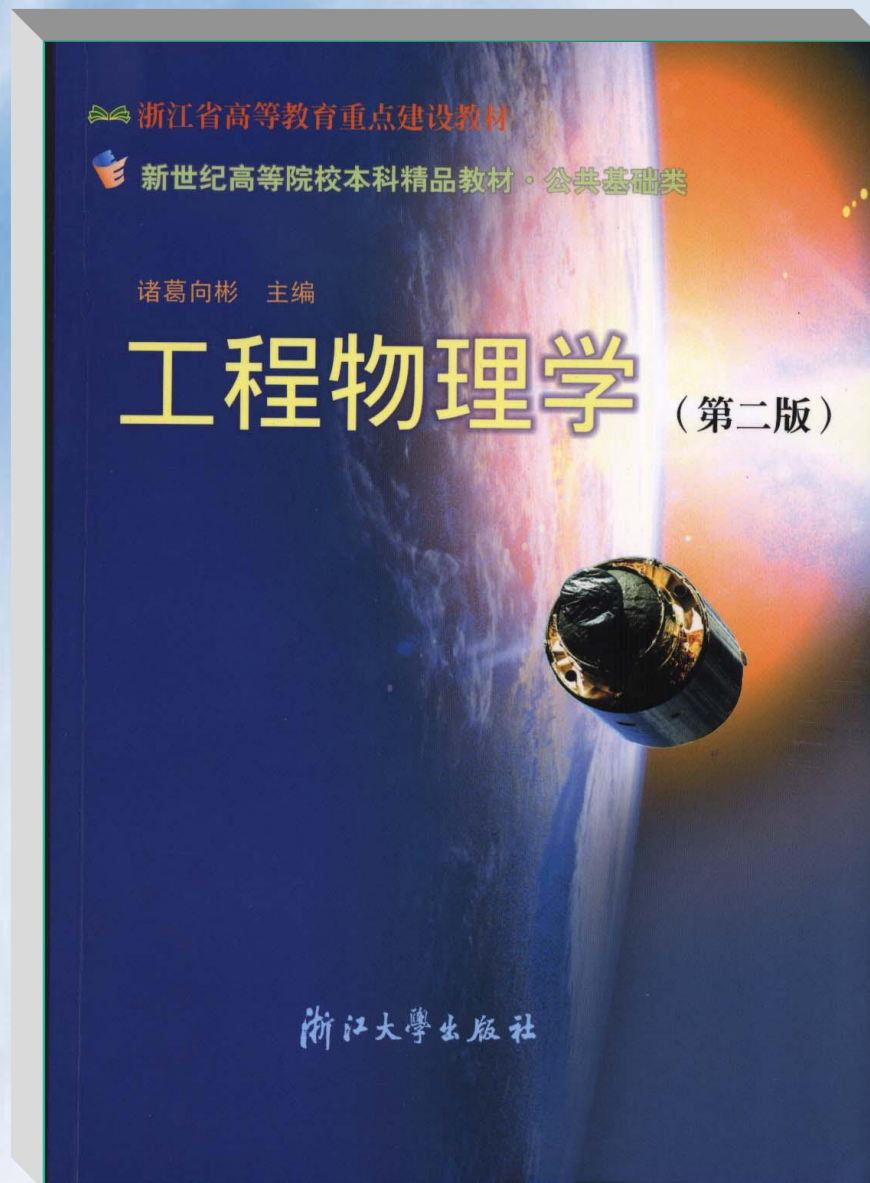


大学物理乙

主讲：吕丽花

邮箱：lhlu@zju.edu.cn

电话：87953689（玉泉校区教十二519）





大学物理乙春夏学期教学主要内容:

第1章至第13章(13-5)

§ 1-7: 牛顿力学体系的微积分解析, 刚体力学

§ 8-10: 相对论, 简谐振动与机械波

§ 11-12: 气体动理论与热力学基础

§ 13: 电磁学中的静电场

大学物理学习辅导中心:

<http://10.14.122.222/gp/>

帐号: llh 密码: llh

电子课件文件类型: PDF or PPT
文件

“学在浙大”平台

助教信息

孙艳秋

电话：13132561065

钉钉：13132561065

课程安排

➤ 十五次新课

力学、热学基本原理

相应典型例题

➤ 一次总复习

关于成绩评定

§ 期末考试 占 60%

§ 期中考试 占 20%

§ 平时成绩 占 20%

15次作业 0.8---1---1.2

4-5次课堂测验 1.5---2.0---2.5

按照上述评分标准计分, 进行降序排列后按下列标准进行赋分:

优秀: $\leq 50\%$ (20/19/18要求各个分数都有)

良好: $\approx 40\%$ (17/16/15要求各个分数都有)

合格: $\geq 10\%$ (≤ 14)

