Plan

- 5 Visualisation courbes/surfaces isovaleur
 - Présentation
 - Courbes isovaleur
 - Données volumiques
 - Surfaces isovaleur

Données quelconques : $X_i = (x_i, y_i, z_i)$; F_i

Données quelconques : $X_i = (x_i, y_i, z_i)$; F_i Trouver une surface isovaleur

$$\mathcal{S}_{v} = \{X \in \mathbb{R}^{3}, F(X) = v\}$$

où F est un interpolant des données.

Données quelconques : $X_i = (x_i, y_i, z_i)$; F_i Trouver une surface isovaleur

$$\mathcal{S}_{v} = \{X \in \mathbb{R}^{3}, F(X) = v\}$$

où F est un interpolant des données.

Equivalent 3D des courbes isovaleur → méthodes similaires



Données quelconques : $X_i = (x_i, y_i, z_i)$; F_i Trouver une surface isovaleur

$$\mathcal{S}_{v} = \{X \in \mathbb{R}^{3}, F(X) = v\}$$

où F est un interpolant des données.

Equivalent 3D des courbes isovaleur

→ méthodes similaires

$$X_i = (x_i, y_i, z_i) \in \mathbb{R}^3 + F_i \in \mathbb{R} \equiv P_i = (x_i, y_i, z_i, F_i) \in \mathbb{R}^4$$

Données quelconques : $X_i = (x_i, y_i, z_i)$; F_i Trouver une surface isovaleur

$$\mathcal{S}_{v} = \{X \in \mathbb{R}^{3}, F(X) = v\}$$

où F est un interpolant des données.

Equivalent 3D des courbes isovaleur

→ méthodes similaires

$$X_i = (x_i, y_i, z_i) \in \mathbb{R}^3 + F_i \in \mathbb{R} \equiv P_i = (x_i, y_i, z_i, F_i) \in \mathbb{R}^4$$

$$S_{v} \equiv \underbrace{\{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^{4}, \ F(x,y,z) = w\}}_{\text{hypersurface do } \mathbb{R}^{4}} \cap \underbrace{\{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^{4}, \ w = v\}}_{\text{hypersurface do } \mathbb{R}^{4}}$$

hypersurface de \mathbb{R}^4 hyperplan de \mathbb{R}^4

◆ロト 4回ト 4 恵 ト 4 恵 ト 9 へ ○

représentation de surface implicite exemple de la sphère $\{(x, y, z), F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - R^2 = 0\}$

représentation de surface implicite exemple de la sphère $\{(x,y,z), F(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - R^2 = 0\}$



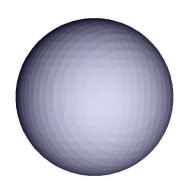
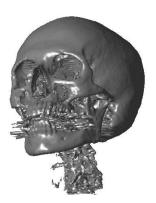


image médicale - extraction du volume d'un organe spécifique à partir de coupes issues d'un examen radiologiques (IRM, ...)

image médicale - extraction du volume d'un organe spécifique à partir de coupes issues d'un examen radiologiques (IRM, ...)



Données : grille régulière uniforme

- points $P_{i,j,k} = (x_i = x_0 + i\Delta_x, y_j = y_0 + j\Delta_y, z_k = z_0 + k\Delta_z)$
- valeurs associées $F_{i,j,k}$
- avec $1 \le i \le M$, $1 \le j \le N$, $1 \le k \le P$



Données : grille régulière uniforme

- points $P_{i,j,k} = (x_i = x_0 + i\Delta_x, y_j = y_0 + j\Delta_y, z_k = z_0 + k\Delta_z)$
- valeurs associées $F_{i,j,k}$
- avec $1 \le i \le M$, $1 \le j \le N$, $1 \le k \le P$
- 1) Découper la grille en tétraèdres (tétraédrisation préalable)

4 ロ ト 4 個 ト 4 差 ト 4 差 ト 9 年 9 9 0 0

Données : grille régulière uniforme

- points $P_{i,j,k} = (x_i = x_0 + i\Delta_x, y_j = y_0 + j\Delta_y, z_k = z_0 + k\Delta_z)$
- valeurs associées $F_{i,j,k}$
- avec $1 \le i \le M$, $1 \le j \le N$, $1 \le k \le P$
- 1) Découper la grille en tétraèdres (tétraédrisation préalable)
- 2) Traiter la séquence de tétraèdres pour obtenir une surface formée de triangles.

