débats démocratiques à même de les justifier et d'éloigner les soupçons, les zones d'ombre de ces algorithmes occultent parfois les bénéfices apportés....



#### LE FIGARO

#### Un algorithme pour détecter les pensées suicidaires 22/11/2016

... Leurs réponses, passées à la **moulinette d'un algorithme**, permettront de repérer les patients à risque de rechute. ...

#### Google revoit son algorithme 21/12/2016

... Des ajustements récents dans les algorithmes de Google "aideront à faire apparaître des contenus plus "crédibles et de meilleure qualité", a encore affirmé l'entreprise. ...

#### La France se penche sur la régulation des algorithmes 16/12/2016

... Axelle Lemaire a annoncé les premières mesures entreprises par Bercy pour faire face à la montée en puissance des algorithmes. ...

Le Conseil national du numérique (CNNum) a été saisi pour réfléchir à un outil grand public capable de renseigner les mauvaises expériences rencontrées par des utilisateurs avec des algorithmes, tandis que l'INRIA coordonnera le lancement d'une plateforme scientifique explorant l'enjeu éthique des algorithmes. ...



#### DAUPHINÉ LIBÉRÉ

#### Pôle emploi lance le site Bob-emploi pour aider les chômeurs textit15/11/2016

... Ce site, qui se veut un «service public citoyen», **fonctionne avec un algorithme** capable d'analyser les données sur le marché du travail, la situation de chaque chômeur, et, fait innovant, sur les parcours anonymisés de millions de chômeurs précédents, pour les mettre à disposition de l'utilisateur. ...

### Êtes-vous beau? Une intelligence artificielle note votre visage 09/10/2016

... La beauté est subjective. Pourtant des ingénieurs de l'agence japonaise Party ont mis au point **un algorithme permettant de répondre à la question "Êtes-vous beau ?"**. Sur la plate-forme Deeplooks, une intelligence artificielle est ainsi capable de noter entre 1 et 5 la beauté de votre visage à partir d'une simple photo. ...



#### **EXPRESSION DES ALGORITHMES**

ALGORITHME : un objet complexe

2 EXPRESSION : un objet de communication

3 SYNTHÈSE (personnelle)



## **VOUS AVEZ DIT algorithme?**

PRÉPARATION 10 min

CUISSON 15 min

FOUR 12 madeleines

100 g de farine

3 g de levure chimique

1/4 de citron non traité
2 œufs
120 g de sucre en poudre

100 g de beurre

#### Madeleines

- 1 Tamisez ensemble la farine et la levure au-dessus d'un bol.
- 2 Faites fondre le beurre dans une petite casserole et laissez-le refroidir.
- 3 Hachez finement le zeste du 1/4 de citron.
- 4 Cassez les œufs dans une terrine, versez le sucre par-dessus. Fouettez pendant 5 minutes pour bien les faire mousser; ajoutez le mélange farine-levure en pluie,

puis le beurre et le zeste haché, sans cesser de tourner.

- 5 Préchauffez le four à 220 °C.
- 6 Beurrez légèrement la plaque à madeleines et remplissez-la de pâte seulement aux deux tiers. Mettez au four pendant 5 minutes à 220 °C puis baissez la température à 200 °c et laissez cuire encore 10 minutes.
- 7 Démoulez les madeleines tièdes et laissezles refroidir.

Extrait du Larousse des Desserts par Pierre Hermé



## **VOUS AVEZ DIT algorithme?**

### CU1550N 10 min

### CU1550N 15 min

### FOUR 12 madeleines

### 100 g de farine

3 g de levure chimique

### 100 g de beurre

1/4 de citron non traité

120 g de sucre en poudre

2 cents

#### Madeleines

- Tamisez ensemble la farine et la levure au-dessus d'un bol.
- 2 Faites fondre le beurre dans une petite casserole et laissez-le refroidir.
- 3 Hachez finement le zeste du 1/4 de citron.
- 4 Cassez les œufs dans une terrine, versez le sucre par-dessus. Fouettez pendant 5 minutes pour bien les faire mousser; ajoutez le mélange farine-levure en pluie,

puis le beurre et le zeste haché, sans cesser de tourner.

