

Plan

5 Visualisation - courbes/surfaces isovaleur

- Présentation
- **Courbes isovaleur**
- Données volumiques
- Surfaces isovaleur

Présentation

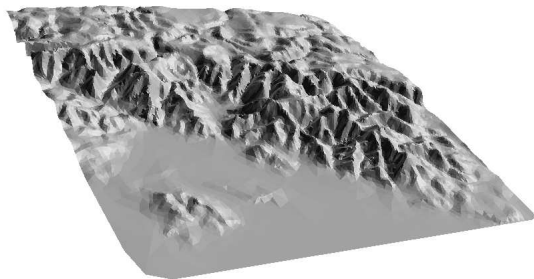
Principe

Courbe isovaleur = Courbe de niveau

Présentation

Principe

Calcul des courbes de niveaux (isovaleur) d'une surface $z = f(x, y)$

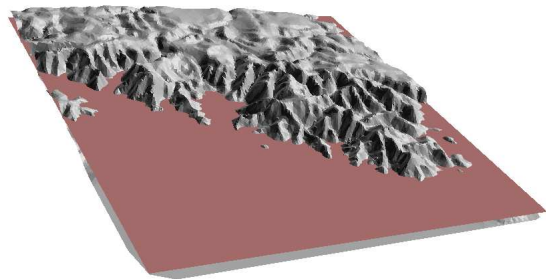


Présentation

Principe

Calcul des courbes de niveaux (isovaleur) d'une surface $z = f(x, y)$

courbe isovaleur = $\{\text{surface } z = f(x, y)\} \cap \{\text{plan } z = v\}$

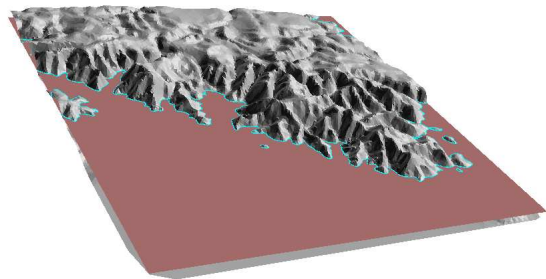


Présentation

Principe

Calcul des courbes de niveaux (isovaleur) d'une surface $z = f(x, y)$

courbe isovaleur = $\{\text{surface } z = f(x, y)\} \cap \{\text{plan } z = v\}$

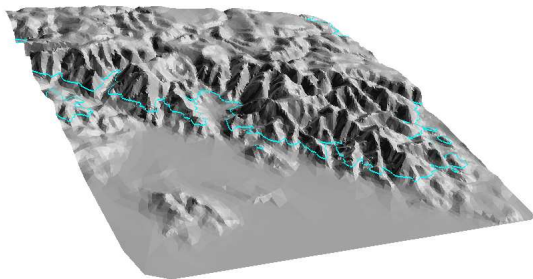


Présentation

Principe

Calcul des courbes de niveaux (isovaleur) d'une surface $z = f(x, y)$

courbe isovaleur = $\{\text{surface } z = f(x, y)\} \cap \{\text{plan } z = v\}$

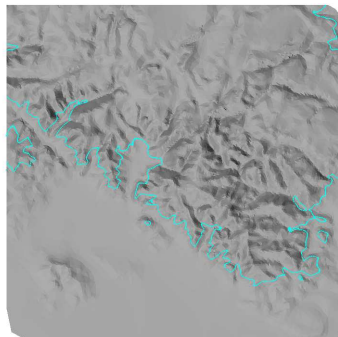
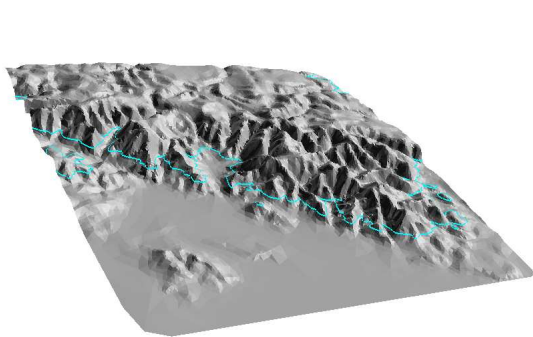


Présentation

Principe

Calcul des courbes de niveaux (isovaleur) d'une surface $z = f(x, y)$

courbe isovaleur = $\{\text{surface } z = f(x, y)\} \cap \{\text{plan } z = v\}$



Courbe isovaleur \equiv courbe implicite $\{f(x, y) = v\}$

Présentation

Données scanner/IRM

Présentation

Données scanner/IRM

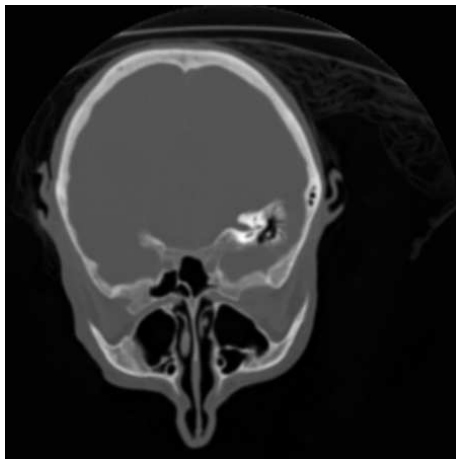
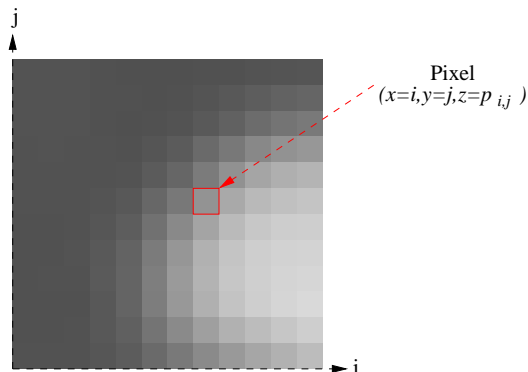


Image d'une **coupe** (slice)

