Filtro de Kalman

Modelo: cómo varía la glucosa intersticial.

Modelo del proceso (estado):

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ u_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi & \Gamma \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ u_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} w_k$$

, donde

$\begin{bmatrix} \Phi & \Gamma \end{bmatrix} = A_k$, $\begin{bmatrix} x_k \\ u_k \end{bmatrix} = X_k$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$(estado) , w_k = ruido del proceso

y se conoce que **Φ = 0.92** y **Γ = 0.08**

Por tanto, tenemos que:

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ u_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.92 \cdot x_k + 0.08 \cdot u_k \\ u_k + w_k \end{bmatrix}$$

Modelo de la medición (medida):

$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ u_k \end{bmatrix} + v_k$$

, donde

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} = H_k$, $\begin{bmatrix} x_k \\ u_k \end{bmatrix} = X_k$ (estado) , v_k = ruido en la medida

Filtro:
La estimación a priori se define como:

$$\widehat{x_k} = f(\widehat{x_{k-1}},\ u_k,\ 0)$$

, que ajustado a nuestro modelo quedará como:

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_{k|k-1} \\ \hat{u}_{k|k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.92 & 0.08 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_{k-1|k-1} \\ \hat{u}_{k-1|k-1} \end{bmatrix}$$

La ganancia de Kalman que se usará en la estimación se obtiene a partir de:
$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + V_k R_k V_k^T)^{-1}$$

Filtro de Kalman

La estimación a posteriori (cononcida la medición):

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - h(\hat{x}_k^-, 0))$$

, que ajustado al modelo queda como:

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_{k|k} \\ \hat{u}_{k|k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_{k|k-1} \\ \hat{u}_{k|k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.52 \\ 1.71 \end{bmatrix} (y_k - \hat{x}_{k|k-1})$$

La covarianza del error se calcula según:

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^-$$

Notación:

- k|k-1 → se estima k sin medición actual (conociendo k-1 mediciones anteriores) = priori
- k|k → se estima k con medición actual = posteriori
- P_k = Covarianza del error
- Q_k = Covarianza del ruido del proceso
- R_k = Covarianza del ruido de la medida
- K_k=Ganancia de Kalman

Tamaños matrices

A = 1x2
H = 1x2
K = 2x1
P^- = 1x1
P = 2x2
V = 1x2
W = 1x2
Q = 1x1
R = 1x1