ApnÃ©e 4 de l'UE ALGO6

Couplage et Ã©numÃ©ration des parties

I - Travail demandÃ©

Cette apnÃ©e sera Ã©valuÃ©e. Votre compte rendu devra comporter les rÃ©ponses Ã toutes les questions posÃ©es en partie III.

II - Introduction

Dans cette apnÃ©e, vous devez implÃ©menter un algorithme dans le but de rÃ©soudre le problÃ¨me du couplage (parfait) dans un graphe. Pour mÃ©moire, le problÃ¨me de couplage peut se formuler de la maniÃ¨re suivante :
Soit un ensemble de n hommes H, et un ensemble de n femmes F. Soit une partie de HxF nommÃ©e M, reprÃ©sentant les mariages acceptables. ProblÃ¨me : existe-t-il un couplage, c'est-Ã -dire peut-on associer Ã chacun un conjoint acceptable ?

Exemple : DonnÃ©es du problÃ¨mes :

- n=4
- H={Maurice, Gaspard, Roger, Marcel}
- F={Raymonde, Gertrude, Suzette, Giselle}
- M={(Maurice, Giselle), (Gaspard, Raymonde), (Roger, Gertrude), (Roger, Suzette), (Roger, Giselle), (Marcel, Raymonde), (Marcel, Suzette)}

Solution : oui, il existe un couplage, on peut prendre par exemple l'ensemble {(Maurice, Giselle), (Gaspard, Raymonde), (Roger, Gertrude), (Marcel, Suzette)}

Bien entendu, dans cette formulation, l'ensemble de sommets du graphe est l'union de H et F et son ensemble d'arc est M.

ReprÃ©sentation de l'exemple sous forme de graphe :

- ensemble de sommets : les entiers de 1 Ã 8 oÃ¹ {1, 2, 3, 4} correspondent Ã {Maurice, Gaspard, Roger, Marcel} et {5, 6, 7, 8} correspondent Ã {Raymonde, Gertrude, Suzette, Giselle}.
- ensemble d'arcs : {(1,8), (2,5), (3,6), (3,7), (3,8), (4,5), (4,7)}
- representation dans un fichier (cf. Annexe):

```
8
1/1+8/
2/2+5/
3/3+6/
4/3+7/
```

```
5/3+8/
6/4+5/
7/4+7/
```

III - Une solution

A dÃ©faut d'algorithme efficace pour rÃ©soudre le problÃ¨me, une solution envisageable et d'essayer toutes les possibilitÃ©s. Cela revient Ã Ã©numÃ©rer l'ensemble de parties de cardinal n de M afin de dÃ©terminer s'il en existe une qui constitue un couplage.

Dans les termes du graphe qui nous sert Ã reprÃ©senter une instance du problÃ¨mes, cela revient Ã Ã©numÃ©rer les parties de l'ensemble d'arcs dont le cardinal est Ã©gal Ã la moitiÃ© du nombre de sommets. Si l'une de ces parties est un couplage, alors notre instance admet une solution (la partie en question).

Questions :

1. ImplÃ©mentez cette solution en vous servant de la classe `Graphe` disponible ici, et joignez le listing de votre implÃ©mentation Ã votre compte rendu.
2. Fabriquez plusieurs graphes reprÃ©sentant diverses instances pertinentes du problÃ¨me (instance avec une solution, instance sans solution, instance de grande traille, ...), Ã©crivez leur reprÃ©sentation dans un fichier et joignez une reprÃ©sentation graphique (un dessin par exemple) de ces graphes Ã votre compte rendu.
3. Testez l'algorithme sur l'ensemble de ces graphes et vÃ©rifiez qu'il trouve bien le bon rÃ©sultat.
4. Etant donnÃ© n et M, combien existe-t-il de parties de cardinal n dans M ?
5. DÃ©duisez-en la complexitÃ© de l'algorithme.

Remarque : Cet algorithme est a priori rejetÃ© par beaucoup de programmeurs, qui jugent que sa complexitÃ© le rend impraticable. NÃ©anmoins, il constitue une solution correcte, mÃªme inefficace, qui peut servir de rÃ©fÃ©rence pour les essais ultÃ©rieurs.

Annexe : format choisi pour la representation textuelle

Le texte de description du graphe comporte, dans l'ordre, les Ã©lÃ©ments suivants (sÃ©parÃ©s par un nombre quelconque d'espace, tabulations ou retour chariots) :

- le nombre de sommets du graphe (un entier, les sommets du graphes seront numÃ©rotÃ©s de 1 Ã cet entier)
- un ensemble d'arcs. Chaque arc Ã©tant dÃ©crit par un mot de la forme :

  ```
  [no de l'arc]/[no sommet origine]+[no sommet extremite]/
  ```

  ne contenant aucun espace.

```
Exemple : 5/12+14/ (arc 5, du sommet 12 au sommet 14)
```

On trouvera ici des exemples de graphes stockÃ©s dans des fichiers selon ce format ; dans ces exemples, les Ã©tiquettes des arcs sont des entiers.