

求导练习

Liu Xinyi

2021 年 8 月 24 日

1 基础练习

习题 1.1. 设函数 f 在 $x = 0$ 处可导, 且 $f(0) = 0$. 求极限

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}.$$

习题 1.2. 设函数 f 在 $x = 0$ 处可导, 且 $a_n \rightarrow 0^-, b_n \rightarrow 0^+ (n \rightarrow +\infty)$. 证明:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(b_n) - f(a_n)}{b_n - a_n} = f'(0).$$

习题 1.3. 设 f 是偶函数且在 $x = 0$ 可导. 证明: $f'(0) = 0$.

习题 1.4. 设函数 f 在 x_0 可导, 证明:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h} = f'(x_0).$$

习题 1.5. 设函数 f 在 $x = a$ 可导, 且 $f(a) \neq 0$. 求数列极限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{f(a + \frac{1}{n})}{f(a)} \right)^n.$$

习题 1.6. 设 $f(x) = x(x-1)^2(x-2)^3$. 求 $f'(0), f'(1), f'(2)$.

习题 1.7. 尝试构造一个函数 f , 它在 $(-\infty, +\infty)$ 上处处不可导, 但

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n(f(x + \frac{1}{n}) - f(x))$$

处处存在.