V101

Das Trägheitsmoment

Annika Burkowitz
annika.burkowitz@tu-dortmund.de

Phillip Alexander Greve
phillip.greve@tu-dortmund.de

Durchführung: 19.01.2016 Abgabe: 26.01.2016

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

In diesem Versuch werden die Winkelrichtsgröße einer Torsionsfeder sowie die Trägheitmomente von verschiedenen Körpern bestimmt und der Steinersche Satz untersucht.

2 Theorie

Mit Drehmoment $\vec{M}$ Trägheitsmoment I und Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}$ lassen sich Dynamische Rotationsbewegungen beschreiben. Das Trägheitsmoment ist durch

$$I = \sum_i r_1^2 m_i = \int r^2 \mathrm{d}m \tag{1}$$

gegeben. Beispiele für Trägheitsmomente sind in der Abbildung 1 dargestellt. Ist ein

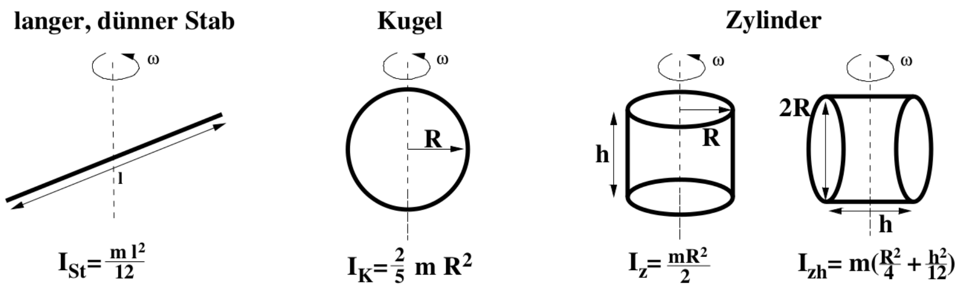

Abbildung 1: Trägheitsmomente für verschiedene Körper [1].

Körper, dessen Trägheitsmoment bei Rotation um die Schwerpunktsachse bekannt ist, von der Drehachse durch seinen Schwerpunkt um den Abstand a verschoben, so lässt sich das neue Trägheitsmoment mit dem Steinerschen Satz

$$I = I_s + ma^2 \tag{2}$$

berechnen. Das Drehmoment M berechnet sich durch

$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r} \quad . \tag{3}$$

Wenn in einem System eine zum Auslenkungswinkel φ Rücktreibende Kraft existiert, führt das System eine Schwingung aus mit der Schwingungsdauer

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}} \quad . \tag{4}$$

Diese Gleichung gilt mit der Näherung für kleine Winkel. Das durch die rücktreibende Kraft erzeugte Drehmoment ist bestimmt durch

$$M = D\varphi \quad . \tag{5}$$

gegeben. Mit den Gleichungen (5) und (4) lassen sich auch die Winkelrichtgrößen D von Torsionsfedern berechnen.

$$D = \frac{Fr}{\varphi} \tag{6}$$

[1]

3 Durchführung

Für den Versuch wird ein Drillachse wie in Abbildung 2 verwendet. Die Apparaturkon-

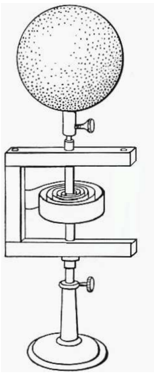

Abbildung 2: Abbildung der Messapparatur [1].