données $X_{i,j,k} = (x_i, y_j, z_k) + F_{i,j,k}$, points disposés suivant une grille régulière uniforme



données $X_{i,j,k} = (x_i, y_j, z_k) + F_{i,j,k}$, points disposés suivant une grille régulière uniforme

 $X_{i,j,k}$ sommets de parallèlépipèdes/cubes = **pavés**

données $X_{i,j,k} = (x_i, y_j, z_k) + F_{i,j,k}$, points disposés suivant une grille régulière uniforme

 $X_{i,j,k}$ sommets de parallèlépipèdes/cubes = **pavés**

Décomposition de chaque pavé en un ensemble de tétraèdres avec une cohérence entre pavés adjacents



Le problème de décomposition d'un pavé

Pavé
$$P_{i,j,k} = [x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}] \times [z_k, z_{k+1}]$$

Le problème de décomposition d'un pavé

Pavé
$$P_{i,j,k} = [x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}] \times [z_k, z_{k+1}]$$

8 sommets:

$$A = X_{i,j,k}$$

$$B = X_{i,j,k+1}$$

$$C = X_{i,j+1,k}$$

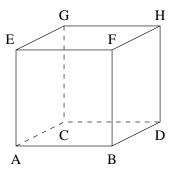
$$D = X_{i,j+1,k+1}$$

$$E = X_{i+1,j,k}$$

$$F = X_{i+1,i,k+1}$$

$$G = X_{i+1, j+1, k}$$

$$H = X_{i+1, j+1, k+1}$$



Le problème de décomposition d'un pavé

Pavé
$$P_{i,j,k} = [x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}] \times [z_k, z_{k+1}]$$

8 sommets:

$$A = X_{i,j,k}$$

$$B = X_{i,j,k+1}$$

$$C = X_{i,j+1,k}$$

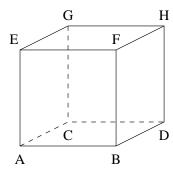
$$D = X_{i,j+1,k+1}$$

$$E = X_{i+1,i,k}$$

$$F = X_{i+1,i,k+1}$$

$$G=X_{i+1,j+1,k}$$

$$H = X_{i+1, j+1, k+1}$$



→ plusieurs possibilités pour découper un hexaèdre en tétraèdres

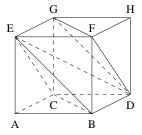
<ロ > ← □

Le problème de décomposition d'un pavé



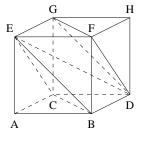
Le problème de décomposition d'un pavé

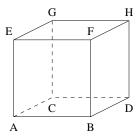
Décomposition en 6 tétraèdres



Le problème de décomposition d'un pavé

Décomposition en 6 tétraèdres

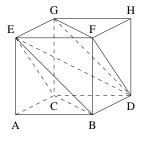


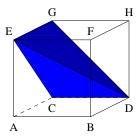


 \rightarrow 6 tétraèdres :

Le problème de décomposition d'un pavé

Décomposition en 6 tétraèdres

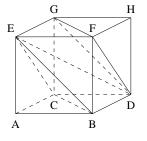


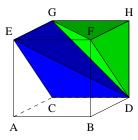


 \rightarrow 6 tétraèdres : [CDEG]

Le problème de décomposition d'un pavé

Décomposition en 6 tétraèdres

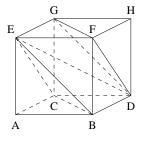


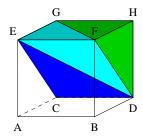


 \rightarrow 6 tétraèdres : [CDEG] - [DFGH]

Le problème de décomposition d'un pavé

Décomposition en 6 tétraèdres

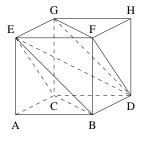


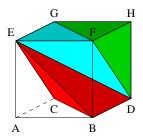


ightarrow 6 tétraèdres : [CDEG] - [DFGH] - [DEFG]

Le problème de décomposition d'un pavé

Décomposition en 6 tétraèdres

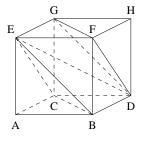


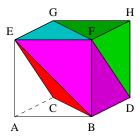


 \rightarrow 6 tétraèdres : [CDEG] - [DFGH] - [DEFG] - [BCDE]

Le problème de décomposition d'un pavé

Décomposition en 6 tétraèdres

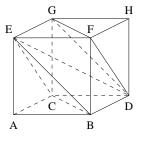


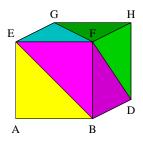


ightarrow 6 tétraèdres : [CDEG] - [DFGH] - [DEFG] - [BCDE] - [BDEF]

