V206

Wärmepumpe

Annika Burkowitz
annika.burkowitz@tu-dortmund.de

Phillip Alexander Greve
phillip.greve@tu-dortmund.de

Durchführung: 27.10.2015 Abgabe: 03.11.2015

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird der Transport von Wärmeenergie von einem kälteren zu einem wärmenen Reservoir unter Aufbringen mechanischer Arbeit untersucht. Ein solches System nennt sich Wärmepumpe. Wichtige Kenngrößen sind die Güteziffer und der Massendurchsatz, welche in diesem Versuch bestimmt werden.

2 Theorie

2.1 Prinzip einer Wärmepumpe und ihre Güteziffer

Nach dem zweiten Hauptsatz der Themodynamik, der besagt, dass die Entropie in einem abgeschlossenen System niemals abnehmen kann, verläuft ein Wärmeaustausch zwischen zwei Reservoiren unterschiedlicher Temperatur immer vom Wärmeren zum Kälteren hin. Es ist jedoch möglich die Richtung des Wärmetransports umzukehren, wenn man dem System Energie in Form von mechanischer Arbeit zuführt. Ist dies der Fall, so spricht man von einer Wärmepumpe.

Aus dem Verhältnis der aufzuwendenden Arbeit A und der an das wärmere Reservoir abgegebenen Wärmemenge Q_1 resultiert die Güteziffer v einer Wärmepumpe. Da nach dem ersten Hauptsatz der Themodynamik die totale Energie ein einem abgeschlossenen System erhalten bleiben muss, muss die abgegebene Wärmemenge Q_1 gleich der Summe aus der aufgewandten Arbeit und der aus dem kälteren Reservoir entnommenen Wärmemenge Q_2 sein:

$$Q_1 = Q_2 + A \tag{1}$$

Damit ist

$$v = \frac{Q_1}{A} \tag{2}$$

der Wirkungsgrad einer Wärmepumpe.

Unter der Voraussetzung, dass sich die Temperaturen in den Reservoiren während der Wärmeübertragung nicht ändern und der Prozess reversibel verläuft, folgt aus dem zweiten Hauptsatz der Themodynamik, dass die Summe der reduzierten Wärmemengen $\int \frac{\mathrm{d}Q}{T}$ verschwindet:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0 \tag{3}$$

Reversibilität bedeutet in diesem Zusammenhang, dass der Prozess des Energieaustausches zu jedem Zeitpunkt verlustfrei umgekehrt werden kann. Dies ist jedoch nur bei idealen Systemen gegeben, so dass für den irreversiblen, realen Fall nur die Ungleichung

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} > 0 \tag{4}$$

gilt.

Verwendet man Gleichung (3) in (1), so ergibt sich nach (2) die Güteziffer für eine ideale Wärmepumpe:

$$v_{\text{ideal}} = \frac{Q_1}{A} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}. \tag{5}$$

Analog gilt mit (1) und (4) nach Gleichung (2) für die reale Wärmepumpe

$$v_{\text{real}} < \frac{T_1}{T_1 - T_2}. \tag{6}$$

Daraus kann man leicht erkennen, dass die Wärmepumpe einen besseren Wirkungsgrad hat, je geringer die Temperaturdifferenz zwischen den Reservoiren ist. Wärmepumpen werden beispielsweise in der Heiztechnik verwendet und haben dabei gegenüber anderen Verfahren den großen Vorteil, dass die gewonnene Wärmemenge auch größer als die geleistete mechanische Arbeit sein kann. < Gleichung? >

2.2 Aufbau und Funktionsweise einer Wärmepumpe

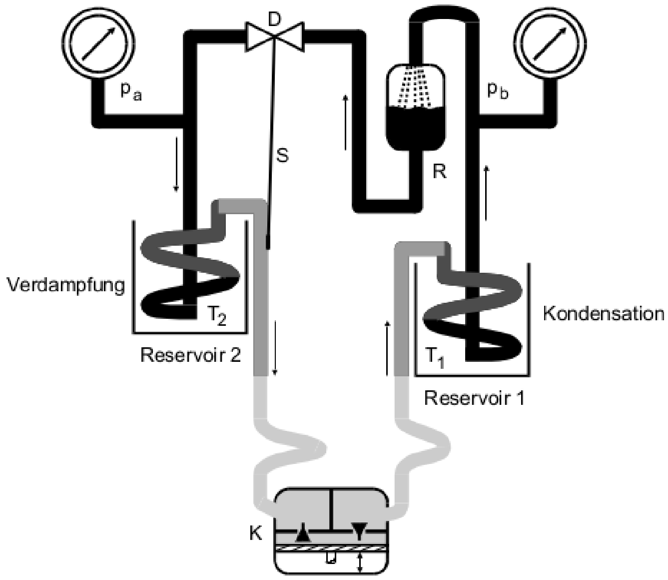

Abbildung 1: Aufbau einer Wärmepumpe ($p_b > p_a; T_1 > T_2$).

