

# TALLER X

## Ceros de funciones

# METODOS NUMERICOS



DEPARTAMENTO  
DE COMPUTACION

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

2do cuatrimestre 2018

METODOS  
NUMERICOS

# Métodos para hallar ceros de $f$

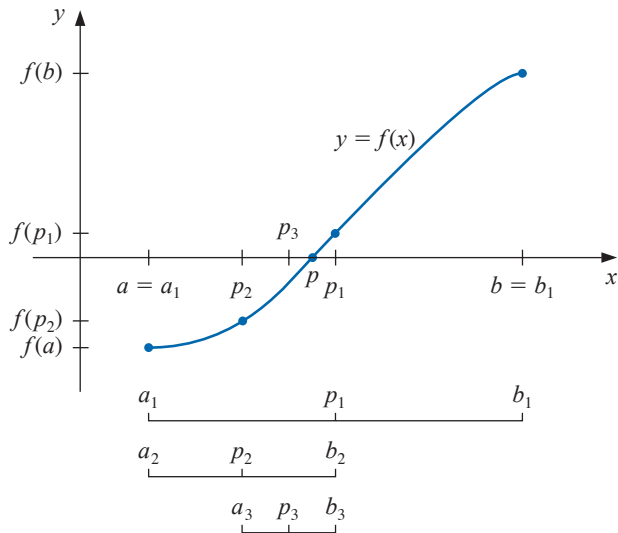
## Problema

Buscamos una solución a la ecuación  $f(x) = 0$

## Métodos

- Bisección
- Newton-Raphson
- Secante
- Regula-Falsi
- Punto Fijo

# Bisección



# Punto Fijo

## Definiciones

- $p$  es *punto fijo* de una función  $g$  si  $g(p) = p$ .
- Buscamos:  $f(p) = 0 \iff g(p) = p$
- Entonces, por ejemplo,  $f(x) = 0 \iff \underbrace{f(x) + x}_{g(x)} = x$
- Ejercicio: proponer 4 funciones distintas  $g(x)$  tal que hallar un punto fijo de  $g$  sea equivalente a hallar una raíz del polinomio  $x^3 + 4x^2 - 10$ .
- Una vez hallada  $g(x)$  a partir de  $f(x)$  definimos la iteración de punto fijo:

$$x_n = g(x_{n-1}), \quad n = 1, 2, \dots$$

Buscamos que la sucesión de valores  $x_0, x_1, x_2, \dots$  generados por la iteración converja al punto fijo de  $g$  (que a su vez es raíz de  $f$ )

# Punto Fijo

## Teorema del Punto fijo

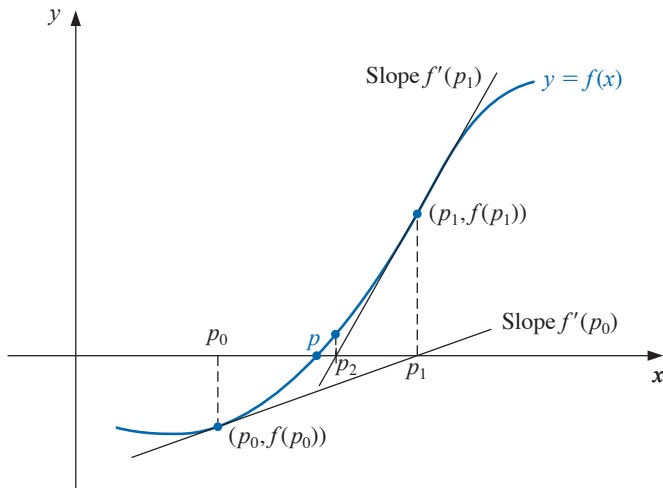
Sea  $g(x)$  una función continua en  $[a, b]$  tal que  $g(x) \in [a, b]$  para todo  $x \in [a, b]$ . Supongamos además que  $g'$  existe en  $(a, b)$  y que existe una constante  $k$ ,  $0 < k < 1$  que cumple que  $|g'(x)| \leq k$ , para todo  $x \in (a, b)$ .