- 5 Préchauffez le four à 220 °C.
- 6 Beurrez légèrement la plaque à madeleines et remplissez-la de pâte seulement aux deux tiers. Mettez au four pendant 5 minutes à 220 °C puis baissez la température à 200 °c et laissez cuire encore 10 minutes.
- 7 Démoulez les madeleines tièdes et laissezles refroidir.

Extrait du Larousse des Desserts par Pierre Hermé





## **VOUS AVEZ DIT algorithme?**

PRÉPARATION 10 min

CUISSON 15 min

FOUR 12 madeleines

100 g de farine

3 g de levure chimique

100 g de beurre

1/4 de citron non traité

120 g de sucre en poudre

#### Madeleines

- Tamisez ensemble la farine et la levure au-dessus d'un bol.
- 2 Faites fondre le beurre dans une petite casserole et laissez-le refroidir.
- 3 Hachez finement le zeste du 1/4 de citron.
  4 Cassez les œufs dans une terrine versez
- le sucre par-dessus. Fouettez pendant 5 minutes pour bien les faire mousser; ajoutez le mélange farine-levure en pluie,

- puis le beurre et le zeste haché, sans cesser de tourner.
- 5 Préchauffez le four à 220 °C.
- 6 Beurrez légèrement la plaque à madeleines et remplissez-la de pâte seulement aux deux tiers. Mettez au four pendant 5 minutes à 220 °C puis baissez la température à 200 °c et laissez cuire encore 10 minutes.
- 7 Démoulez les madeleines tièdes et laissezles refroidir.

Extrait du Larousse des Desserts par Pierre Hermé



## Informellement:

un algorithme est un processus systématique pour réaliser un objectif.



#### UN PEU D'HISTOIRE : LES PREMIERS ALGORITHMES

Euclide d'Alexandrie IIIième siècle avant JC.



Calcul sur les entiers PGCD(a, b)

Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi IX<sup>ième</sup> siècle.



Calcul algébrique 5 = 3.x + 2



#### **DÉFINITION DU Grand Robert**

#### algorithme [algoritm] n. m.

ÉTYM. 1554; algorisme, xIII<sup>e</sup>, augorisme, v. 1230, « calcul en chiffres arabes »; au xvi<sup>e</sup>, « arithmétique »; anc. esp. alguarismo, lat. médiéval algorithmus, nom latinisé du grand mathématicien arabe surnommé (\*) ăi hūwārīzmi (Al-Khawarizmi. -> Aloèbre) oris comme nom commun. écalement sous la forme algorismus.

Didactique

- Hist, des sc. Système de numérotation décimale (emprunté aux Arabes).
  - ◆ vx. Règles de l'arithmétique élémentaire.
  - ◆ Règles opératoires intervenant dans une des opérations de l'arithmétique. L'algorithme de la division.
- Mod. Ensemble des règles opératoires propres à un calcul. 