第一周

第1章 绪论

第2章 质点运动学

§ 2. 1; § 2. 2; § 2. 3

附录I 矢量知识 (P488) 自学

作业: P17

2-3, 2-5, 2-7, 2-9, 2-10

绪论

一、什么是物理学

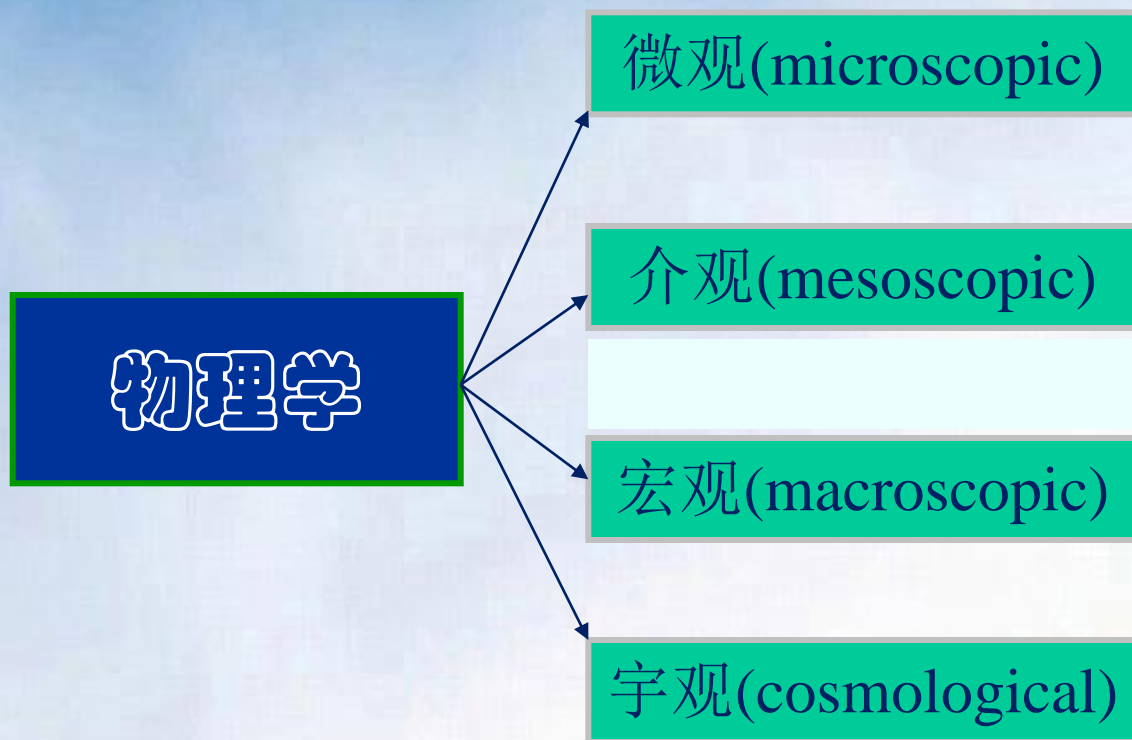
Physics一词源于希腊文—自然。中文的含义
“物” —物质结构、性质；“理” —物质的运动、
变化规律。

研究自然界物质结构和运动规律的科学。

现代观点认为，物理学主要研究：

物质的运动或物质世界及其各部分之间的相互作用，
或物质的基本组成及它们的相互作用。

从物质的构成看，物理学研究的层次分为：



物质的运动有宏观物体的机械运动、分子的热运动、微观粒子的运动…。运动总是发生在一定的时间和空间。时空首先作为物质运动的场所，继而成为物理学研究对象。场传递物质间的相互作用，现在知道的相互作用有：