stanten die Winkelrichtgrößen D und das Trägheitsmoment I_D werden bestimmt. Dafür wird an der Drillachse in einem Abstand r vom Mittelpunkt eine Federwaage eingehängt, um den Winkel φ ausgelenkt und mit Gleichung (6) die Winkelrichtgröße bestimmt. Um das Trägheitsmoment I_D zu bestimmen, wird an der Drillachse eine möglichst masselosen Stange mit zwei Gewichten senkrecht zur Drehachse befestigt. Das System wird in Schwingung versetzt und die Schwingungsdauer T gemessen. Die Schwingungsdauern werden quadratisch zu den Abstandsquadraten aufgetragen, dann wird das Eigenträgheitsmoment I_D mittels linearer Regression und Gleichung (4) bestimmt. Als nächstes werden die Trägheitsmomente von zwei verschiedenen Körpern durch die Gleichung (4) bestimmt werden. Dafür werden die Körper auf der Drillachse befestigt, das System in Schwingung versetzt und die Schwingungsdauer von fünf Perioden gemessen. Nun wird nach der selben Methode das Trägheitsmoment einer Puppe in zwei verschiedenen Haltungen gemessen. Um die Ergebnisse zu vergleichen werden die Formen der Körper und Puppen vermessen und ihr Gewicht bestimmt. Bei der Puppe werden dafür die Körperteile Kopf, Beine, Arme und Rumpf als Zylinder genähert.

4 Fehlerrechnung

Die Fehlerrechnung wird mit nachfolgenden Formeln und mit Python durchgeführt. Der Mittelwert wird mit

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i \tag{7}$$

berechnet und Standardabweichung des Mittelwerts berechnet sich nach

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x_i})^2}. \tag{8}$$

Der Gaußsche Fehler einer Funktion $f(x_i)$, die von den fehlerbehafteten Variablen x_i abhängt, berechnet sich nach der Formel

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2}. \tag{9}$$

Dabei ist Δx_i der Fehler von x_i. Die relative Abweichung eines berechneten Wertes x vom wahren Wert x_w beträgt

$$\Delta x_\mathrm{rel} = \frac{x - x_\mathrm{w}}{x_\mathrm{w}}. \tag{10}$$

5 Auswertung

5.1 Bestimmung der Winkelrichtgröße D und des Trägheitsmoments I_D der Drillachse

Zunächst werden die Konstanten der Apparatur, die Winkelrichtgröße D und das Eigenträgheitsmoment I_D der Drillachse, bestimmt. Die Winkelrichtgröße wird sowohl mit einer statischen Methode als auch mit einer dynamischen Methode bestimmt, das Eigenträgheitsmoment nur mit der dynamischen Methode.

5.1.1 statische Methode

Mit einem Federkraftmesser wird die Rückstellkraft F der Torsionsfeder bei festem Abstand r von der Drehachse in Abhängigkeit des Drehwinkels φ gemessen. Die Messwerte sowie die nach Gleichung (6) berechnete Winkelrichtgröße D sind in Tabelle 1 zu aufgeführt.

Drehwinkel φ in °	in rad	F in N	D in N m
90	1.571	0.28	0.02653
100	1.745	0.30	0.02558
120	2.094	0.38	0.02700
150	2.618	0.49	0.02785
180	3.142	0.57	0.02700
200	3.491	0.61	0.02601
230	4.014	0.70	0.02595
270	4.712	0.80	0.02526
300	5.236	0.90	0.02558
330	5.760	1.00	0.02584

Tabelle 1: Messwerte zur Berechnung der Winkelrichtgröße D mit der statischen Methode.

Für die Drehwinkel wird ein Ablesefehler von $5° = 0.087\,\mathrm{rad}$ angenommen. Es wird der Mittelwert der Winkelrichtgröße nach Gleichung (7) berechnet. Der Fehler ergibt sich mit Gaußscher Fehlerfortpflanzung wie in Gleichung (9). Damit ergibt sich für die Winkelrichtgröße nach der statischen Methode

$$D_{\mathrm{stat}} = (0.0263 \pm 0.0003)\,\mathrm{N\,m}.$$

5.1.2 dynamische Methode

Bei der dynamischen Methode wird die Schwingungsdauer T für verschiedene Abstände a der Massen von der Drehachse gemessen. Die Messwerte sind in Tabelle 2 dargestellt. Es wird T^2 gegen a^2 aufgetragen (siehe Grafik 3) und eine lineare Regression der Form $y = b \cdot x + c$ mit Python durchgeführt.