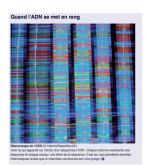
  Mathématique, ct. 0.2. | Algorithmes du calcul intégral, des puissances, etc. | Algorithme d'Euclide (ou du plus grand commun diviseur). | Algorithme infinitésimal de Leibniz.
  - ◆ Par ext. Suite de règles formelles explicitée par une représentation de type mathématique et correspondant à un enchaînement nécessaire; cette représentation mathématique.
  - Construction mentale à base d'algorithmes. Les algorithmes de la logique formelle. Inform. Calcul, enchaînement des actions nécessaires à l'accomplissement d'une tâche.
  - → Automate. Langage destiné aux algorithmes. → Algol.
    - in tuitivement, un algorithme est un ensemble de règles qui permet de réaliser mécaniquement toute opération particulière correspondant à un type d'opération. On peut encore dire que c'est une procédure mécanique qui, appliquée à une certaine classe de symboles (symboles d'entrée), fournit, éventuellement, un symbole de sortie (...) a) Un algorithme est un ensemble d'instructions de taille finie (...)
    - b)Un opérateur (humain, mécanique, optique, etc., ou électronique) réagit aux instructions et effectue le calcul.
    - c)Des dispositifs (papier et crayon, roues dentées, mémoires magnétiques, etc.) permettent d'effectuer, de stocker et de retrouver les différentes étapes du calcul.
    - d) Les processus sont essentiellement discrets (...)
    - e) La suite des opérations élémentaires à effectuer est parfaitement déterminée (...)

M. Gross et A. Lentin, Notions sur les grammaires formelles, p. 43-44.



## À QUOI ÇA SERT?





http://interstices.info/decoder-vivant





### DERRIÈRE LES ALGORITHMES

#### Un algorithmes est conçu pour résoudre un (des) problème(s) :

- un problème dont on peut trouver une solution en temps "raisonnable" (polynomial en la taille des entrées)
- pour les autres : l'idée intuitive est qu'il est plus facile de vérifier la solution d'un problème plutôt que le résoudre...
- et dans ce cas proposer d es solutions approchées au problème

#### Un algorithme est un objet de communication

- systématisation : dans un langage de référence
- à niveau d'abstraction
- dans un contexte permettant l'analyse (preuve et complexité)
- ► et opérationnel (permettant la programmation)



#### **EXPRESSION DES ALGORITHMES**

ALGORITHME : un objet complexe

2 EXPRESSION : un objet de communication

3 SYNTHÈSE (personnelle)



#### **EXPRESSION D'UN ALGORITHME**

Le langage algorithmique est une convention qui permet d'exprimer à un lecteur

- 1'idée de l'algorithme (principe, déroulement,...)
- 2 lui permettre de faire la preuve de celui-ci et de pouvoir analyser sa complexité
- 3 de pouvoir le traduire facilement dans un langage de programmation

Le langage algorithmique est donc plus ou moins proche d'un langage naturel ou d'un langage de programmation.

Exemple: tri par insertion



#### TRI PAR INSERTION: TD D'ALGORITHMIQUE

Une itération (i = 2 à n) à chaque pas de laquelle on insère à sa place l'élément d'indice i dans la séquence triée formée des i-1 premiers éléments.

Initialement : l'élément 1 forme une séquence triée.

Finalement : les *n* éléments sont triés.

On effectue l'insertion par une recherche séquentielle de l'emplacement k de l'élément i, et un décalage vers la droite des éléments de k à i-1.

L'algorithme classique effectue ces deux opérations ensemble, c'est-à-dire décale l'élément *i* vers la gauche (par un échange) jusqu'à ce qu'il atteigne sa "bonne" place.



#### TRI PAR INSERTION: OUVRAGE DE CORMEN ET AL.

```
TRI-INSERTION(A)

1 pour j \leftarrow 2 à longueur[A]

2 faire clé \leftarrow A[j]

3 \triangleright Insère A[j] dans la séquence triée A[1..j-1].

4 i \leftarrow j-1

5 tant que i > 0 et A[i] > clé

6 faire A[i+1] \leftarrow A[i]

7 i \leftarrow i-1

8 A[i+1] \leftarrow clé
```

seule l'idée est donnée,

il n'y a pas de déclaration de variables,

il est implicite que A est un tableau,

clé l'élément qui permet la comparaison, i, j des indices de tableau,...



#### TRI PAR INSERTION: OUVRAGE DE SEDGEWICK ET AL.

#### ALGORITHM 2.2 Insertion sort

parti pris de décrire les algorithmes dans un langage de programmation ici Java abstraction des opérateurs ( less à la place de <), syntaxe et propriétés du langage de programmation.