**万有引力、弱相互作用、
电磁相互作用、强相互作用。**

物理学的研究范围与分类

➤ **经典物理学**：力、热、光和电磁学。

研究对象的大小为 \gg 原子尺度 (10^{-10} m)，速度为 \ll 光速 c (3×10^8 m/s)；

➤ **近代物理学**：相对论、量子力学 ……。

研究对象为原子和原子核大小的高速率粒子。

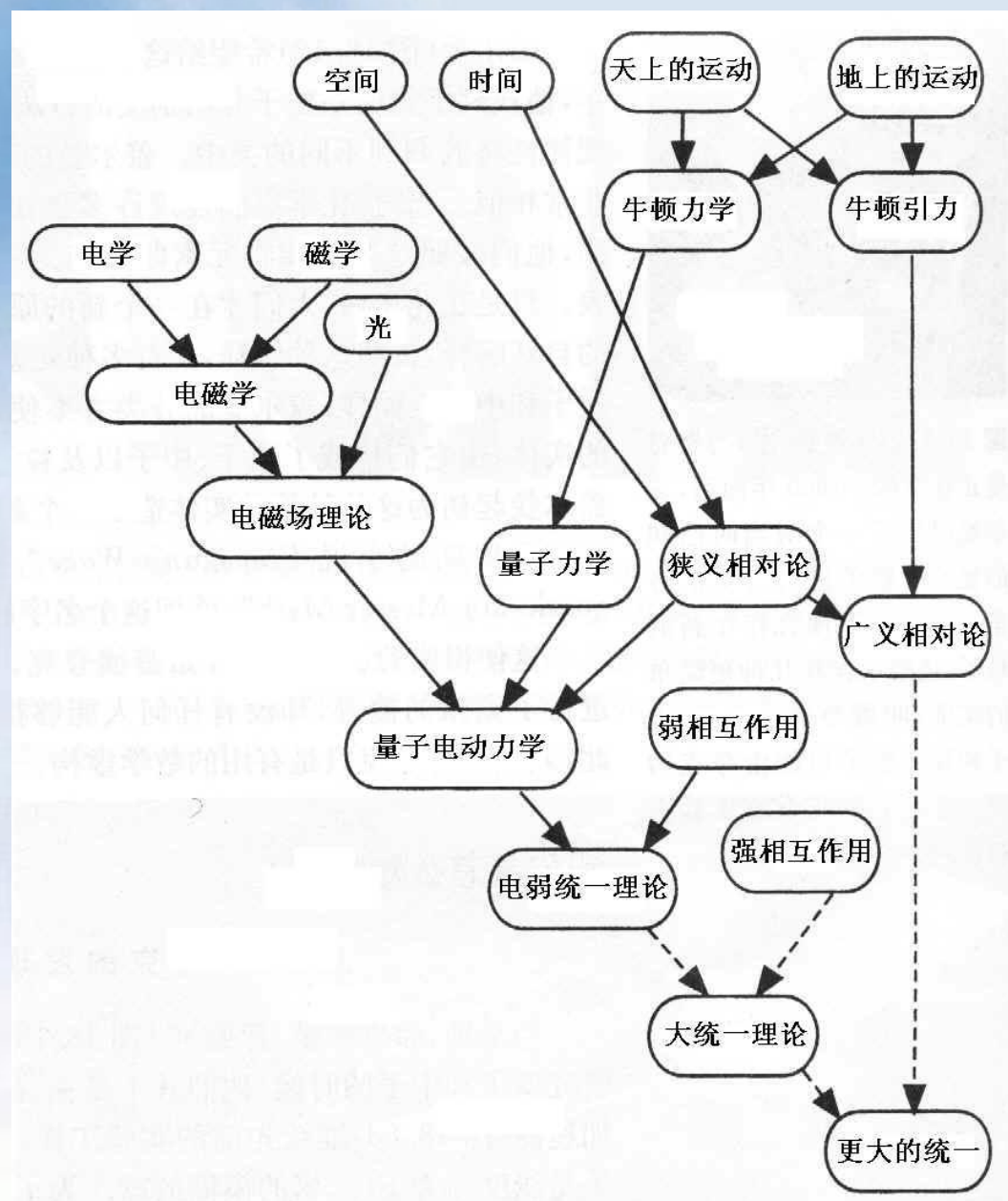
物理学中最重大的基本理论有

- 牛顿力学或经典力学，研究物体的机械运动；
- 热力学，研究温度、热、能量守恒及熵原理等；
- 电磁学，研究电磁现象及电磁辐射等；
- 相对论，研究高速运动、引力、时间和空间等；
- 量子力学，研究微观世界。
-

这就是物理.....

物理学研究目标：
发现自然界中
最基本最普遍的规律。

◆ 物理学本身的发展随着研究的深入而不断综合！



二、物理学的作用与意义

1、物理学是自然科学的带头学科；

- (1) 物理学是一门定量的科学，它与数学有着密切的关系；
- (2) 物理学与天文学更是密不可分；
- (3) 物理学与化学是唇齿相依、息息相关的；
- (4) 物理学对生物学的发展起了决定性的作用

2、物理学是现代技术革命的先导；

物理@数学-发展

大学物理教案



约瑟夫 傅里叶

法国数学家、物理学家，研究热传导理论与振动理论，提出傅里叶级数，傅里叶变换也以他命名。他被归功为温室效应的发现者。

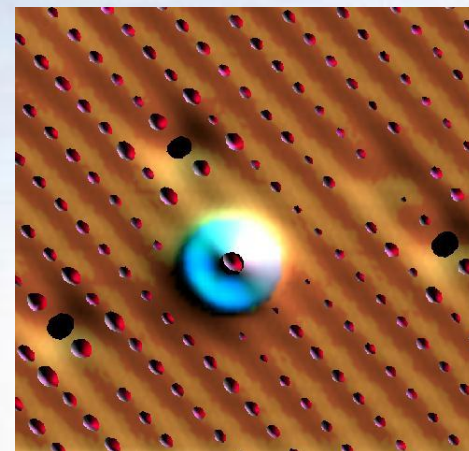
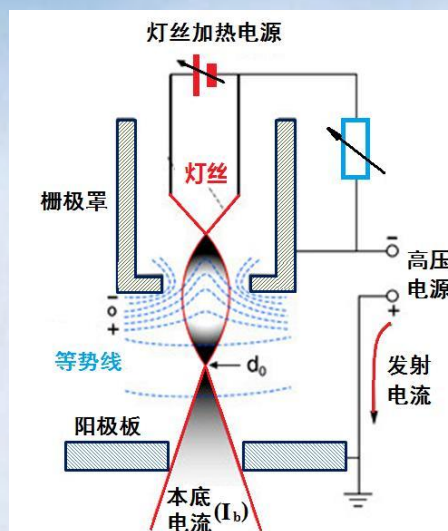
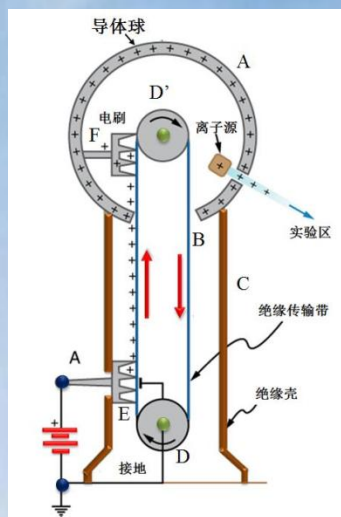
他在研究吸热或放热物体内部任何点处的温度随空间和时间的变化规律时，发展了微分方程和傅里叶级数理论。