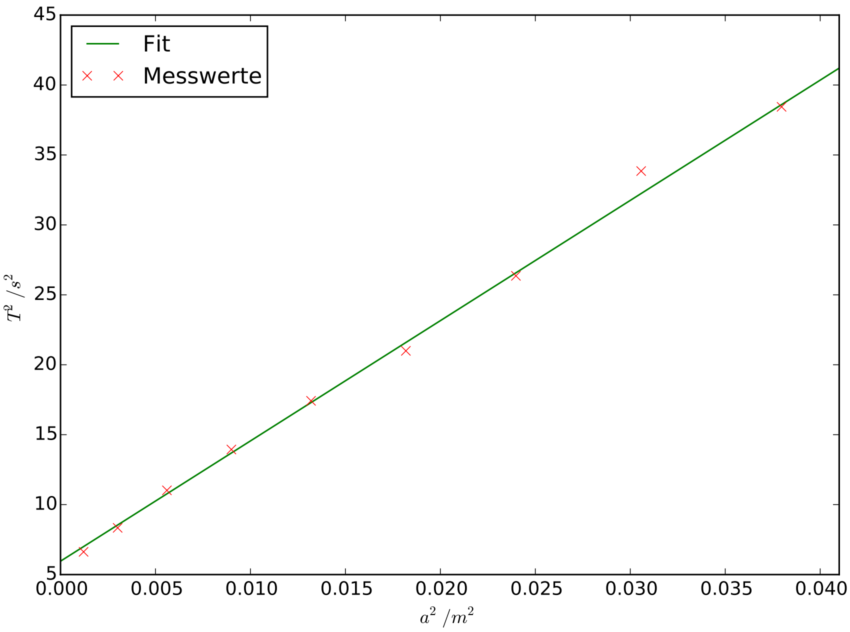

Abbildung 3: Graph zur linearen Ausgleichsrechnung nach Gleichung (12).

Dies liefert mit den Messwerten aus Tabelle 2 die Parameter

$$b = (860 \pm 15)\,\frac{\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}}$$
$$c = (6.0 \pm 0.4)\,\mathrm{s}.$$

Abstand a in cm	Schwingungsdauer T in s	
	5 Perioden	1 Periode
3.485	12.87	2.574
5.485	14.44	2.888
7.485	16.60	3.320
9.485	18.67	3.734
11.485	20.87	4.174
13.485	22.91	4.582
15.485	25.67	5.134
17.485	29.09	5.818
19.485	31.00	6.200
21.485	33.53	6.706

Tabelle 2: Messwerte der dynamischen Methode zur Berechnung von D und I_D.

Die Gleichung (4) lässt sich mit dem Gesamtträgheitsmoment $I_\mathrm{ges} = I_\mathrm{D} + I_\mathrm{Z1} + I_\mathrm{Z2}$ und den Trägheitsmomenten der Zylinder,

$$I_{Z1} = m_1 \left(\frac{R_1^2}{4} + \frac{h_1^2}{12} \right) + m_1 a^2 \text{ und}$$
$$I_{Z1} = m_2 \left(\frac{R_2^2}{4} + \frac{h_2^2}{12} \right) + m_2 a^2$$

die um den Abstand a von der Schwerpunktsachse verschoben sind, zu

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{(m_1 + m_2)}{D} \qquad a^2 + 4\pi^2 \frac{m_1 \left(\frac{R_1^2}{4} + \frac{h_1^2}{12} \right) + m_2 \left(\frac{R_2^2}{4} + \frac{h_2^2}{12} \right) + I_D}{D} \tag{11}$$
$$y = b \qquad x + c \tag{12}$$

umformen. Die Winkelrichtgröße wird dann mit der Gleichung

$$D_{\text{dyn}} = 4\pi^2 \frac{(m_1 + m_2)}{b} \tag{13}$$

berechnet und es ergibt sich mit Fehlerrechnung durch Python, der Steigung b der linearen Regression und den Massen m_1 und m_2 aus der Tabelle 3

$$D_{\text{dyn}} = (0.0205 \pm 0.0004)\,\mathrm{N\,m}.$$

	Gewicht 1 (Zylinder)	Gewicht 2 (Zylinder)
Masse m in g	223.43	222.50
Durchmesser in cm	3.45	3.46
	3.45	3.49
	3.44	3.48
	3.44	3.47
	3.45	3.475
Höhe in cm	2.97	2.975
	2.975	2.97
	2.97	2.975

Tabelle 3: Abmessungen der zwei verwendeten Gewichte (beides Zylinder).