In Abbildung 2 ist der schematische Aufbau einer Wärmepumpe zu sehen. Wichtige Elemente sind die Reservoire 1 und 2, welche mit einer genau definierten Menge Wasser gefüllt sind, und in denen sich Kupferspiralen für den Wärmeaustausch zwischen Transportmedium und Wasser befinden. Bei dem Transportmedium handelt es sich um ein reales Gas, welches eine möglichs hohe Kondensationswärme besitzt. In unserem Fall wurde Dicholordiflourmethan (Cl_2F_2C) verwendet. Das Gas ist bei Temperatur T_1 und dem Druck p_b flüssig und bei T_2 und Druck p_a gasförmig. Das flüssige Gas verdampft in Reservoir 2 und entzieht diesem die Verdampfungswärme L pro Gramm.

Infolgedessen sinkt die Temperatur T_2 in Reservoir 2. Der Kompressor K komprimiert das Gas, wodurch der Druck p_b steigt, so dass das Gas in Reservoir 1 kondensiert und dabei die zuvor aufgenommene Verdampfungswärme als Kondensationswärme L pro Gramm abgibt. Dadurch steigt die Temperatur T_1 in Reservoir 1. Zwischen den Reservoiren liegt das Drosselventil D, welches durch Strömungswiderstände den Druckunterschied zwischen p_b und p_a erzeugt. Der Reiniger R und die Steuerungsvorrichtung S gewährleisten eine störungsfreien Funktionsweise. Der Reiniger entfernt verbliebene Gasreste aus dem flüssigen Medium, die Steuerungsvorrichtung regelt den Durchlass des Drosselventils.

2.3 Kenngrößen einer Wärmepumpe

Zur Beurteilung einer Wärmepumpe ist ihre Güteziffer v, der Massendurchsatz $\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$ des Transportmediums und der Wirkungsgrad des Kompressors von Interesse. Wie diese Kenngrößen aus den Messwerten bestimmt werden können wird nachfolgend beschrieben.

2.3.1 Bestimmung der realen Güteziffer v

Aus den gemessenen Temperaturen T_1 pro Zeitintervall Δt berechnet man die pro Zeitintervall gewonnene Wärmemenge

$$\frac{\Delta Q_1}{\Delta t} = (m_1 c_w + m_k c_k)\frac{\Delta T_1}{\Delta t}. \tag{7}$$

Dabei ist $m_1 c_w$ die Wärmekapazität des Wassers in Reservoir 1 und $m_k c_k$ die Wärmekapazität der Kupferschlange und des Behälters gemeinsam. Mit der über Δt gemittelten Leistungsaufnahme des Kompressors N ergibt sich für die Güteziffer mit (7)

$$v = \frac{\Delta Q_1}{N \Delta t} = \frac{m_1 c_w + m_k c_k}{N}\frac{\Delta T_1}{\Delta t} \tag{8}$$

2.3.2 Bestimmung des Massendurchsatzes

Gleichung (7) lässt sich analog für Reservoir 2 für ΔT_2 aufstellen:

$$\frac{\Delta Q_2}{\Delta t} = (m_2 c_w + m_k c_k)\frac{\Delta T_2}{\Delta t}. \tag{9}$$

Die Wärmeentnahme geschieht in Form der Verdampfungswärme L pro Massen- und Zeiteinheit. Der Massendurchsatz lässt sich mit (9) berechnen, wenn L bekannt ist:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\Delta Q_2}{L \Delta t} = \frac{m_2 c_w + m_k c_k}{L}\frac{\Delta T_2}{\Delta t} \tag{10}$$

2.3.3 Bestimmung der mechanischen Kompressorleistung N_mech

Die Arbeit A_mech, die von dem Kompressor verrichtet wird, wenn er ein Gasvolumen V_a auf das Volumen V_b verdichtet, ist

$$A_\mathrm{mech} = -\int_{V_\mathrm{a}}^{V_\mathrm{b}} p \,\mathrm{d}V \tag{11}$$