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = k^2 \frac{\partial T}{\partial t}, \\ T(0, t) = 0, T(l, t) = 0, t > 0, \\ T(x, 0) = f(x), 0 < x < l. \end{array} \right. \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} T(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n e^{-(n^2 \pi^2 / k^2 l^2) t} \sin \frac{n \pi x}{l}, \\ f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n \pi x}{l}. \end{array}$$

傅里叶的工作 不仅发展了偏微分方程的理论，
而且使函数概念得以拓展。

物理@工程应用

大学物理教案



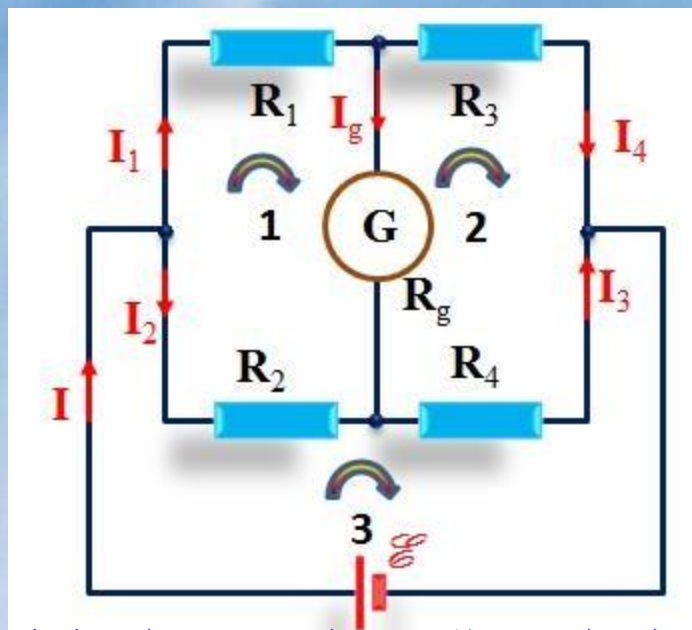
范德格拉夫起电机

电子显微镜原理
(电聚焦)