Le problème de décomposition d'un pavé

Décomposition en 6 tétraèdres

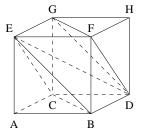




ightarrow 6 tétraèdres : [CDEG] - [DFGH] - [DEFG] - [BCDE] - [BDEF] - [ABCE]

Le problème de décomposition d'un pavé

Décomposition en 6 tétraèdres

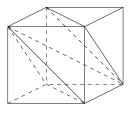


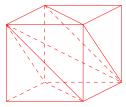
 \rightarrow 6 tétraèdres : [CDEG] - [DFGH] - [DEFG] - [BCDE] - [BDEF] - [ABCE]

Inconvénient : décomposition non minimale (en nb de tétraèdres)

Le problème de décomposition d'un pavé

Décomposition en 6 tétraèdres



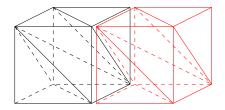


ightarrow 6 tétraèdres : [CDEG] - [DFGH] - [DEFG] - [BCDE] - [BDEF] - [ABCE]

Inconvénient : décomposition non minimale (en nb de tétraèdres) Avantage : bon raccord des tétraèdres issus d'hexaèdres voisins

Le problème de décomposition d'un pavé

Décomposition en 6 tétraèdres



ightarrow 6 tétraèdres : [CDEG] - [DFGH] - [DEFG] - [BCDE] - [BDEF] - [ABCE]

Inconvénient : décomposition non minimale (en nb de tétraèdres) Avantage : bon raccord des tétraèdres issus d'hexaèdres voisins

Calcul de surfaces isovaleur

Algorithme

Extraction d'une surface isovaleur dans une tétraèdrisation Méthode similaire à l'algorithme d'extraction de courbe isovaleur dans une triangulation.

Algorithme

Extraction d'une surface isovaleur dans une tétraèdrisation Méthode similaire à l'algorithme d'extraction de courbe isovaleur dans une triangulation.

Données : Tétraédrisation \mathcal{T} avec

- sommets $P_i = (x_i, y_i, z_i)$ et données scalaires associées F_i
- tétraèdres $T_k = [k_1, k_2, k_3, k_4]$ (k_j indices des sommets)
- + valeur réelle v

Algorithme

Extraction d'une surface isovaleur dans une tétraèdrisation Méthode similaire à l'algorithme d'extraction de courbe isovaleur dans une triangulation.

Données : Tétraédrisation \mathcal{T} avec

- sommets $P_i = (x_i, y_i, z_i)$ et données scalaires associées F_i
- tétraèdres $T_k = [k_1, k_2, k_3, k_4]$ (k_j indices des sommets)

+ valeur réelle v

Résultat : Surface ${\mathcal S}$ sous forme d'un ensemble de triangles



Algorithme

• parcourir l'ensemble des tétraèdres et pour chaque tétraèdre :

- parcourir l'ensemble des tétraèdres et pour chaque tétraèdre :
 - tester s'il intersecte la surface isovaleur (deux sommets de signe différents)

- parcourir l'ensemble des tétraèdres et pour chaque tétraèdre :
 - tester s'il intersecte la surface isovaleur (deux sommets de signe différents)
 - si oui, calculer l'intersection entre le tétraèdre et la surface isovaleur sous forme de triangle(s)

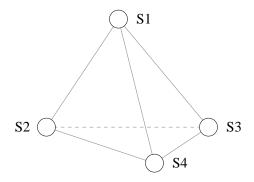
- parcourir l'ensemble des tétraèdres et pour chaque tétraèdre :
 - tester s'il intersecte la surface isovaleur (deux sommets de signe différents)
 - si oui, calculer l'intersection entre le tétraèdre et la surface isovaleur sous forme de triangle(s)