Présentation

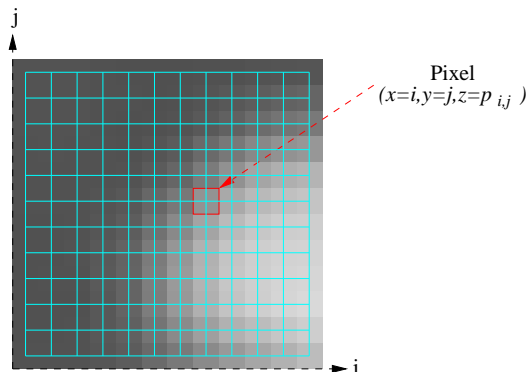
Données scanner/IRM



Pixel : position (i, j) et valeur $p_{i,j} \in [0, 1]$

Présentation

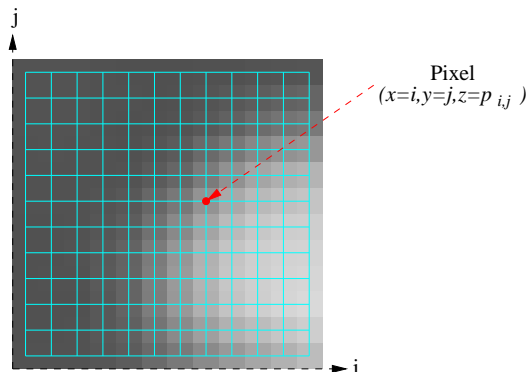
Données scanner/IRM



Pixel : point dans l'espace $(x = i, y = j, z = p_{i,j})$

Présentation

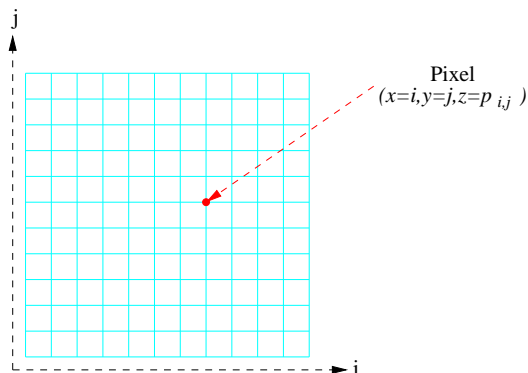
Données scanner/IRM



Pixel : point dans l'espace $(x = i, y = j, z = p_{i,j})$

Présentation

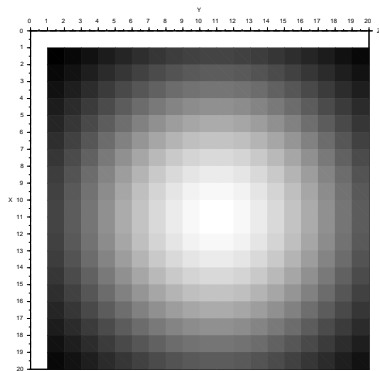
Données scanner/IRM



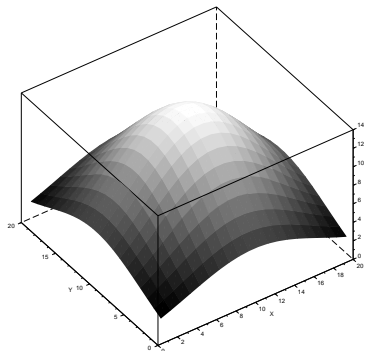
Pixel : point dans l'espace ($x = i, y = j, z = p_{i,j}$)

Présentation

Données scanner/IRM



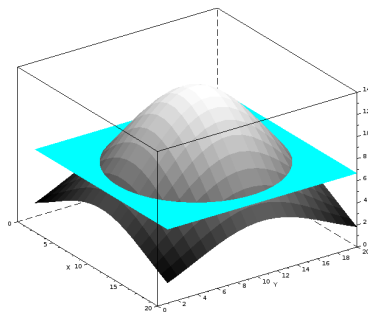
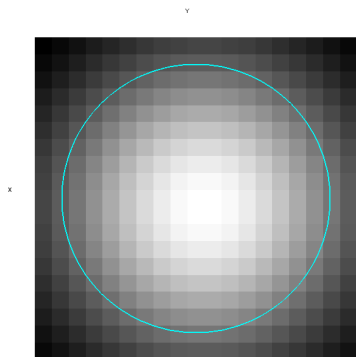
Image



surface

Présentation

Données scanner/IRM



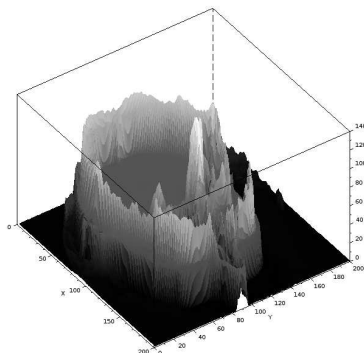
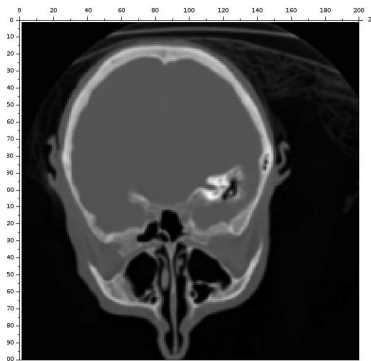
Courbe isovaleur



intersection surface-plan

Présentation

Données scanner/IRM



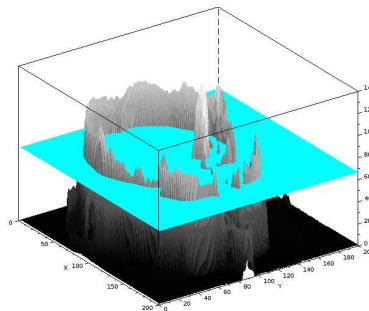
Image

≡

surface

Présentation

Données scanner/IRM



Courbe isovaleur



intersection surface-plan

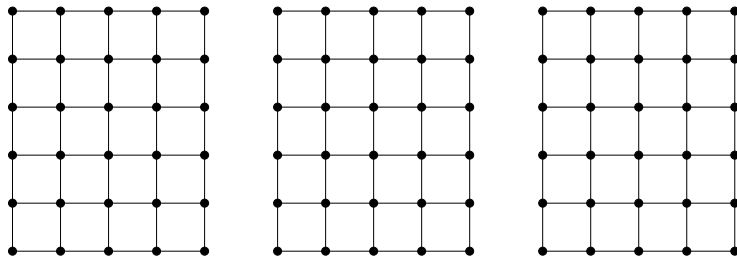
Calcul de courbes isovaleur

Triangulation préalable - cas de maillages grilles régulières

Calcul de courbes isovaleur

Triangulation préalable - cas de maillages grilles régulières

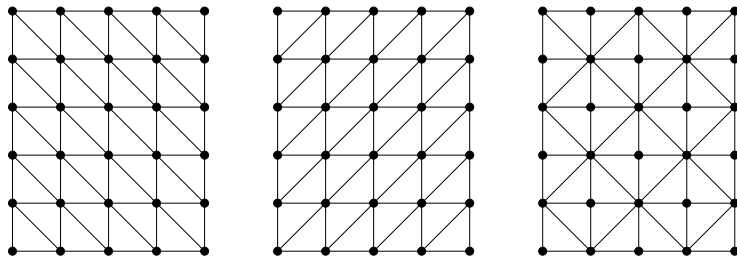
Grille régulière : trianguler chaque face quadrangulaire