Das Eigenträgheitsmoment wird aus dem y-Achsenabschnitt der linearen Ausgleichsrechnung (12) mit der Gleichung

$$I_D = -m_1 \left(\frac{R_1^2}{4} + \frac{h_1^2}{12} \right) - m_2 \left(\frac{R_2^2}{4} + \frac{h_2^2}{12} \right) + \frac{c}{b} (m_1 + m_2) \tag{14}$$

berechnet. Mit den Werten aus Tabelle 3, aus der sich insbesondere die Radien

$$R_1 = (0.017\,23 \pm 0.000\,01)\,\mathrm{m} \text{ und}$$
$$R_2 = (0.017\,37 \pm 0.000\,03)\,\mathrm{m}$$

und die Höhen der Zylinder

$$h_1 = (0.029\,72 \pm 0.000\,02)\,\mathrm{m} \text{ und}$$
$$h_2 = (0.029\,73 \pm 0.000\,02)\,\mathrm{m}$$

ergeben, und den Parametern b und c der linearen Ausgleichsrechnung sowie Fehlerfortpflanzung mit Python folgt für das Eigenträgheitsmoment

$$I_\mathrm{D} = (3.0 \pm 0.2) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}^2\,\mathrm{m}.$$

Da das Eigenträgheitsmoment größer als die theoretisch berechneten Trägheitsmomente der Körper ist, ist das Ergebnis nicht sehr sinnvoll, sodass das Eigenträgheitsmoment in den nachfolgenden Rechnungen nicht eingerechnet wird.

5.2 Trägheitsmoment zweier verschiedener Körper

Es werden die Trägheitsmomente zweier Zylinder theoretisch über die Abmessungen und die Masse der Körper berechnet, sowie über die Schwingungsdauer bestimmt. Der erste Zylinder (schwarz) rotiert dabei senkrecht stehend um seine Schwerpunktsachse, der zweite Zylinder (weiß) rotiert liegend ebenfalls um seine Schwerpunktsachse. Die Abmessungen der Zylinder sind in Tabelle 4 dargestellt, die Messwerte der Schwingungsperiode in Tabelle 5.

	Zylinder 1	Zylinder 2
Masse m in kg	1.9739	1.5254
Durchmesser in cm	7.97	8.01
	7.94	8.01
	7.945	8.00
Höhe in cm	13.98	13.95
	14.01	13.95
	14.01	13.97

Tabelle 4: Abmessungen der zwei Zylinder, deren Trägheitsmoment bestimmt wird.

5.2.1 Trägheitsmoment des stehenden Zylinders

Das Trägheitsmoment des stehenden Zylinders wird mit

$$I_\mathrm{Z,stehend} = \frac{1}{2} m_1 R_\mathrm{Z1}^2 \tag{15}$$

Zylinder 1		Zylinder 2	
5 T in s	1 T in s	5 T in s	1 T in s
8.35	1.670	11.67	2.334
8.35	1.670	11.44	2.288
8.30	1.660	11.84	2.368
8.33	1.666	11.75	2.350
8.29	1.658	11.64	2.328
8.50	1.700	11.46	2.292
8.33	1.666	11.53	2.306
8.46	1.692	11.58	2.316
8.46	1.692	11.75	2.350
8.27	1.654	11.52	2.304
8.36	1.673	11.62	2.324
0.03	0.005	0.04	0.009

Tabelle 5: Messwerte von fünf Perioden ($5T$) und berechnete Werte für eine Periode ($1T$) der zwei Zylinder. In der vorletzten Zeile stehen die Mittelwerte, in der letzten Zeile die Standardabweichung.