Unter der idealisierten Annahme, dass die Kompression des Gases adiabatisch erfolgt, gilt die Poissonsche Gleichung

$$p_\mathrm{a} V_\mathrm{a}^\kappa = p_\mathrm{b} V_\mathrm{b}^\kappa = p V^\kappa \tag{12}$$

mit $\kappa = \frac{C_\mathrm{p}}{C_\mathrm{v}}$, $\kappa > 1$ und den Molwärmen C_p (für konstanten Druck) und C_V (für konstantes Volumen). Dies kann man nach p umformen und in Gleichung (11) einsetzen. Für A_mech erhält man dann

$$A_\mathrm{mech} = -p_\mathrm{a} V_\mathrm{a}^\kappa \int_{V_\mathrm{a}}^{V_\mathrm{b}} V^{-\kappa} \mathrm{d}V = \frac{1}{\kappa - 1} \left(p_\mathrm{b} \sqrt[\kappa]{\frac{p_\mathrm{a}}{p_\mathrm{b}}} - p_\mathrm{a} \right) V_\mathrm{a} \tag{13}$$

und für die mechanische Kompressorleistung

$$N_\mathrm{mech} = \frac{\Delta A_\mathrm{mech}}{\Delta t} = \frac{1}{\kappa - 1} \left(p_\mathrm{b} \sqrt[\kappa]{\frac{p_\mathrm{a}}{p_\mathrm{b}}} - p_\mathrm{a} \right) \frac{1}{\rho} \frac{\Delta m}{\Delta t} \tag{14}$$

ρ ist dabei die Dichte des Gases bei dem Druck p_a. Die Bestimmung von ρ ist über die Ideale Gasgleichung $pV = N k_\mathrm{b} T$ und ρ_0, also der Dichte bei Normalbedingungen möglich. [1]

3 Durchführung

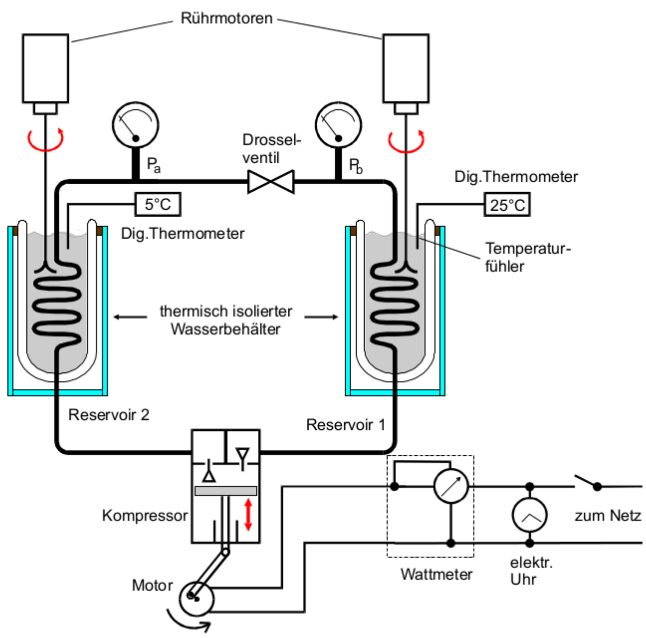

Abbildung 2: Aufbau der Messapparatur.

Zu Beginn werden die Reservoire 1 und 2 mit je drei Litern Wasser gefüllt. Um die Menge genau messen zu können, wird ein Messkolben mit einem Fassungsvolumen von einem Liter verwendet. Es werden der Kompressor und die Rührmotoren, die dafür sorgen, dass die Temperatur in den Behältern immer gleichmäßig verteilt ist, angeschaltet. Nun werden im Abstand von einer Minute die Temperaturen T_1 und T_2, die Drücke p_a und p_b, sowie die Leistungsaufnhame N des Kompressors abgelesen. Dies wird solange wiederholt, bis die Temperatur T_1 50°C erreicht hat. Da die Manometer bei Umgebungsdruck auf 0 Bar geeicht sind, muss auf alle abgelesenen Drücke 1 Bar addiert werden.