Entonces, para cualquier  $x_0$  en  $[a, b]$ , la sucesión  $\{x_n\}_{n=0,1,\dots}$  definida por

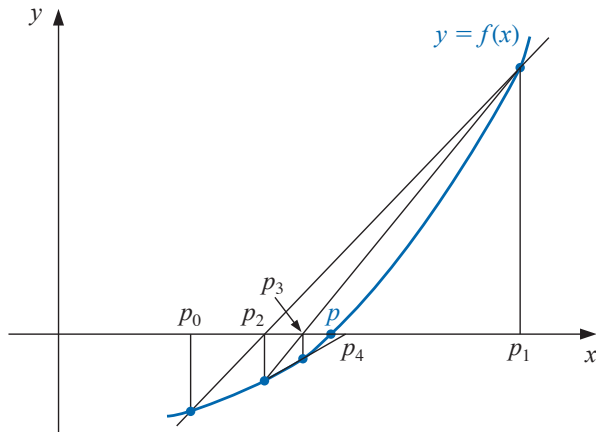
$$x_n = g(x_{n-1}), \quad n \geq 1,$$

converge al único punto fijo  $p$  en  $[a, b]$ .

# Newton-Raphson

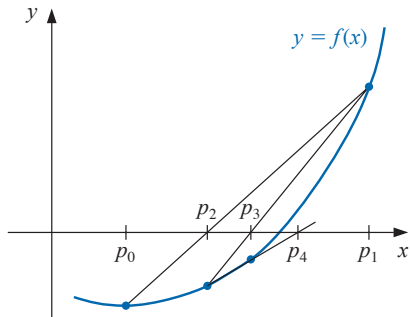


# Secante

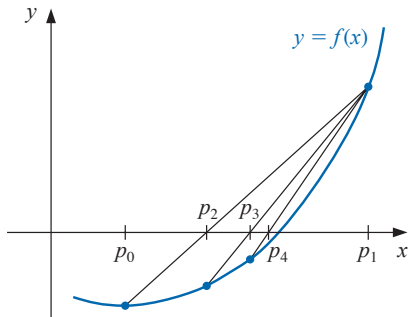


# Regula Falsi

Secant Method



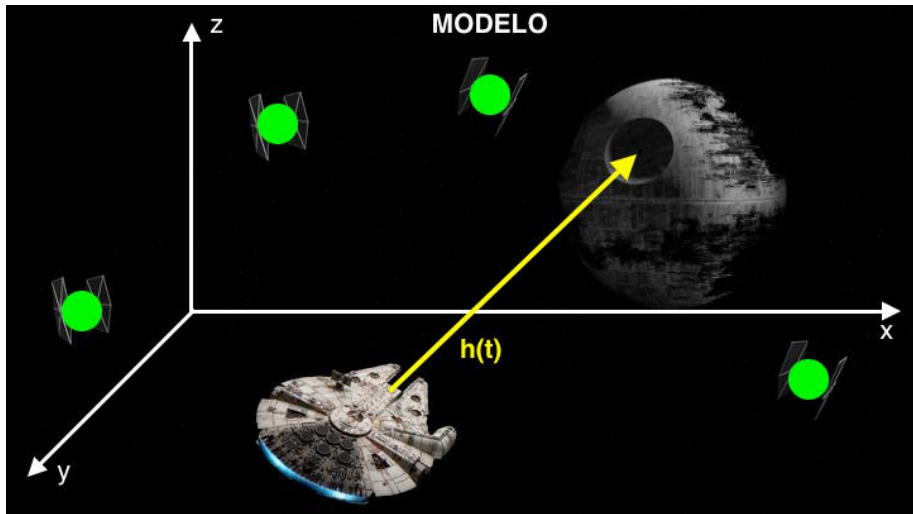
Method of False Position



METODOS  
NUMERICOS



# Taller



MÉTODOS  
NUMÉRICOS

## Definiciones

- Sea  $n$  la cantidad de naves estelares.
- $y_1, \dots, y_n \in \mathbb{R}^3$  las ubicaciones de la naves estelares.
- $h : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$  la función de trayectoria.
- $h$  es una recta:  $h(t) = at + b$ , con  $a, b \in \mathbb{R}^3$ .
- El Halcón Milenario en el instante  $t$  se encuentra en la posición  $h(t)$ .
- Nivel de peligro en instante  $t$ : 
$$A(t) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\|h(t) - y_i\|_2}$$
- Cada nave estelar aporta al nivel de peligro  $A(t)$  una cantidad que es inversamente proporcional a la distancia del Halcón Milenario a la nave.

## Problema

- Han Solo debe activar sus escudos si el nivel de peligro alcanza un valor crítico  $C$ .
- ¿Llega Han Solo a la Estrella de la Muerte sin problemas?