Calcul de courbes isovaleur

Triangulation préalable - cas de maillages grilles régulières

Grille régulière : trianguler chaque face quadrangulaire



→ découper chaque rectangle en deux (différentes stratégies possibles)

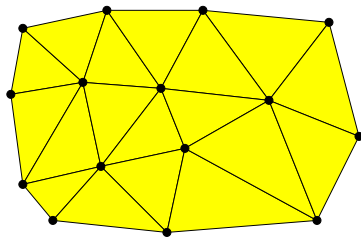
Calcul de courbes isovaleur

Principe

Calcul de courbes isovaleur

Principe

Données : maillage triangulaire plan avec sommets $P_i = (x_i, y_i)$

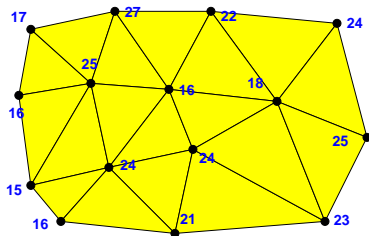


Calcul de courbes isovaleur

Principe

Données : maillage triangulaire plan avec sommets $P_i = (x_i, y_i)$

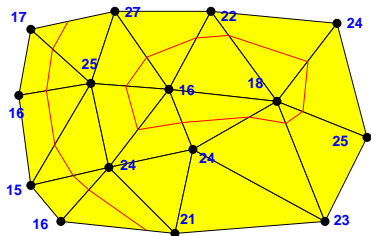
et valeurs associées z_i



Calcul de courbes isovaleur

Principe

Données : maillage triangulaire plan avec sommets $P_i = (x_i, y_i)$
et valeurs associées z_i



→ déterminer une **courbe isovaleur** (linéaire par morceaux)

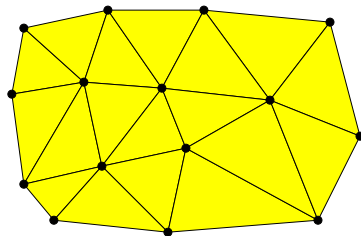
Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

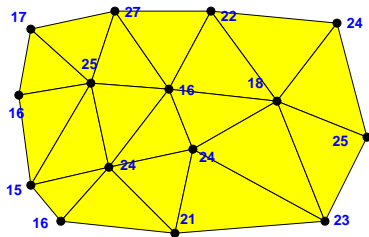
Données : maillage triangulaire plan avec sommets $P_i = (x_i, y_i)$



Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

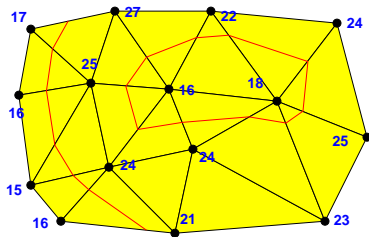
Données : maillage triangulaire plan avec sommets $P_i = (x_i, y_i)$
avec valeurs associées z_i et une isovaleur v



Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

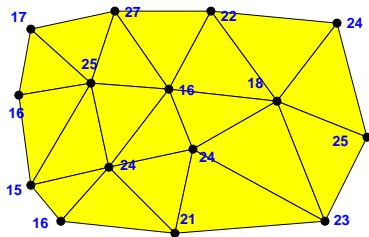
Données : maillage triangulaire plan avec sommets $P_i = (x_i, y_i)$
avec valeurs associées z_i et une isovaleur v



→ déterminer une **courbe isovaleur** (linéaire par morceaux)

Calcul de courbes isovaleur

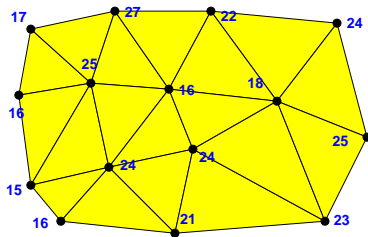
Algorithme



Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(A) - Marquage des sommets P_i avec une marque binaire :



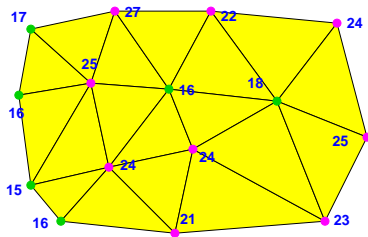
Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(A) - Marquage des sommets P_i avec une marque binaire :

⊕ si $z_i > v$

⊖ si $z_i \leq v$



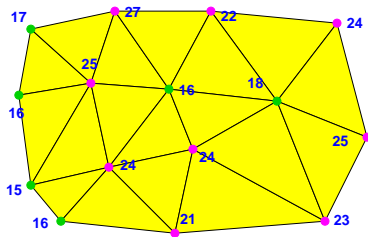
Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(A) - Marquage des sommets P_i avec une marque binaire :

⊕ si $z_i > v$

⊖ si $z_i \leq v$



→ partition des sommets en deux ensembles

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

Calcul de courbes isovaleur

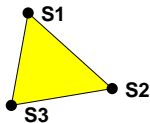
Algorithme

(B) - Parcours des triangles et construction de la courbe isovaleur

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

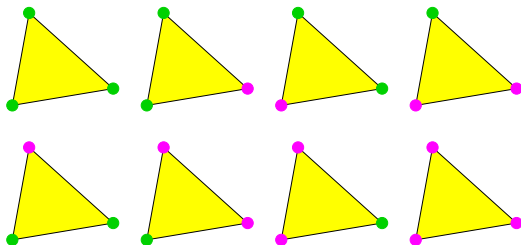
(B) - Parcours des triangles et construction de la courbe isovaleur
chaque triangle $T = [S1, S2, S3]$



Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

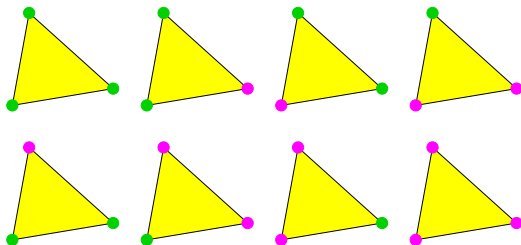
(B) - Parcours des triangles et construction de la courbe isovaleur
chaque triangle $T = [S1, S2, S3] \rightarrow 8$ marquages possibles



Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(B) - Parcours des triangles et construction de la courbe isovaleur
chaque triangle $T = [S1, S2, S3] \rightarrow 8$ marquages possibles

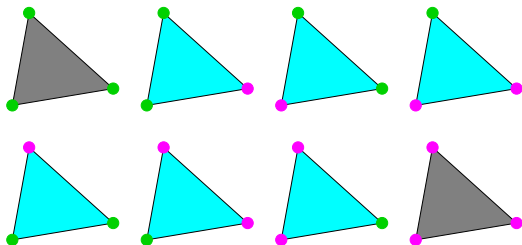


\rightarrow 2 config. possibles :

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(B) - Parcours des triangles et construction de la courbe isovaleur
chaque triangle $T = [S1, S2, S3] \rightarrow 8$ marquages possibles



\rightarrow 2 config. possibles : même signe / signes différents

Calcul de courbes isovaleur

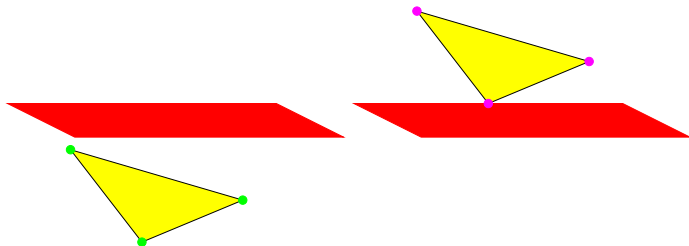
Algorithme

(B) - Parcours des triangles et construction de la courbe isovaleur
config. même signe

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

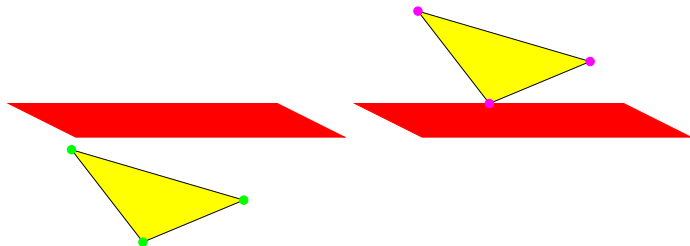
(B) - Parcours des triangles et construction de la courbe isovaleur
config. même signe



Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

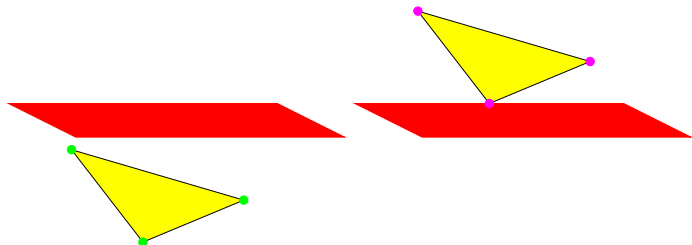
(B) - Parcours des triangles et construction de la courbe isovaleur
config. même signe \rightarrow pas d'intersection avec le plan $z = v$



Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(B) - Parcours des triangles et construction de la courbe isovaleur
config. même signe \rightarrow pas d'intersection avec le plan $z = v$



\rightarrow pas de partie de courbe isovaleur pour cette config.

Calcul de courbes isovaleur

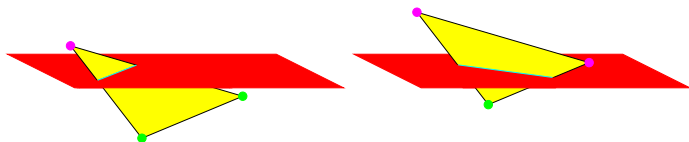
Algorithme

(B) - Parcours des triangles et construction de la courbe isovaleur
config. signes différents

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

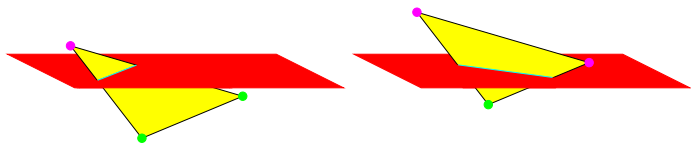
(B) - Parcours des triangles et construction de la courbe isovaleur
config. signes différents



Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

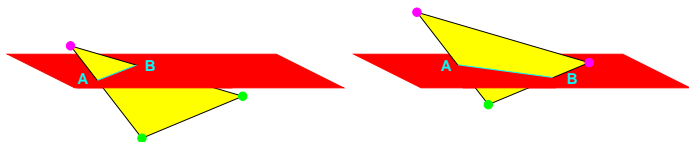
(B) - Parcours des triangles et construction de la courbe isovaleur
config. signes différents \rightarrow intersection avec le plan $z = v$



Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(B) - Parcours des triangles et construction de la courbe isovaleur
config. signes différents \rightarrow intersection avec le plan $z = v$

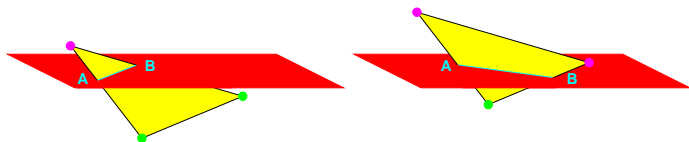


\rightarrow partie de courbe isovaleur pour cette config. réduite à un segment $[A, B]$

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(B) - Parcours des triangles et construction de la courbe isovaleur
 config. signes différents \rightarrow intersection avec le plan $z = v$



- \rightarrow partie de courbe isovaleur pour cette config. réduite à un segment $[A, B]$
- \rightarrow calcul de 2 intersections $\text{plan}(z = v) \cap \text{arete}[P, Q]$

Calcul de courbes isovaleur

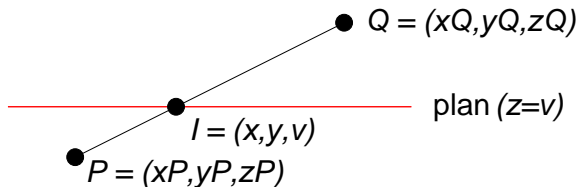
Algorithme

(B) - Parcours des triangles et construction de la courbe isovaleur
calcul du point $I = \text{plan}(z = v) \cap \text{arete}[P, Q]$:

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

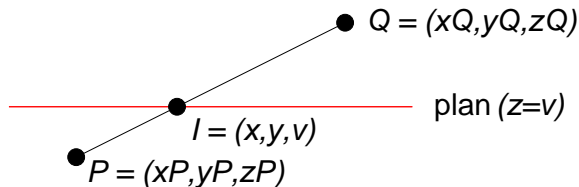
(B) - Parcours des triangles et construction de la courbe isovaleur
calcul du point $I = \text{plan}(z = v) \cap \text{arete}[P, Q]$:



Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(B) - Parcours des triangles et construction de la courbe isovaleur
calcul du point $I = \text{plan}(z = v) \cap \text{arete}[P, Q]$:

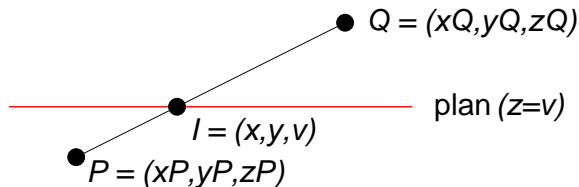


$$I = (1 - \lambda)P + \lambda Q$$

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(B) - Parcours des triangles et construction de la courbe isovaleur
calcul du point $I = \text{plan}(z = v) \cap \text{arete}[P, Q]$:

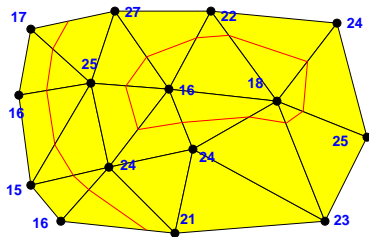


$$I = (1 - \lambda)P + \lambda Q \quad \text{avec} \quad \lambda = (v - zP)/(zQ - zP)$$

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

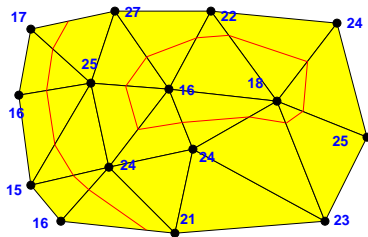
(B) - Parcours des triangles et construction de la courbe isovaleur pour chaque triangle : 0 ou 1 segment à calculer



Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(B) - Parcours des triangles et construction de la courbe isovaleur pour chaque triangle : 0 ou 1 segment à calculer

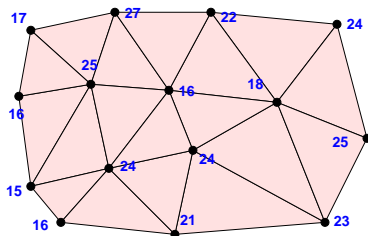


ensemble des segments calculés : **courbe isovaleur**

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

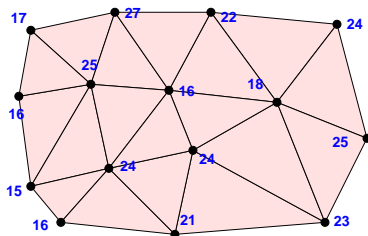


Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C1) - sans ordre particulier

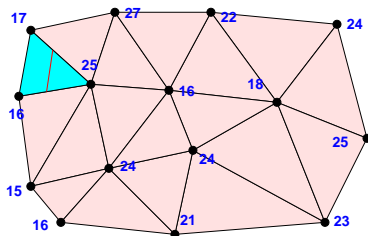


Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C1) - sans ordre particulier

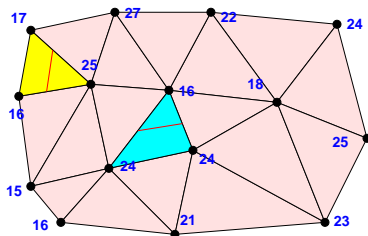


Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C1) - sans ordre particulier

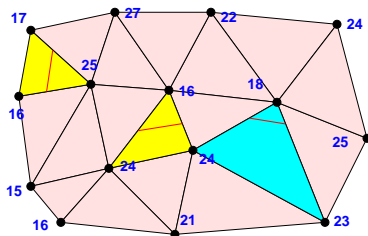


Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C1) - sans ordre particulier

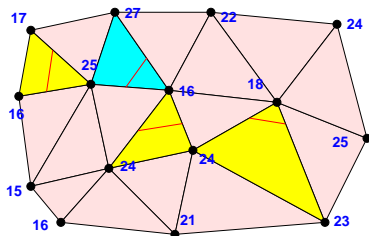


Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C1) - sans ordre particulier

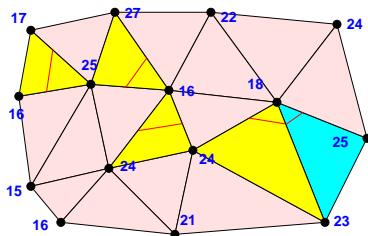


Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C1) - sans ordre particulier

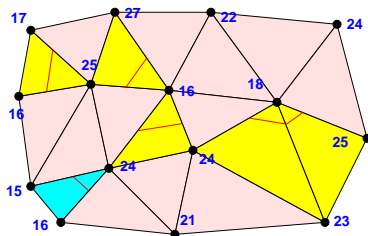


Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C1) - sans ordre particulier

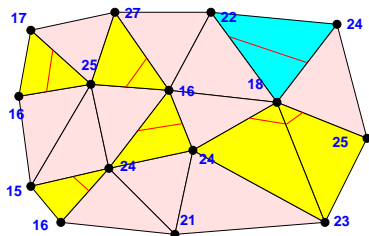


Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C1) - sans ordre particulier

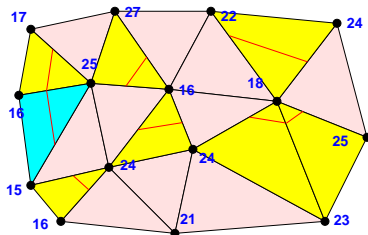


Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C1) - sans ordre particulier

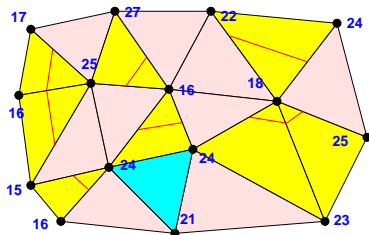


Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C1) - sans ordre particulier

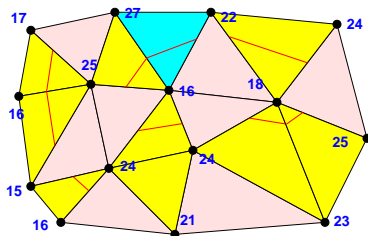


Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C1) - sans ordre particulier