Algorithme - traitement d'un tétraèdre



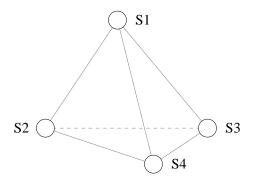
Algorithme - traitement d'un tétraèdre

Tétraèdre T = [S1, S2, S3, S4] avec valeur F_i associée à Si



Algorithme - traitement d'un tétraèdre

Tétraèdre T = [S1, S2, S3, S4] avec valeur F_i associée à Si

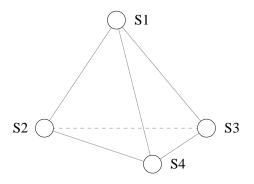


chaque sommet $Si: \oplus si F_i > v$

-si $F_i < v$

Algorithme - traitement d'un tétraèdre

Tétraèdre T = [S1, S2, S3, S4] avec valeur F_i associée à Si



chaque sommet $Si: \bigoplus si F_i > v$

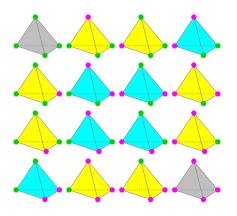
 \rightarrow 16 configurations possibles

-si $F_i \leq v$

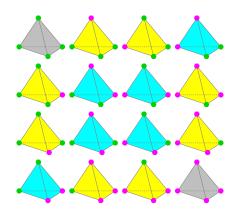
4 D > 4 A > 4 B > 4 B > B 9 9 9

Algorithme - traitement d'un tétraèdre - 16 configurations possibles

Algorithme - traitement d'un tétraèdre - 16 configurations possibles



Algorithme - traitement d'un tétraèdre - 16 configurations possibles



- 2 config. avec 4 sommets de même signe
- 8 config. avec 1 sommet de signe différent des trois autres
- 6 config. avec 2 sommets d'un signe et 2 sommets de l'autre

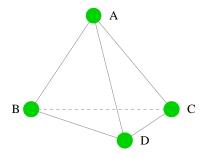
51 / 68

Algorithme - traitement d'un tétraèdre



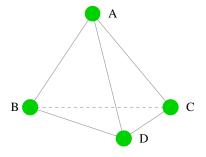
Algorithme - traitement d'un tétraèdre

sommets de même signe



Algorithme - traitement d'un tétraèdre

sommets de même signe

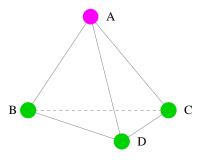


ightarrow pas d'intersection avec la surface isovaleur

Algorithme - traitement d'un tétraèdre

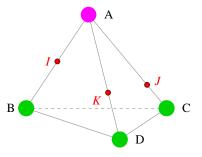
Algorithme - traitement d'un tétraèdre

sommet A de signe différent des sommets B,C et D



Algorithme - traitement d'un tétraèdre

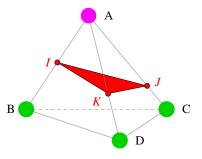
sommet A de signe différent des sommets B,C et D



 \rightarrow intersection des 3 arêtes [A, B], [A, C] et [A, D] avec la surface isovaleur

Algorithme - traitement d'un tétraèdre

sommet A de signe différent des sommets B,C et D



- \rightarrow intersection des 3 arêtes [A, B], [A, C] et [A, D] avec la surface isovaleur
- \rightarrow un triangle [I, J, K]

Algorithme - traitement d'un tétraèdre

sommet A de signe différent des sommets B,C et D

Algorithme - traitement d'un tétraèdre

sommet A de signe différent des sommets B,C et D

Algorithme - traitement d'un tétraèdre

sommet A de signe différent des sommets B,C et D

8 configurations \rightarrow 4 cas :

• sommet S1 de signe différent des sommets S2,S3 et S4

Algorithme - traitement d'un tétraèdre

sommet A de signe différent des sommets B,C et D

- sommet S1 de signe différent des sommets S2,S3 et S4
- sommet S2 de signe différent des sommets S3,S4 et S1

Algorithme - traitement d'un tétraèdre

sommet A de signe différent des sommets B,C et D

- sommet S1 de signe différent des sommets S2,S3 et S4
- sommet S2 de signe différent des sommets S3,S4 et S1
- sommet S3 de signe différent des sommets S4,S1 et S2

Algorithme - traitement d'un tétraèdre

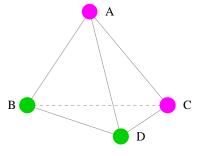
sommet A de signe différent des sommets B,C et D

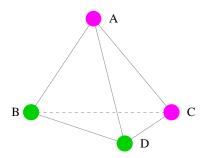
- sommet S1 de signe différent des sommets S2,S3 et S4
- sommet S2 de signe différent des sommets S3,S4 et S1
- sommet S3 de signe différent des sommets S4,S1 et S2
- sommet S4 de signe différent des sommets S1,S2 et S3