berechnet. Aus Tabelle 4 ergibt sich der Radius

$$R_{\mathrm{Z1}} = (0.039\,75 \pm 0.000\,05)\,\mathrm{m},$$

sodass mit den anderen Werten aus Tabelle 4 und der Gleichung (15) für das theoretisch berechnete Trägheitsmoment des ersten Zylinders folgt:

$$I_{\mathrm{Z1,theo}} = (1.559 \pm 0.004) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg\,m}.$$

Wird das Trägheitsmoment über die Schwingungsdauer experimentell bestimmt, so wird die Gleichung (4) mit dem Gesamtträgheitsmoment $I_{\mathrm{ges}} = I_{\mathrm{D}} + I_{\mathrm{Z1,exp}}$ zu

$$I_{\mathrm{Z1,exp}} = \frac{T^2 D}{4\pi^2} - I_{\mathrm{D}} \tag{16}$$

mit der Mittelung der Winkelrichtgrößen

$$D = \frac{D_{\mathrm{stat}} + D_{\mathrm{dyn}}}{2} = (0.0234 \pm 0.0002)\,\mathrm{N\,m}$$

umgeformt. Es ergibt sich der Wert mit der Periodendauer T aus Tabelle 5

$$I_{\mathrm{Z1,exp}} = (1.66 \pm 0.02) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg\,m}.$$

Dies entspricht einer relativen Abweichung von $\mathit{\Delta} I_{\mathrm{Z1}} = (6 \pm 1)\,\%$ nach Gleichung (10).

5.2.2 Trägheitsmoment des liegenden Zylinders

Das Trägheitsmoment des liegenden Zylinders wird mit

$$I_{\mathrm{Z2,liegend}} = m_2 \left(\frac{R_{\mathrm{Z2}}^2}{4} + \frac{h_{\mathrm{Z2}}^2}{12} \right) \tag{17}$$

berechnet. Aus Tabelle 4 folgt für den Radius und die Höhe des zweiten Zylinders

$$R_{\mathrm{Z2}} = (0.040\,03 \pm 0.000\,02)\,\mathrm{m} \text{ und}$$
$$h_{\mathrm{Z2}} = (0.1396 \pm 0.0007)\,\mathrm{m}.$$

Mit der Gleichung (17) und der Masse aus Tabelle 4 ergibt sich für das theoretisch berechnete Trägheitsmoment des zweiten Zylinders

$$I_{\mathrm{Z2,theo}} = (3.087 \pm 0.003) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg\,m}.$$

Die Berechnung des Trägheitsmoments des liegenden Zylinders über die Schwingungsdauer erfolgt analog zur Berechnung für den stehenden Zylinder nach Gleichung (16), jedoch mit der Periodendauer des zweiten Zylinders aus Tabelle 5. Für das experimentell bestimmte Trägheitsmoment des zweiten Zylinders ergibt sich

$$I_{\mathrm{Z2,exp}} = (3.20 \pm 0.04) \cdot 10^{-3}$$

Dies entspricht einer relativen Abweichung von $\mathit{\Delta} I_{\mathrm{Z2}} = (4 \pm 1)\,\%$ nach Gleichung (10).

5.3 Trägheitsmoment einer Holzpuppe in zwei verschiedenen Stellungen

Zur Berechnung des Trägheitsmoments der Holzpuppe in zwei verschiedenen Haltungen werden die einzelnen Körperteile der Puppe durch Zylinder genähert. Die Abmessungen der Körperteile der Puppe sind in Tabelle 6 aufgelistet. Dabei wurden die Messwerte für Arme und Beine jeweils an beiden Armen bzw. Beinen aufgenommen und zu einem Arm- oder Beinzylinder gemittelt.

Aus der Gesamtmasse $m_{\mathrm{ges}} = 0.160\,24\,\mathrm{kg}$ der Puppe wird die Massenverteilung der Gesamtmasse auf die Körperteile je nach Volumen berechnet. Das Ergebnis ist in Tabelle 7 eingetragen.