原子表面结构图像

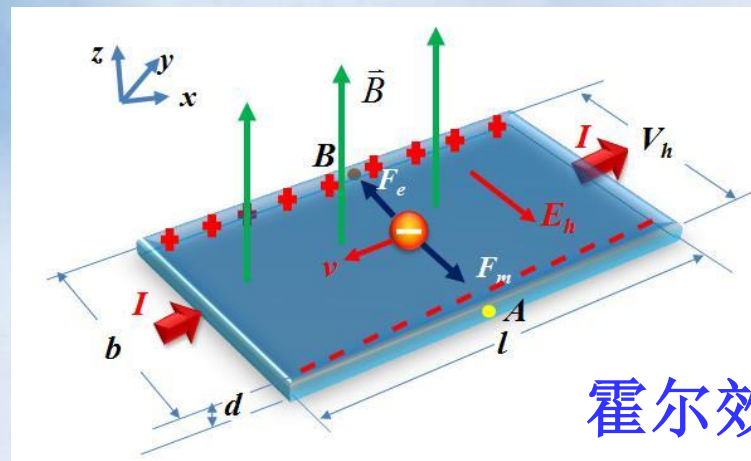
物理@工程应用

大学物理教案

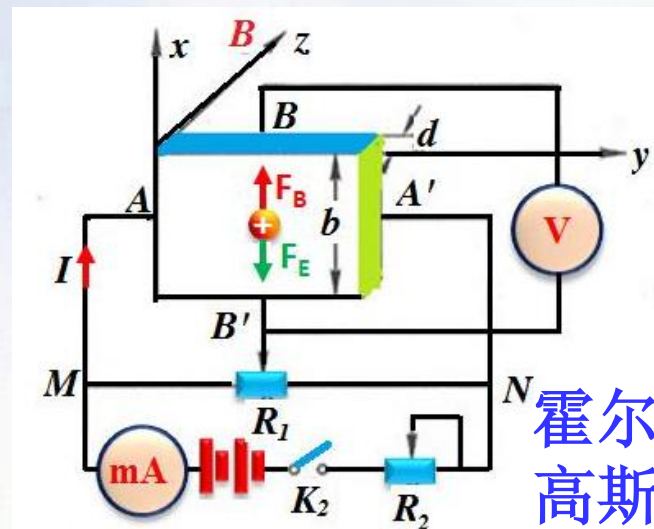


电桥电路（平衡、非平衡电桥）

将力学、热学、磁学和光学等非电学物理量通过传感器转化为电学量来测量（如测量电机或变压器内部温度的电阻温度计）



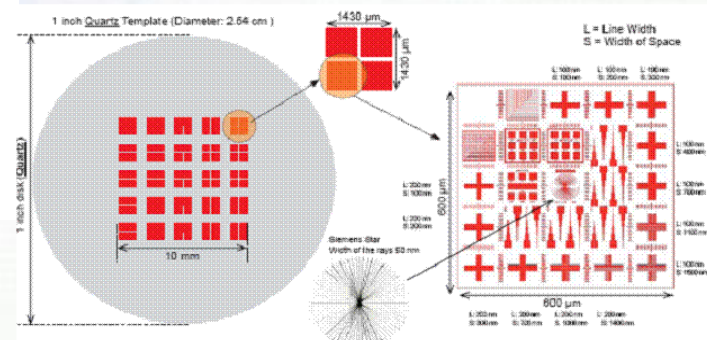
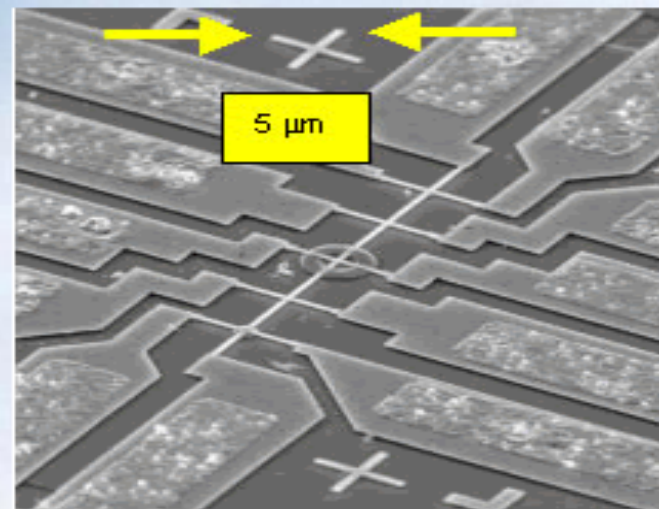
霍尔效应



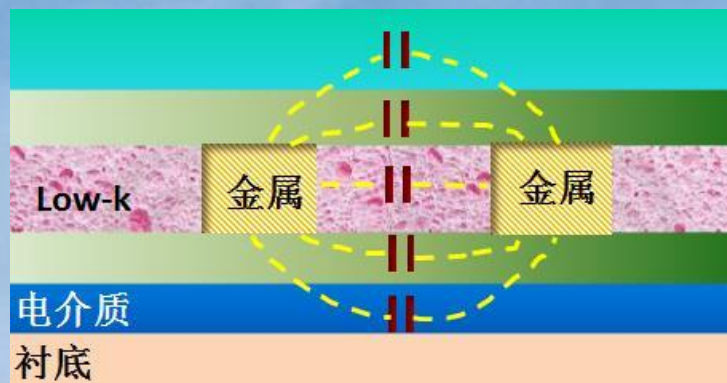
霍尔效应 高斯计

物理@微电子学

大学物理教案

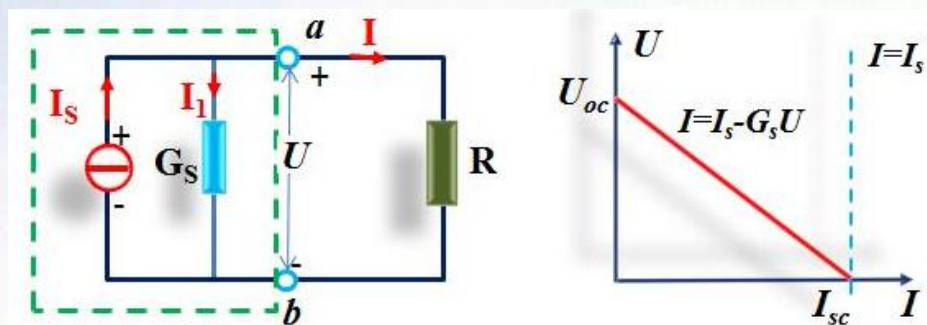
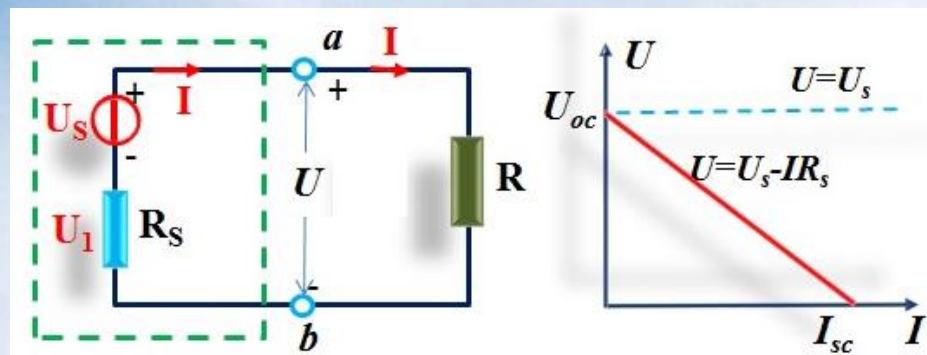