Algorithme - traitement d'un tétraèdre



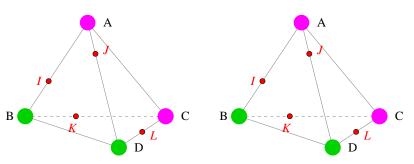
Algorithme - traitement d'un tétraèdre





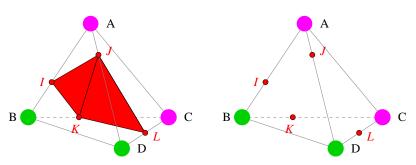
Algorithme - traitement d'un tétraèdre

sommets A, C d'un signe et sommets B, D de l'autre signe



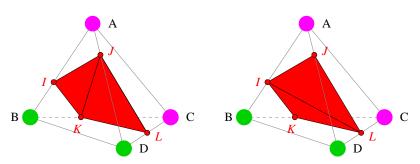
 \rightarrow intersection des 4 arêtes [A, B], [A, D], [C, B] et [C, D] avec la surface isovaleur

Algorithme - traitement d'un tétraèdre



- \rightarrow intersection des 4 arêtes [A, B], [A, D], [C, B] et [C, D] avec la surface isovaleur
- \rightarrow deux triangles [I, J, K] et [L, J, K]

Algorithme - traitement d'un tétraèdre



- \rightarrow intersection des 4 arêtes [A, B], [A, D], [C, B] et [C, D] avec la surface isovaleur
- \rightarrow deux triangles [I, J, K] et [L, J, K]
- \rightarrow OU deux triangles [I, J, L] et [I, K, L]

Algorithme - traitement d'un tétraèdre

Algorithme - traitement d'un tétraèdre

sommets A, C d'un signe et sommets B, D de l'autre signe

Algorithme - traitement d'un tétraèdre

sommets A, C d'un signe et sommets B, D de l'autre signe

3 configurations \rightarrow 3 cas :

• sommets S1, S2 d'un signe et sommets S3, S4 de l'autre signe

Algorithme - traitement d'un tétraèdre

sommets A, C d'un signe et sommets B, D de l'autre signe

- sommets S1, S2 d'un signe et sommets S3, S4 de l'autre signe
- sommets S1, S3 d'un signe et sommets S2, S4 de l'autre signe

Algorithme - traitement d'un tétraèdre

sommets A, C d'un signe et sommets B, D de l'autre signe

3 configurations \rightarrow 3 cas :

- sommets S1, S2 d'un signe et sommets S3, S4 de l'autre signe
- sommets S1, S3 d'un signe et sommets S2, S4 de l'autre signe
- sommets S1, S4 d'un signe et sommets S2, S3 de l'autre signe

Algorithme

Données:

- tétraèdrisation $\mathcal T$ avec sommets S_k et valeurs associées F_k
- valeur v
- fonction $I = \text{intersection_arete_hyperplan}(P,Q,F_P,F_Q,v)$ | // calcul du point I, intersection de l'arete [P,Q]| // avec la surface isovaleur S_v | // F_P : valeur associée au sommet P| // F_Q : valeur associée au sommet Q| $\lambda \leftarrow (v F_P)/(F_Q F_P)$ | $I \leftarrow (1 \lambda) P + \lambda Q$

Algorithme

Données :

- tétraèdrisation \mathcal{T} avec sommets S_k et valeurs associées F_k
- valeur v
- fonction $I = \text{intersection_arete_hyperplan}(P,Q,F_P,F_Q,v)$ // calcul du point I, intersection de I'arete [P,Q] $// \text{ avec la surface isovaleur } S_v$ $// F_P : \text{ valeur associée au sommet } P$ $// F_Q : \text{ valeur associée au sommet } Q$ $\lambda \leftarrow (v - F_P)/(F_Q - F_P)$ $I \leftarrow (1 - \lambda) P + \lambda Q$

Résultat :

• surface isovaleur S (séquence de triangles)

```
fonction m = marque(P,F,v)

// calcul de la marque du sommet P de valeur associée F
si F < v alors
| m ← 0
sinon
| m ← 1
fin_si</pre>
```

Calcul de la surface isovaleur $\mathcal S$

```
// Initialisation de S S \leftarrow \emptyset // Parcours des tetraèdres pour_tout tétraèdre T de T faire | traitement_tetraedre(T) fin_pour
```