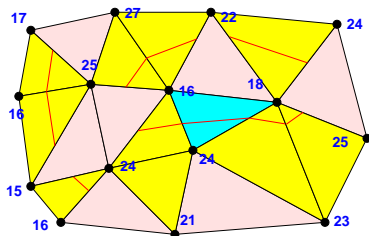


Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C1) - sans ordre particulier

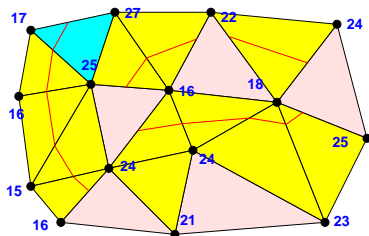


Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C1) - sans ordre particulier

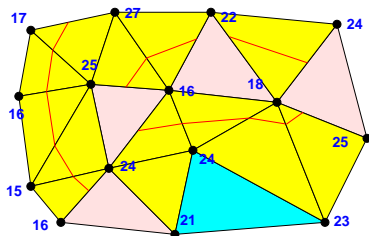


Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C1) - sans ordre particulier

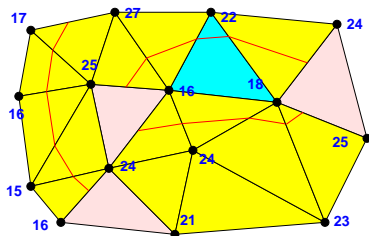


Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C1) - sans ordre particulier

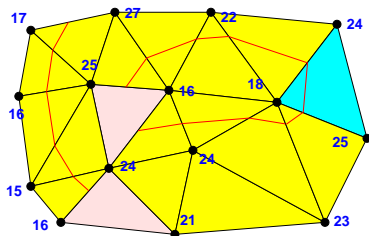


Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C1) - sans ordre particulier

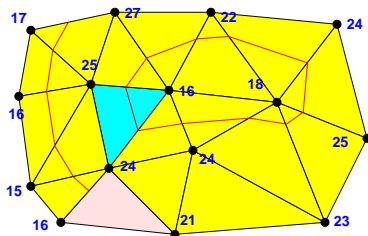


Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C1) - sans ordre particulier

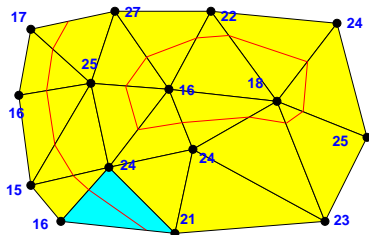


Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C1) - sans ordre particulier

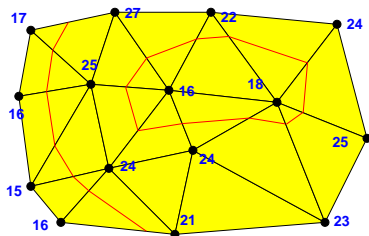


Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C1) - sans ordre particulier

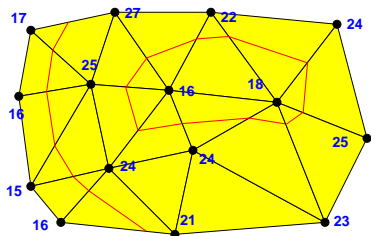


Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C1) - sans ordre particulier

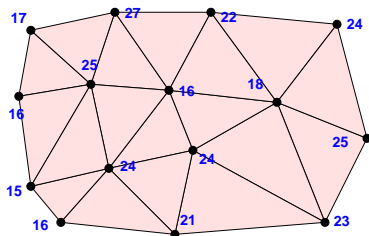


→ parcours de la courbe isovaleur impossible (pas de relation de voisinage entre les différents segments)

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

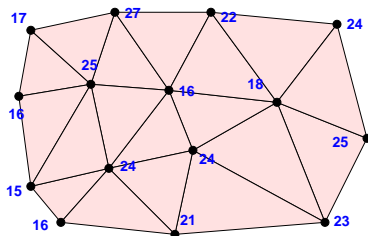


Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C2) - suivi de la courbe isovaleur



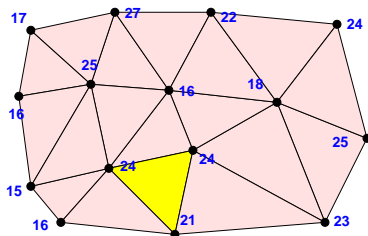
0) Triangulation initiale : aucune face marquée

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C2) - suivi de la courbe isovaleur



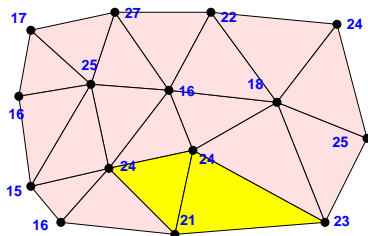
1) Marquer les faces non intersectées par la courbe isovaleur
(faces sans changement de signe)

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C2) - suivi de la courbe isovaleur



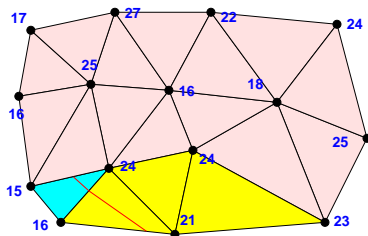
1) Marquer les faces non intersectées par la courbe isovaleur
(faces sans changement de signe)

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C2) - suivi de la courbe isovaleur



2) Rechercher les composantes ouvertes

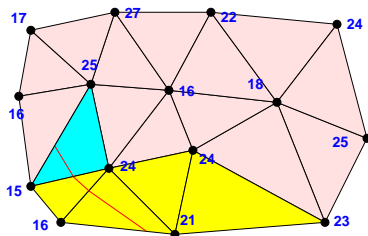
2-B) Par voisinages successifs suivant les arêtes intersectées, trouver les faces (avec changement de signe), les marquer et pour chacune calculer le segment de courbe correspondant

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C2) - suivi de la courbe isovaleur



2) Rechercher les composantes ouvertes

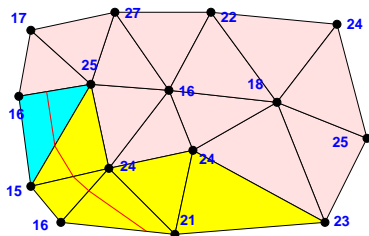
2-B) Par voisinages successifs suivant les arêtes intersectées, trouver les faces (avec changement de signe), les marquer et pour chacune calculer le segment de courbe correspondant

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C2) - suivi de la courbe isovaleur