#### TRI PAR INSERTION: OUVRAGE DE DENENBERG ET AL.

```
procedure InsertionSort(table A[0..n-1]):
{Sort by inserting each item in position in the table of elements to its left}

for i from 1 to n-1 do
j \leftarrow i \qquad \{j \text{ scans to the left to find where } A[i] \text{ belongs}\}
x \leftarrow A[i]
while j \geq 1 and A[j-1] > x do
A[j] \leftarrow A[j-1]
j \leftarrow j-1
A[j] \leftarrow x
```

Algorithm 11.1 Insertion Sort.

mélange des approches symboles et syntaxe spécifique



#### TRI PAR INSERTION: OUVRAGE DE KNUTH

#### 5.2.1. Sorting by Insertion

One of the important families of sorting techniques is based on the "bridge player" method mentioned near the beginning of Section 5.2: Before examining record  $R_1$ , we assume that the preceding records  $R_1, \dots, R_{j-1}$  have already been sorted; then we insert  $R_j$  into its proper place among the previously sorted records. Several interesting variations on this basic theme are possible.

**Straight insertion.** The simplest insertion sort is the most obvious one. Assume that  $1 < j \le N$  and that records  $R_1, \ldots, R_{j-1}$  have been rearranged so that

$$K_1 \le K_2 \le \cdots \le K_{j-1}$$
.

(Remember that, throughout this chapter,  $K_j$  denotes the key portion of  $R_j$ .) We compare the new key  $K_j$  with  $K_{j-1}$ ,  $K_{j-2}$ , ..., in turn, until discovering that  $R_j$  should be inserted between records  $R_i$  and  $R_{i+j}$ ; then we move records  $R_{i+1}$ , ...,  $R_{j-1}$  up one space and put the new record into position i+1. It is convenient to combine the comparison and moving operations, interleaving them as shown in the following algorithm; since  $R_j$  "settles to its proper level" this method of sorting has often been called the sighting or smiking betchique.



Fig. 10. Algorithm S: Straight insertion.

représentation graphique schéma itératif (steps), non modulaire

Algorithm S (Straight insertion sort). Records  $R_1, \dots, R_N$  are rearranged in place; after sorting is complete, their keys will be in order,  $K_1 < \dots < K_N$ .

SORTING BY INSERTION 81

- S1. [Loop on j.] Perform steps S2 through S5 for j = 2, 3, ..., N; then terminate the algorithm.
- S2. [Set up i, K, R.] Set i ← j − 1, K ← K<sub>j</sub>, R ← R<sub>j</sub>. (In the following steps we will attempt to insert R into the correct position, by comparing K with K<sub>i</sub> for decreasing values of i.)
- S3. [Compare K : K<sub>i</sub>.] If K ≥ K<sub>i</sub>, go to step S5. (We have found the desired position for record R.)
- S4. [Move R<sub>i</sub>, decrease i.] Set R<sub>i+1</sub> ← R<sub>i</sub>, then i ← i − 1. If i > 0, go back to step S3. (If i = 0, K is the smallest key found so far, so record R belongs in position 1.)
- S5.  $[R \text{ into } R_{i+1}.] \text{ Set } R_{i+1} \leftarrow R.$



#### TRI PAR INSERTION: OUVRAGE DE AHO ET AL.

#### Insertion Sorting

The second sorting method we shall consider is called "insertion sort," because on the  $t^0$  pass we "insert" the  $t^0$  belement A[t] into its rightful place among A[1], A[2], . . . A[t-1], which were previously placed in sorted order. After doing this insertion, the records occupying A[1], . . . A[t] are in sorted order. That is, we execute

```
for i := 2 to n do

move A[i] forward to the position j \le i such that

A[i] < A[k] for j \le k < i, and

either A[i] \ge A[j-1] or j = 1
```

