

4.ª fecha de examen final – 04/08/2023

1.
  - a. Hacer un seguimiento del algoritmo de Quicksort, con selección aleatoria de pivot, para ordenar los siguientes elementos: 45 14 24 35 16 11 30 15 39 19 41. Para las selecciones aleatorias de pivot, considerar que el primer elemento elegido es el 16. Para las siguientes selecciones aleatorias tuvimos “suerte”, siempre se seleccionó el valor de la mediana en cada caso.
  - b. Indicar la complejidad temporal esperada de Quicksort.
  - c. Mostrar un Árbol Binario de Búsqueda que, si se lo construye apropiadamente, realiza las mismas comparaciones que el seguimiento de Quicksort detallado anteriormente. Indicar de qué manera se construyó el árbol.
  - d. Indicar cuáles serían las peores selecciones de pivot e indicar en qué complejidad temporal resultaría.
2. Para ayudar a personas con problemas visuales (por ejemplo, daltonismo) el gobierno de Agrabah decidió que en una misma parada de colectivo nunca pararán dos colectivos que usen el mismo color. El problema es que ya saben que eso está sucediendo hoy en día, así que van a repintar todas las líneas de colectivos. Por problemas presupuestarios, sólo pueden pintar los colectivos de  $k$  colores diferentes (por ejemplo,  $k = 4$ , pero podría ser otro valor). Como no quieren parecer un grupo de improvisados que malgasta los fondos públicos, quieren hacer un análisis para saber si es posible cumplir con lo pedido (pintar cada línea con alguno de los  $k$  colores, de tal forma que no hayan dos de mismo color coincidiendo en la misma parada). Considerando que se tiene la información de todas las paradas de colectivo y qué líneas paran allí, modelar el problema utilizando grafos e implementar un algoritmo que determine si es posible resolver el problema. Indicar la complejidad del algoritmo implementado.
3. Dado un número  $n$ , mostrar la cantidad más económica (con menos términos) de escribirlo como una suma de cuadrados, utilizando programación dinámica. Indicar y justificar el orden del algoritmo implementado.  
*Aclaración:* siempre es posible escribir a  $n$  como suma de  $n$  términos de la forma  $1^2$ , por lo que siempre existe solución. Sin embargo, la expresión  $10 = 3^2 + 1^2$  es una manera más económica de escribirlo para  $n = 10$ , pues sólo tiene dos términos. Además, tener en cuenta que no se piden los términos, sino la cantidad mínima de términos cuadráticos necesaria.
4. Realizar una reducción polinomial del problema del ejercicio 3 a otro de los vistos durante la cursada. *Ayuda:* pensar en alguno de los vistos de programación dinámica.
5. Dado un flujo máximo de un grafo, implementar un algoritmo que, si se le aumenta la capacidad a una artista, permita obtener el nuevo flujo máximo en tiempo lineal en vértices y aristas. Indicar y justificar la complejidad del algoritmo implementado.

4.ª fecha de examen final – 04/08/2023

1.
  - a. Hacer un seguimiento del algoritmo de Quicksort, con selección aleatoria de pivot, para ordenar los siguientes elementos: 45 14 24 35 16 11 30 15 39 19 41. Para las selecciones aleatorias de pivot, considerar que el primer elemento elegido es el 16. Para las siguientes selecciones aleatorias tuvimos “suerte”, siempre se seleccionó el valor de la mediana en cada caso.
  - b. Indicar la complejidad temporal esperada de Quicksort.
  - c. Mostrar un Árbol Binario de Búsqueda que, si se lo construye apropiadamente, realiza las mismas comparaciones que el seguimiento de Quicksort detallado anteriormente. Indicar de qué manera se construyó el árbol.
  - d. Indicar cuáles serían las peores selecciones de pivot e indicar en qué complejidad temporal resultaría.
2. Para ayudar a personas con problemas visuales (por ejemplo, daltonismo) el gobierno de Agrabah decidió que en una misma parada de colectivo nunca pararán dos colectivos que usen el mismo color. El problema es que ya saben que eso está sucediendo hoy en día, así que van a repintar todas las líneas de colectivos. Por problemas presupuestarios, sólo pueden pintar los colectivos de  $k$  colores diferentes (por ejemplo,  $k = 4$ , pero podría ser otro valor). Como no quieren parecer un grupo de improvisados que malgasta los fondos públicos, quieren hacer un análisis para saber si es posible cumplir con lo pedido (pintar cada línea con alguno de los  $k$  colores, de tal forma que no hayan dos de mismo color coincidiendo en la misma parada). Considerando que se tiene la información de todas las paradas de colectivo y qué líneas paran allí, modelar el problema utilizando grafos e implementar un algoritmo que determine si es posible resolver el problema. Indicar la complejidad del algoritmo implementado.
3. Dado un número  $n$ , mostrar la cantidad más económica (con menos términos) de escribirlo como una suma de cuadrados, utilizando programación dinámica. Indicar y justificar el orden del algoritmo implementado.  
*Aclaración:* siempre es posible escribir a  $n$  como suma de  $n$  términos de la forma  $1^2$ , por lo que siempre existe solución. Sin embargo, la expresión  $10 = 3^2 + 1^2$  es una manera más económica de escribirlo para  $n = 10$ , pues sólo tiene dos términos. Además, tener en cuenta que no se piden los términos, sino la cantidad mínima de términos cuadráticos necesaria.
4. Realizar una reducción polinomial del problema del ejercicio 3 a otro de los vistos durante la cursada. *Ayuda:* pensar en alguno de los vistos de programación dinámica.
5. Dado un flujo máximo de un grafo, implementar un algoritmo que, si se le aumenta la capacidad a una artista, permita obtener el nuevo flujo máximo en tiempo lineal en vértices y aristas. Indicar y justificar la complejidad del algoritmo implementado.