2) Rechercher les composantes ouvertes

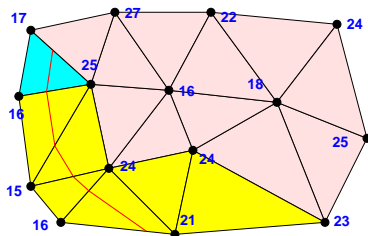
2-B) Par voisinages successifs suivant les arêtes intersectées, trouver les faces (avec changement de signe), les marquer et pour chacune calculer le segment de courbe correspondant

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C2) - suivi de la courbe isovaleur



2) Rechercher les composantes ouvertes

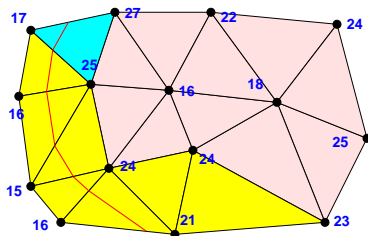
2-B) Par voisinages successifs suivant les arêtes intersectées, trouver les faces (avec changement de signe), les marquer et pour chacune calculer le segment de courbe correspondant

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C2) - suivi de la courbe isovaleur



2) Rechercher les composantes ouvertes

2-C) Jusqu'à trouver une autre face au bord
avec changement de signe sur une arete externe

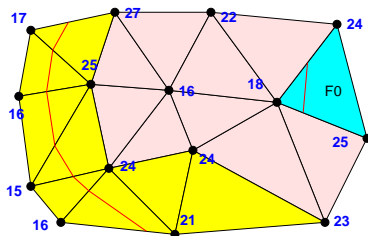
La marquer

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C2) - suivi de la courbe isovaleur



3) Rechercher les composantes fermées

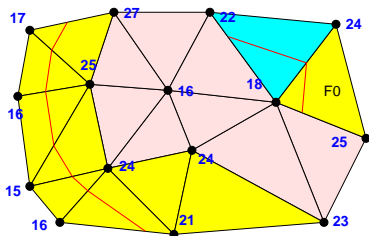
3-A) Trouver une face $F0$ non marquée avec changement de signe

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C2) - suivi de la courbe isovaleur



3) Rechercher les composantes fermées

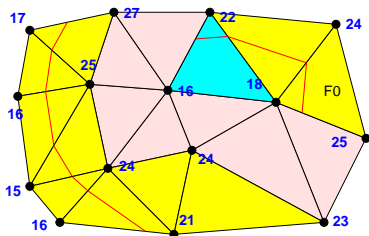
3-B) Par voisinages successifs,
trouver les faces avec changement de signe
et les marquer

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C2) - suivi de la courbe isovaleur



3) Rechercher les composantes fermées

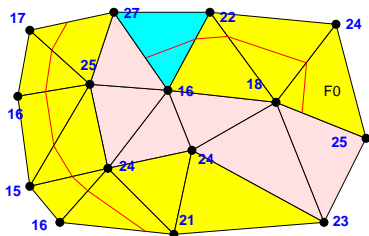
3-B) Par voisinages successifs,
trouver les faces avec changement de signe
et les marquer

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C2) - suivi de la courbe isovaleur



3) Rechercher les composantes fermées

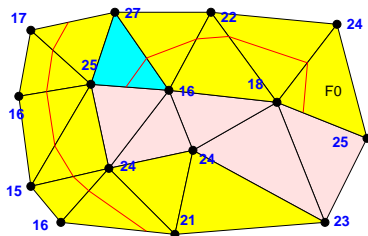
3-B) Par voisinages successifs,
trouver les faces avec changement de signe
et les marquer

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C2) - suivi de la courbe isovaleur



3) Rechercher les composantes fermées

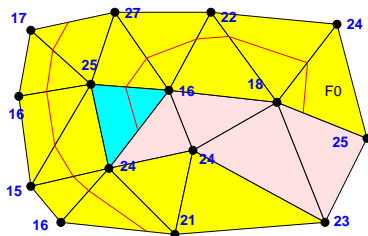
3-B) Par voisinages successifs,
trouver les faces avec changement de signe
et les marquer

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C2) - suivi de la courbe isovaleur



3) Rechercher les composantes fermées

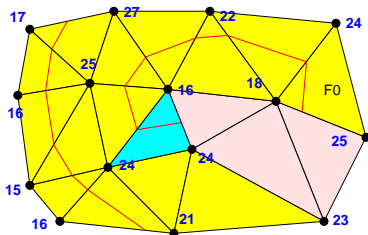
3-B) Par voisinages successifs,
trouver les faces avec changement de signe
et les marquer

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C2) - suivi de la courbe isovaleur



3) Rechercher les composantes fermées

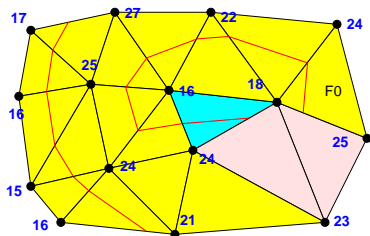
3-B) Par voisinages successifs,
trouver les faces avec changement de signe
et les marquer

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C2) - suivi de la courbe isovaleur



3) Rechercher les composantes fermées

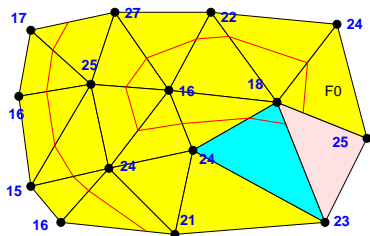
3-B) Par voisinages successifs,
trouver les faces avec changement de signe
et les marquer

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C2) - suivi de la courbe isovaleur



3) Rechercher les composantes fermées

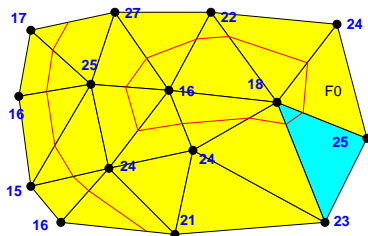
3-B) Par voisinages successifs,
trouver les faces avec changement de signe
et les marquer

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C2) - suivi de la courbe isovaleur



3) Rechercher les composantes fermées

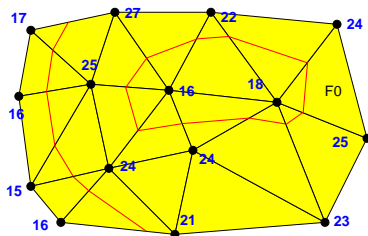
3-B) Par voisinages successifs,
trouver les faces avec changement de signe
et les marquer

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C2) - suivi de la courbe isovaleur



3) Rechercher les composantes fermées

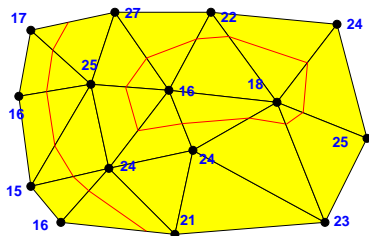
3-C) Jusqu'à revenir à la face $F0$

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme

(C) - Stratégie de parcours des différents triangles

(C2) - suivi de la courbe isovaleur



→ nécessité d'avoir une structure de données adaptée avec les relations d'adjacence entre faces.