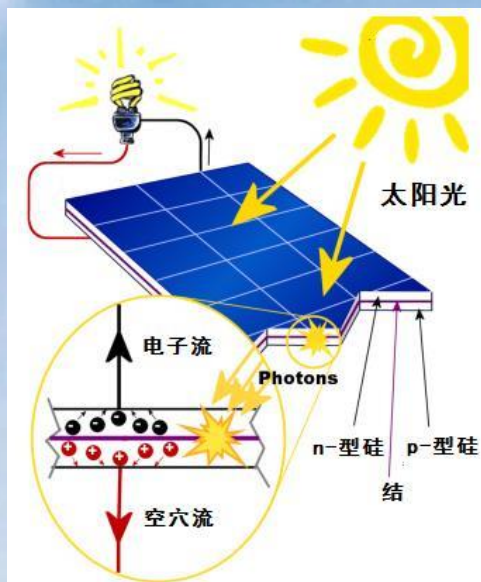
电子束光刻机 / 电子束直写系统



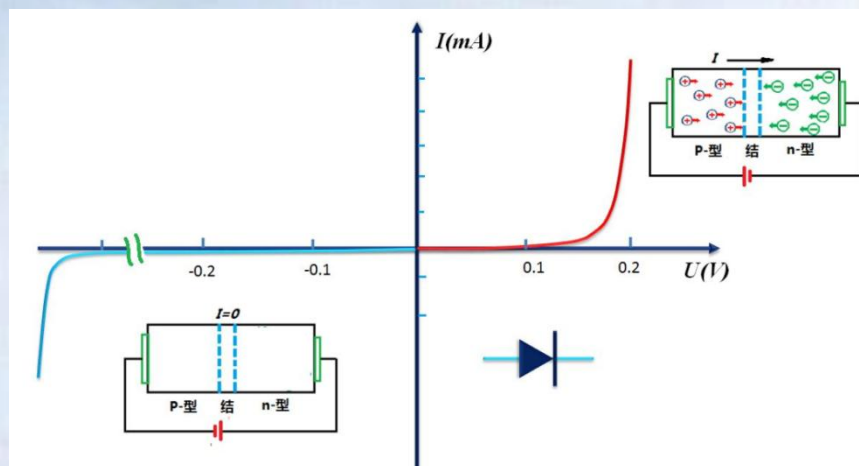
CPU内部结构和等效的层间电容

绝缘介质层的电容造成延时、串扰、功耗，通过降低集成电路中使用的介电材料的介电常数，可以降低集成电路的漏电电流，降低导线之间的电容效应，降低集成电路发热，有利降低集成电路的尺寸。