Arme Länge	Breite	Beine Länge	Breite	Torso Länge	Breite	Kopf Länge	Breite
13.68	1.60	14.27	2.00	9.72	3.60	4.65	3.10
13.76	1.50	14.00	1.65	9.85	3.70	4.63	2.52
13.74	1.15	14.68	1.63	9.78	3.90	4.64	1.98
13.88	1.60	14.72	2.01	9.69	4.18	4.64	2.81
13.79	1.29	13.96	1.53	9.68	4.16	4.58	3.10
13.63	1.16	14.65	1.59	9.83	4.14	4.72	2.68
13.75	1.38	14.4	1.74	9.76	3.9	4.64	2.7
0.04	0.09	0.1	0.09	0.03	0.1	0.02	0.2

Tabelle 6: Abmessungen der kleinen Holzpuppe. In der vorletzten Zeile stehen die Mittelwerte, in der letzten die Standardabweichungen.

	Arme	Beine	Torso	Kopf
Volumen in m^3	$4.13 \cdot 10^{-5}$	$6.80 \cdot 10^{-5}$	$11.94 \cdot 10^{-5}$	$2.66 \cdot 10^{-5}$
Anteil an der Gesamtmasse	0.162	0.266	0.468	0.104
Masse in kg	0.0259	0.0427	0.0749	0.0167

Tabelle 7: Massenverteilung der Gesamtmasse auf die Körperteile.

5.3.1 Haltung 1: angelegte Arme

Das Gesamtträgheitsmoment ergibt sich aus der Addition der Einzelträgheitsmomente zweier Arme (I_{A}), zweier Beine (I_{B}), des Torsos (I_{T}) und des Kopfes (I_{K}):

$$\begin{aligned} I_{\mathrm{Puppe,theo}} &= 2I_{\mathrm{A}} + 2I_{\mathrm{B}} + I_{\mathrm{T}} + I_{\mathrm{K}} \text{ mit} \\ I_{\mathrm{A}} &= \frac{1}{2} m_{\mathrm{A}} R_{\mathrm{A}}^2 + m_{\mathrm{A}} (R_{\mathrm{A}} + R_{\mathrm{T}})^2 \\ I_{\mathrm{B}} &= \frac{1}{2} m_{\mathrm{B}} R_{\mathrm{B}}^2 + m_{\mathrm{B}} R_{\mathrm{B}}^2 \\ I_{\mathrm{T}} &= \frac{1}{2} m_{\mathrm{T}} R_{\mathrm{T}}^2 \\ I_{\mathrm{K}} &= \frac{1}{2} m_{\mathrm{K}} R_{\mathrm{K}}^2. \end{aligned}$$

Die Radien sind dabei jeweils die Hälfte der in Tabelle 6 angegebenen Breiten der Körperteile, also

$$\begin{aligned} R_{\mathrm{A}} &= (0.0069 \pm 0.0005)\,\mathrm{m} \\ R_{\mathrm{B}} &= (0.0087 \pm 0.0005)\,\mathrm{m} \\ R_{\mathrm{T}} &= (0.0195 \pm 0.0005)\,\mathrm{m} \\ R_{\mathrm{K}} &= (0.014 \pm 0.001)\,\mathrm{m}, \end{aligned}$$

die Höhe der Zylinder ist durch die Länge der Körperteile gegeben. Für das theoretisch berechnete Trägheitsmoment der Puppe in Haltung 1 ergibt sich

$$I_{\mathrm{Puppe1,theo}} = (6.3 \pm 0.3) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg\,m}.$$

Wird das Trägheitsmoment über die Schwingungsdauer wie in Gleichung (16) berechnet, so ergibt sich mit der gemittelten Schwingungsdauer aus von

$$T_{\mathrm{P1}} = (0.369 \pm 0.008)\,\mathrm{s}$$

aus Tabelle 8 für das Trägheitsmoment

$$I_{\mathrm{Puppe1,exp}} = (8.1 \pm 0.4) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{kg\,m}.$$

Dieser Wert weicht von dem theoretisch berechneten Wert um $(28 \pm 8)\,\%$ ab.