To make the process of moving A[i] easier, it helps to introduce an element A[0], whose key has a value smaller than that of any key among A[1], ... A[n]. We shall postulate the existence of a constant  $-\infty$  of type keytype that is smaller than the key of any record that could appear in practice. If no constant  $-\infty$  can be used safely, we must, when deciding whether to push A[i] up before position j, check first whether j=1, and if not, compare A[i] (which is now in position j) with A[j-1]. The complete program is shown in Fig. 8.5.

```
(1) A[0].key:= -∞;

(2) for i:= 2 to n do begin

(3) j:= i;

(4) while A[j] < A[j-1] do begin

(5) map(A[j], A[j-1]);

(6) j:= j-1

end

end
```

Fig. 8.5. Insertion sort.



### TRI PAR INSERTION: WIKIPEDIA FR - EN

#### En français

```
procédure tri_insertion(tableau T, entier n)
    pour i de 1 à n-1
        x - T[i]
    j - i
    tant que j > 0 et T[j - 1] > x
        T[j] - T[j - 1]
        j - j - 1
    fin tant que
    T[j] - x
    fin pour
fin procédure
```

#### En anglais version1

```
for i = 1 to length(A) - 1
    j = i
    while j > 0 and A[j-1] > A[j]
        swap A[j] and A[j-1]
    j = j - 1
```

```
version 2
for i = 1 to length(A) - 1
    x = A[i]
    j = i
    while j > 0 and A[j-1] > x
        A[j] = A[j-1]
        j = j - 1
    A[j] = x
```

#### Autres sites

http://openclassrooms.com/courses/le-tri-par-insertion http://rosettacode.org/wiki/Sorting\_algorithms/Insertion\_sort http://www.sorting-algorithms.com/insertion-sort



#### **EXPRESSION DES ALGORITHMES**

ALGORITHME : un objet complexe

2 EXPRESSION : un objet de communication

**SYNTHÈSE (personnelle)** 



#### PRINCIPES POUR LA CONCEPTION D'ALGORITHMES

- Déterminer les entrées et les sorties (spécification)
- 2 Trouver la structure de donnée adaptée pour ce problème
  - Ne pas hésiter à pré-traiter les entrées pour les mettre sous une forme adéquate
- 3 Essayer de réduire le problème à un problème connu
  - Tri, recherche, chemin dans un graphe,...
  - Vérifier si une solution existe déjà (livres, internet,...)
- Décider de la manière d'approcher le problème : itératif/récursif/mix
  - Dépend de la manière de penser, de la facilité à trouver des invariants, de la manière de décomposer le problème en sous problèmes....
- 6 Écrire l'algorithme
- 6 Faire tourner l'algorithme sur des exemples simples et des exemples "limite".
- Donner les invariants de l'algorithme et faire la preuve
- Évaluer la complexité de l'algorithme



ALGORITHMIQUE EXPRESSION (SYNTHÈSE)

#### PRINCIPES POUR L'EXPRESSION DES ALGORITHMES

#### Ma position personnelle (que certains de mes collègues ne partagent pas) :

- Un algorithme est toujours accompagné de schémas (ou dessins) et de texte représentation de l'état des variables,
- utiliser les conventions (i,j sont des indices, x un réel, n un entier par exemple une taille de tableau,...).
- utiliser des identificateurs explicites, une variable un usage noms de variables, de fonctions,
- la forme est importante l'indentation doit permettre de comprendre la structure de l'algorithme
- mettre des commentaires dans le code et accompagner l'algorithme par une explication en français
- ▶ ne mettre que l'information importante : minimiser l'encre
- être cohérent utiliser le même formalisme pour toutes les présentations d'algorithmes

de manière plus générale

favoriser tout ce qui aide à la compréhension et éliminer ce qui peut perturber la lecture



The ONLY VACID MEASUREMENT OF Code QUALITY: WTFS/minute