4 Auswertung

In der folgenden Tabelle sind alle Messwerte aufgeführt

Zeit/min	T_1/K	$T_2/$	p_a/bar	p_b/bar	N/W
0	21.7	21.9	5.1	5.2	170
1	22.1	21.8	2.4	7.0	170
2	23.3	21.8	2.8	7.2	180
3	24.6	20.9	3.0	7.7	190
4	26.2	19.4	3.1	8.2	195
5	28.0	17.6	3.1	8.3	200
6	29.9	15.8	3.1	9.0	200
7	32.0	14.1	3.1	10.0	205
8	35.1	12.3	3.1	10.5	205
9	37.5	10.7	3.1	10.9	208
10	36.9	9.0	3.1	10.4	210
11	38.8	7.4	3.1	11.7	208
12	40.4	6.0	3.1	11.0	208
13	42.1	4.4	3.1	11.4	210
14	43.6	3.0	3.1	11.9	210
15	45.2	1.6	3.2	12.0	210
16	46.7	0.5	3.2	12.5	210
17	48.0	-0.3	3.2	13.0	210
18	49.5	-0.7	3.2	13.1	210
19	50.7	-1.0	3.2	13.5	210

Tabelle 1: Messdatentabelle.

Die Temperaturverläufe sind in dem folgenden Diagramm dargestellt und mit einer linearen Ausgleichstrechnung approximiert.

4.1 Temperaturausgleichskurve

Die Näherung wurde mit scientific Python gemacht und ist gegeben durch

$$T(t) = At^2 + Bt + C. \tag{15}$$

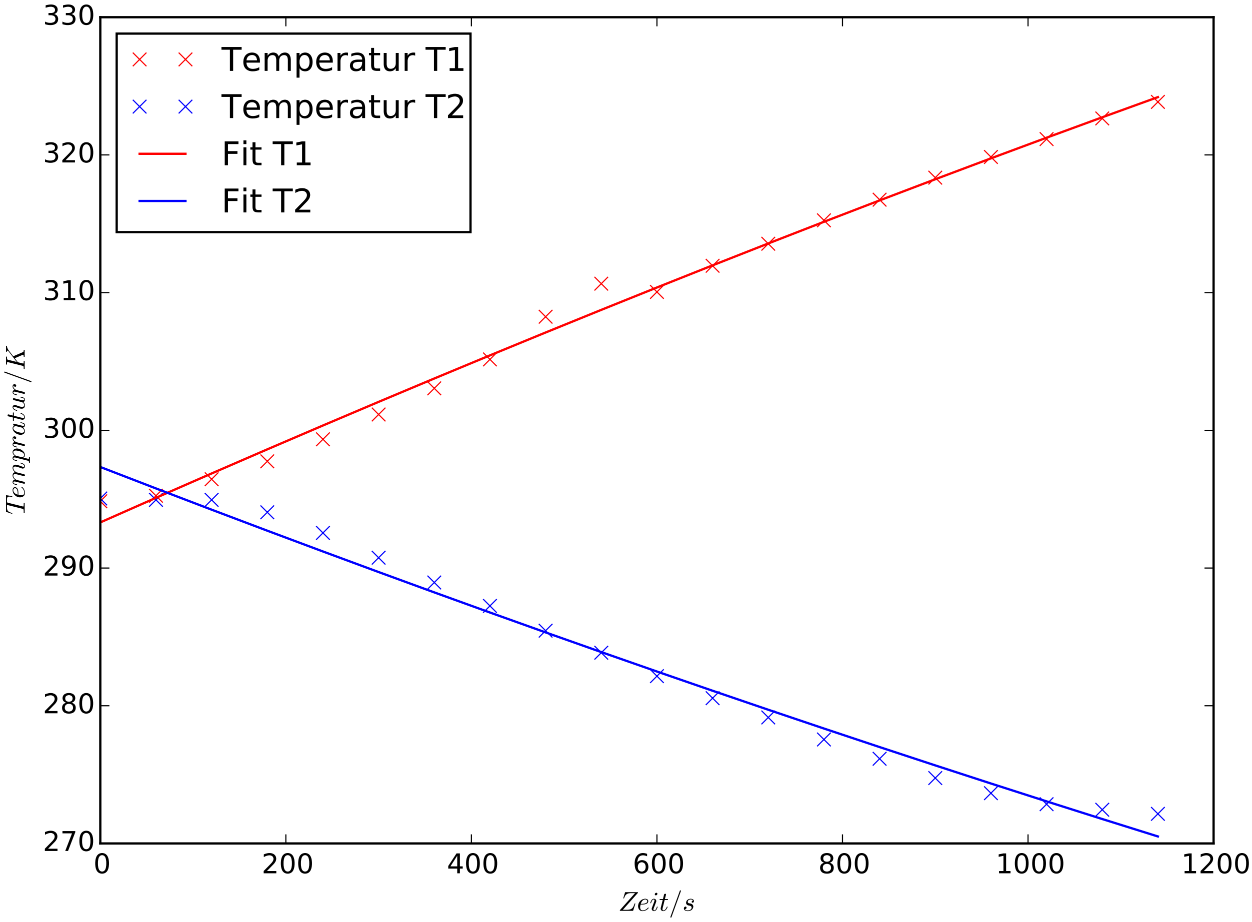

Abbildung 3: Temperturausgleichskurve.