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme - écriture de l'algo. pour la stratégie (C1)

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme - écriture de l'algo. pour la stratégie (C1)

Données :

- triangulation \mathcal{T}
- valeur v
- **fonction** $I = \text{intersection_arete_plan}(P, Q, v)$
 - $\lambda \leftarrow (v - zP)/(zQ - zP)$
 - $I \leftarrow (1 - \lambda) P + \lambda Q$

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme - écriture de l'algo. pour la stratégie (C1)

Données :

- triangulation \mathcal{T}
- valeur v
- **fonction** $I = \text{intersection_arete_plan}(P, Q, v)$
 - $\lambda \leftarrow (v - zP)/(zQ - zP)$
 - $I \leftarrow (1 - \lambda) P + \lambda Q$

Résultat :

- courbe isovaleur \mathcal{C} (liste de segments)

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme - écriture de l'algo. pour la stratégie (C1)

Calcul de la courbe isovaleur \mathcal{C}

// Initialisation de \mathcal{C}

$\mathcal{C} \leftarrow \emptyset$

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme - écriture de l'algo. pour la stratégie (C1)

Calcul de la courbe isovaleur \mathcal{C}

```
// (A) Marquage des sommets
pour_tout sommet  $S$  de  $\mathcal{T}$  faire
  si  $z_S < v$  alors
    |  $marque(S) \leftarrow 0$ 
  sinon
    |  $marque(S) \leftarrow 1$ 
  fin_si
fin_pour
```

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme - écriture de l'algo. pour la stratégie (C1)

Calcul de la courbe isovaleur \mathcal{C}

```
// (B) Parcours des triangles
```

```
pour_tout triangle  $T$  de  $\mathcal{T}$  faire
```

```
// les trois sommets de  $T$  et leurs marques
```

```
 $S1 \leftarrow \text{sommet1}(T)$ 
```

```
 $S2 \leftarrow \text{sommet2}(T)$ 
```

```
 $S3 \leftarrow \text{sommet3}(T)$ 
```

```
 $m1 \leftarrow \text{marque}(S1)$ 
```

```
 $m2 \leftarrow \text{marque}(S2)$ 
```

```
 $m3 \leftarrow \text{marque}(S3)$ 
```

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme - écriture de l'algo. pour la stratégie (C1)

Calcul de la courbe isovaleur \mathcal{C}

```
// cas marque de S1 différente des marques de S2 et S3
```

```
si  $m1 \neq m2$  et  $m1 \neq m3$  alors
```

```
// calcul des deux intersections
```

```
 $A \leftarrow \text{intersection\_arete\_plan}(S1, S2, v)$ 
```

```
 $B \leftarrow \text{intersection\_arete\_plan}(S1, S3, v)$ 
```

```
 $\mathcal{C} \leftarrow \mathcal{C} \cup \{[A, B]\}$  // ajouter [A, B] à C
```

```
fin_si
```


Calcul de courbes isovaleur

Algorithme - écriture de l'algo. pour la stratégie (C1)

Calcul de la courbe isovaleur \mathcal{C}

```
// cas marque de S2 différente des marques de S3 et S1
```

```
si  $m2 \neq m3$  et  $m2 \neq m1$  alors
```

```
// calcul des deux intersections
```

```
 $A \leftarrow \text{intersection\_arete\_plan}(S2, S3, v)$ 
```

```
 $B \leftarrow \text{intersection\_arete\_plan}(S2, S1, v)$ 
```

```
 $\mathcal{C} \leftarrow \mathcal{C} \cup \{[A, B]\}$  // ajouter [A, B] à C
```

```
fin_si
```

Calcul de courbes isovaleur

Algorithme - écriture de l'algo. pour la stratégie (C1)

Calcul de la courbe isovaleur \mathcal{C}

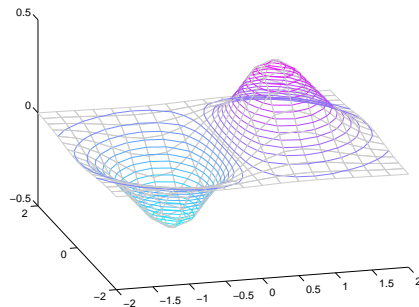
```
// cas marque de S3 différente des marques de S1 et S2
si  $m3 \neq m1$  et  $m3 \neq m2$  alors
  // calcul des deux intersections
   $A \leftarrow \text{intersection\_arete\_plan}(S3, S1, v)$ 
   $B \leftarrow \text{intersection\_arete\_plan}(S3, S2, v)$ 

   $\mathcal{C} \leftarrow \mathcal{C} \cup \{[A, B]\}$  // ajouter [A, B] à C
fin_si

// fin de traitement du triangle T
fin_pour
```

Calcul de courbes isovaleur

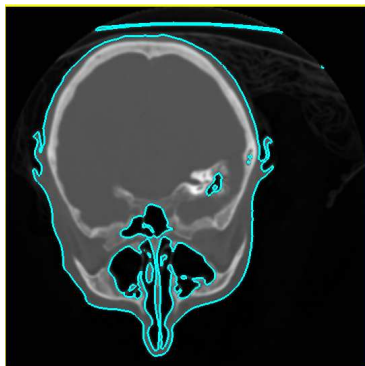
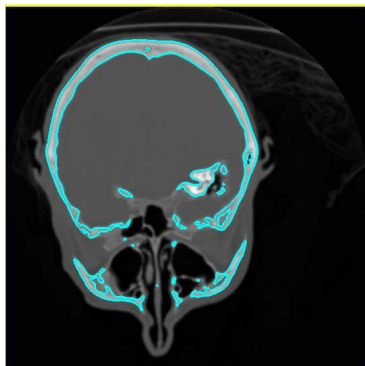
Exemples d'application



Courbes isovaleur d'une surface 3D

Calcul de courbes isovaleur

Exemples d'application



Courbes isovaleur sur des données IRM