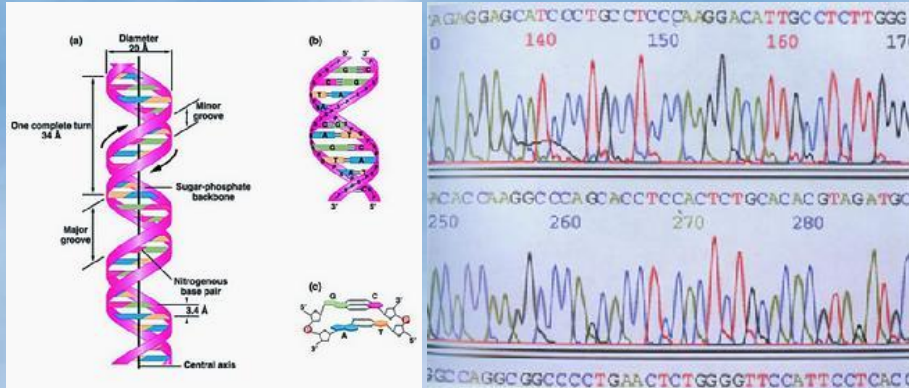
光电池



二极管伏安特性

物理@生物学

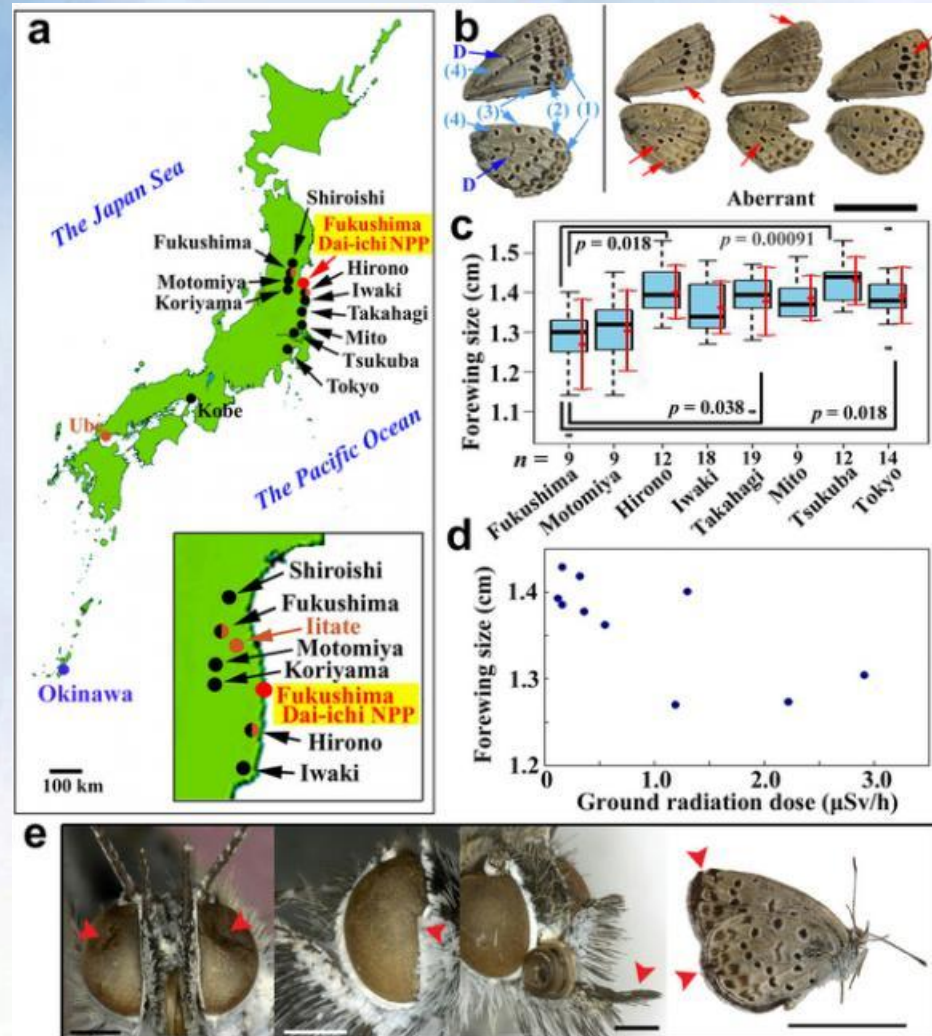
大学物理教案



XRD-种瓜得瓜



X射线成像



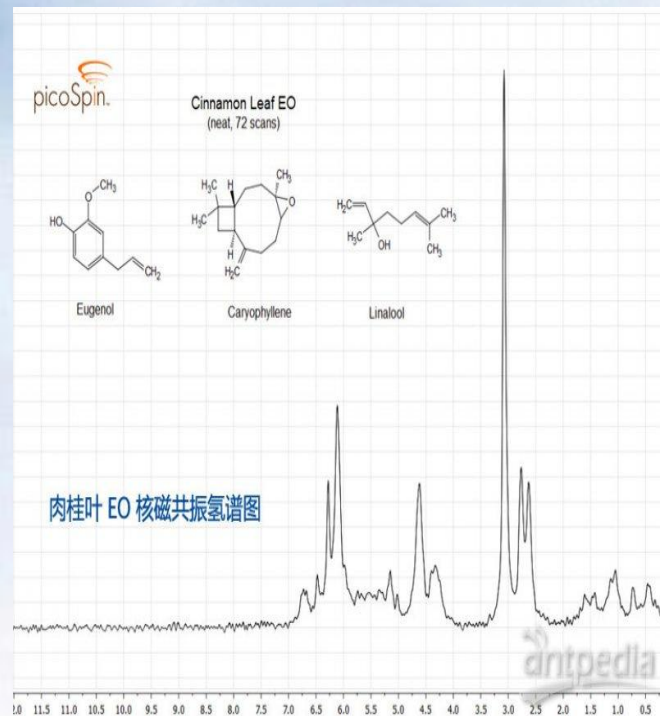
遗传学研究——辐射诱导基因突变

物理@生物-化学

大学物理教案



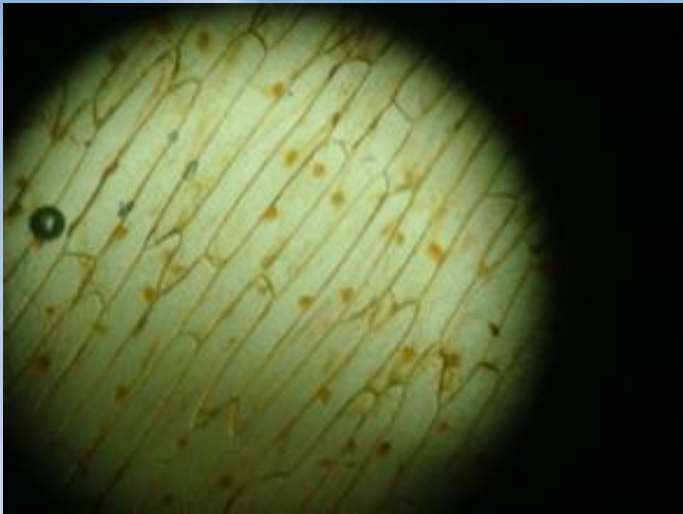
核磁共振成像



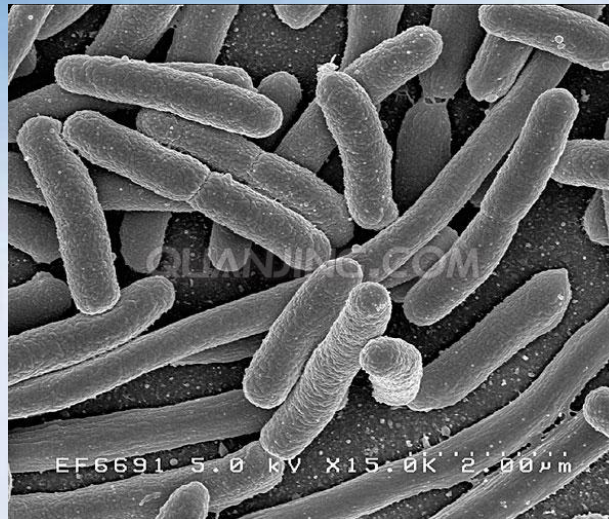
核磁共振谱

物理@生物-化学

大学物理教案



显微镜下的洋葱细胞