Die Parameter für erwärmte Reservoir T_1 sind
$A = (-0.000002485)\frac{K}{s^2}$
$B = (0.029925168)\frac{K}{s}$
$C = (293.312793014)K$
Die Parameter für den anderen Behälter T_2 sind
$A = (0.000002259)\frac{K}{s^2}$
$B = (-0.026112097)\frac{K}{s}$
$C = (297.339350549)K$
Die dazugehörigen Differentialquotienten erhält man durch die folgende Gleichung

$$\frac{dT}{dt} = 2At + B \tag{16}$$

$Zeit/s$	dT_1/dt	dT_2/dt
300	0.028	-0.024
600	0.027	-0.023
900	0.025	-0.022
1140	0.024	-0.020

Tabelle 2: Differentialquotienten.

4.2 Güteziffer

Als nächstes soll die Güteziffer bestimmt werden dafür Nutzt man die Gleichung (5) für die ideale Güteziffer und die Gleichung (6)

$Zeit/s$	v_{ideal}	v_{real}
300	28.956	1.875
600	11.112	1.692
900	7.301	1.598
1140	6.264	1.523

Tabelle 3: Güteziffer

4.3 Massendurchsatz

Wenn man die Werte in Gleichung (10) einsetzt erhält man den Massendurchsatz.

$Zeit/s$	$\frac{dQ_2}{dt}$	$\frac{dm}{dt}/\frac{mol}{s}$
300	-326.430	-0.014
600	-308.554	-0.013
900	-290.679	-0.012
1140	-276.379	-0.012

Tabelle 4: Massendurchsatz

4.4 Mechanischekompressorleistung

Die Dichte ρ, die für die Berechnung mechanischen Kompressorleistung benötigt wird, kann berechnet werden, indem man die Gleichung der idealen Gase umstellt.

$$pV = nRT \leftrightarrow \frac{pV}{T} = nR \tag{17}$$

Damit ergibt sich, da die Stoffmenge n konstant bleibt,

$$n_1 = n_2 \frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \tag{18}$$

Da $\rho V = m$ $V = \frac{m}{\rho}$ lässt sich bestimmen wobei $\rho_2 = \rho$ und $p_2 = p_a$.

$$\rho = \frac{\rho_0 T_0 p_a}{T_2 p_0} \tag{19}$$

Und mit Gleichung (14)

$$N_{\text{mech}} = \frac{1}{\kappa - 1} \left(p_b \sqrt[\kappa]{\frac{p_a}{p_b}} - p_a \right) \frac{1}{\frac{\rho_0 T_0 p_a}{T_2 p_0}} \frac{dm}{dt} \tag{20}$$

$Zeit/s$	Dichte$\rho/\frac{g}{m^3}$	LeistungN_{mech}/W
300	15.49	-0.0026
600	15.05	-0.0031
900	15.13	-0.0033
1140	21.65	-0.0024

Tabelle 5: Massendurchsatz

5 Diskussion

Bei der Messung gab es eine Abweichung der Messwerte für T_1. Die Werte für Minute 8 und Minute 9 nach Beginn der Messung sind leicht erhöht, was daran liegen könnte, dass der Rührer in Reservoir 1 defekt war und nur in unregelmäßigen Abständen funktioniert hat, sodass dadurch keine gleichmäßige Verteilung möglich war. Hier Bei dem Berechnen der Güteziffern ist aufgefallen, dass die reale Güteziffer nur ein Bruchteil der Idealen ist. Das liegt daran, das die Isolierung mangelhaft ist und der Prozess nicht vollkommen reversibel ist wie für eine ideale Wärmepumpe gefordert. Die mangelhafte Isolierung und die damit beeinflussten Messwerte, beeinträchtigten die Genauigkeit der berechneten Werte. Die berechneten Kompressorleistungen sind eindeutig unrealistisch und stammen aus einem nicht gefundenden Fehler in der Berechnung.

Literatur

[1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zur Wärmepumpe.* 2015.