5.3.2 Haltung 2: abgestreckte Arme

Im Vergleich zur ersten Haltung mit angelegten Armen ändert sich nur das Trägheitsmoment der Arme, da die Zylinder jetzt liegen und um den Abstand $a = \frac{h_{\mathrm{A}}}{2} + R_{\mathrm{T}}$ verschoben sind. Mit dem Satz von Steiner (Gleichung (2)) folgt für das Trägheitsmoment der Arme:

$$I_{\mathrm{A}} = m_{\mathrm{A}} \left(\frac{R_{\mathrm{A}}^2}{4} + \frac{h_{\mathrm{A}}^2}{12} + \left(\frac{h_{\mathrm{A}}}{2} + R_{\mathrm{T}} \right)^2 \right)$$

und es ergibt sich für das theoretisch berechnete Trägheitsmoment der Puppe in der zweiten Haltung:

$$I_{\mathrm{Puppe2,theo}} = (5.11 \pm 0.06) \cdot 10^{-4}\,\mathrm{kg\,m}.$$

Mit der Schwingungsdauer von

$$T_{\mathrm{P2}} = (0.638 \pm 0.007)\,\mathrm{s}$$

nach Tabelle 8 ergibt sich für das experimentell aus der Schwingungsdauer nach Gleichung (16) berechnete Trägheitsmoment der Puppe in Haltung 2

$$I_{\mathrm{Puppe2,exp}} = (2.41 \pm 0.05) \cdot 10^{-4}\,\mathrm{kg\,m},$$

mit einer relativen Abweichung von $(53 \pm 1)\,\%$.

Haltung 1: angelegte Arme		Haltung 2: abgesteckte Arme	
5 T in s	1 T in s	5 T in s	1 T in s
2.01	0.402	3.32	0.664
1.83	0.366	3.15	0.630
1.83	0.366	3.20	0.640
2.03	0.406	3.24	0.648
1.76	0.352	3.15	0.630
1.72	0.344	3.26	0.652
1.76	0.352	3.30	0.660
1.70	0.340	2.96	0.592
1.80	0.360	3.13	0.626
2.00	0.400	3.21	0.642
1.84	0.369	3.19	0.638
0.04	0.008	0.03	0.007

Tabelle 8: Messwerte von fünf Perioden ($5T$) und berechnete Werte für eine Periode ($1T$) der Puppe in zwei verschiedenen Haltungen. In der vorletzten Zeile stehen die Mittelwerte, in der letzten Zeile die Standardabweichung.

6 Diskussion

Es treten sehr große relative Abweichungen bis über 50 % zwischen den aus den Abmessungen der Körper berechneten Theoriewerten für die Trägheitsmomente und den aus der Schwingungsdauer experimentell bestimmten Trägheitsmomenten auf. Eine mögliche Ursache könnte in dem systematischen Fehler liegen, dass der Stab als massenlos angenommen wurde. Desweiteren war das berechnete Eigenträgheitsmoment größer als die theoretisch berechneten Trägheitsmomente der Körper und wurde daher nicht in die Rechnung mit einbezogen. Dies ist sicher eine weitere Quelle aus der Abweichungen resultieren.

Auch ist eine manuelle Zeitmessung bei einer Periodendauer von wenigen Sekunden aufgrund der Reaktionszeit des Menschen sehr ungenau. Dies wird durch die Mittelung über fünf Perioden nur unwesentlich verbessert. Die Näherung der Puppe durch Zylinder ist sehr grob, um ein besseres Ergebnis zu erhalten, müsste die Puppe durch möglichst viele Zylinder, Kegel oder Kugeln genähert werden.

Trotz der großen Abweichungen in den Messwerten bestätigt der Versuch den Steinerschen Satz insofern, dass das Trägheitsmoment der Puppe mit abgestreckten Armen deutlich größer ist, als das Trägheitsmoment der Puppe mit angelegten Armen.

Literatur

[1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zum Trägheitsmoment.* 2016. URL: `http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V101.pdf`.