Algorithme

$procédure traitement_tetraedre(T)$

```
// les quatres sommets de T, leurs valeurs et marques S1 \leftarrow \text{sommet1}(T), F1 \leftarrow \text{valeur1}(T) S2 \leftarrow \text{sommet2}(T), F2 \leftarrow \text{valeur2}(T) S3 \leftarrow \text{sommet3}(T), F3 \leftarrow \text{valeur3}(T) S4 \leftarrow \text{sommet4}(T), F4 \leftarrow \text{valeur4}(T) m1 \leftarrow \text{marque}(S1,F1,v) m2 \leftarrow \text{marque}(S2,F2,v) m3 \leftarrow \text{marque}(S3,F3,v) m4 \leftarrow \text{marque}(S4,F4,v)
```

```
procédure traitement_tetraedre(T) // suite
```

```
// cas marque de S1 différente des marques de S2, S3, S4 si m1 \neq m2 et m1 \neq m3 et m1 \neq m4 alors

// calcul des trois intersections

I \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S1,S2,F1,F2,v)

J \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S1,S3,F1,F3,v)

K \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S1,S4,F1,F4,v)

S \leftarrow S \cup \{[I,J,K]\} // ajouter [I,J,K] à S fin_si
```

```
procédure traitement_tetraedre(T) // suite
```

```
// cas marque de S2 différente des marques de S3, S4, S1 si m2 \neq m3 et m2 \neq m4 et m2 \neq m1 alors // calcul des trois intersections I \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S2,S3,F2,F3,v) J \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S2,S4,F2,F4,v) K \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S2,S1,F2,F1,v) S \leftarrow S \cup \{[I,J,K]\} // ajouter [I,J,K] à S fin_si
```

```
procédure traitement_tetraedre(T) // suite
```

```
// cas marque de S3 différente des marques de S4, S1, S2 si m3 \neq m4 et m3 \neq m1 et m3 \neq m2 alors

// calcul des trois intersections

I \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S3,S4,F3,F4,v)

J \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S3,S1,F3,F1,v)

K \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S3,S2,F3,F2,v)

S \leftarrow S \cup \{[I,J,K]\} // ajouter [I,J,K] à S fin_si
```

```
procédure traitement_tetraedre(T) // suite
```

```
// cas marque de S4 différente des marques de S1, S2, S3 si m4 \neq m1 et m4 \neq m2 et m4 \neq m3 alors // calcul des trois intersections I \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S4,S1,F4,F1,v) J \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S4,S2,F4,F2,v) K \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S4,S3,F4,F3,v) S \leftarrow S \cup \{[I,J,K]\} // ajouter [I,J,K] à S fin_si
```

```
procédure traitement_tetraedre(T) // suite
```

```
// cas marques de S1 et S2 différentes des marques de S3 et S4
si m1 = m2 et m2 \neq m3 et m3 = m4 alors
 // calcul des quatre intersections
 I \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S1,S3,F1,F3,v)
 J \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S1, S4, F1, F4, v)
 K \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S2,S3,F2,F3,v)
 L \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S2, S4, F2, F4, v)
 S \leftarrow S \cup \{[I, J, K]\} // ajouter [I, J, K] à S
 S \leftarrow S \cup \{[L, J, K]\} // ajouter [L, J, K] à S
fin si
```

```
procédure traitement_tetraedre(T) // suite et fin
```

```
// cas marques de S1 et S3 différentes des marques de S2 et S4
si m1 = m3 et m3 \neq m2 et m2 = m4 alors
 // calcul des quatre intersections
 I \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S1,S2,F1,F2,v)
 J \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S1, S4, F1, F4, v)
  K \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S3, S2, F3, F2, v)
 L \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S3, S4, F3, F4, v)
 \mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S} \cup \{[I, J, K]\} // ajouter [I, J, K] à \mathcal{S} \mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S} \cup \{[L, J, K]\} // ajouter [L, J, K] à \mathcal{S}
```

Algorithme

Routine traitement_tetraedre(T) // suite et fin

```
// cas marques de S1 et S4 différentes des marques de S2 et S3
si m1 = m4 et m4 \neq m2 et m2 = m3 alors
 // calcul des quatre intersections
 I \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S1,S2,F1,F2,v)
 J \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S1, S3, F1, F3, v)
  K \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S4,S2,F4,F2,v)
 L \leftarrow \text{intersection\_arete\_hyperplan}(S4, S3, F4, F3, v)
 \mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S} \cup \{[I, J, K]\} // ajouter [I, J, K] à \mathcal{S} \mathcal{S} \leftarrow \mathcal{S} \cup \{[L, J, K]\} // ajouter [L, J, K] à \mathcal{S}
```

Surfaces isovaleur