大肠杆菌的SEM图像



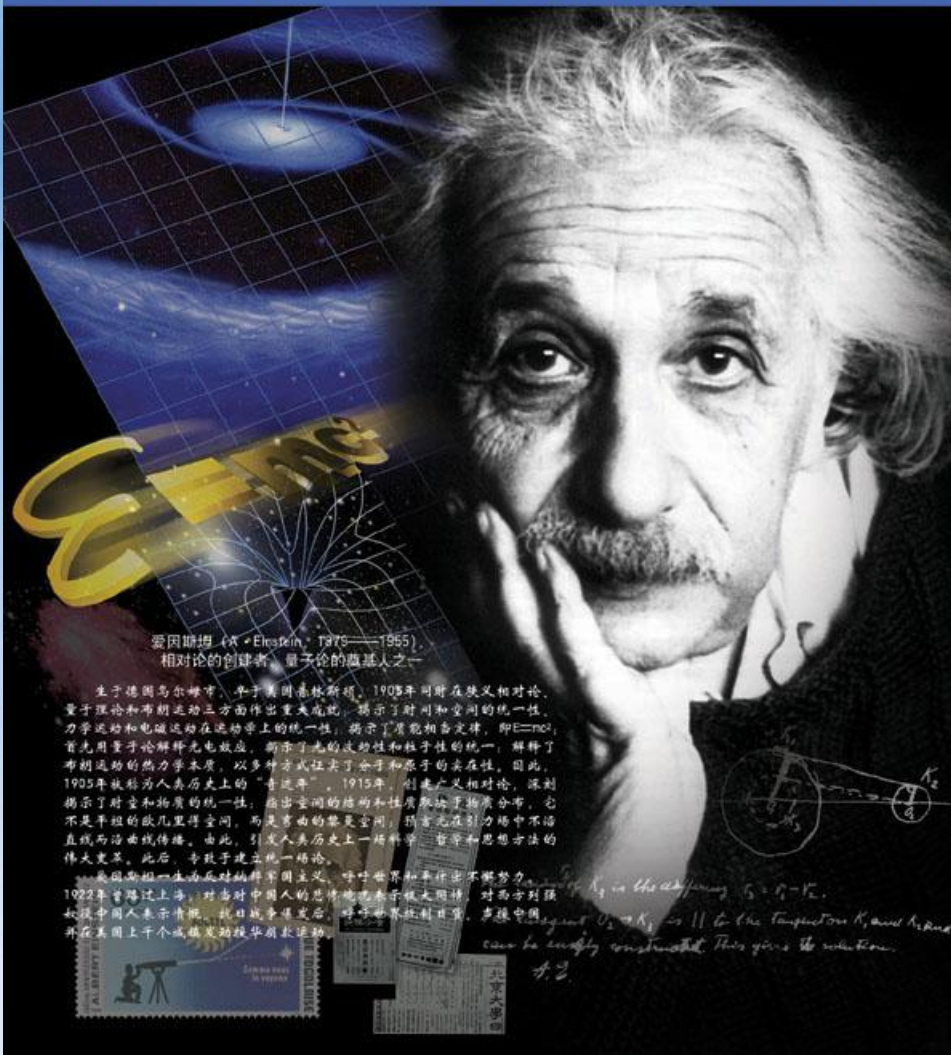
细胞的TEM图像



推动人类文明的物理学

—— 世界物理年2005

人物篇——爱因斯坦，相对论的创建者，量子论的奠基人之一



爱因斯坦 (A. Einstein, 1879—1955)
相对论的创建者，量子论的奠基人之一

生于德国乌尔姆市，毕业于德国柏林大学。1905年同时发表狭义相对论、量子理论和布朗运动三方面作出重大成就，揭示了时间和空间的统一性，力学运动和电磁运动在运动学上的统一性，揭示了质能相当定律，即 $E=mc^2$ ，首先用量子论解释光电效应，揭示了光的波动性和粒子性的统一，解释了布朗运动的热力学本质，以多种方式证实了电子和质子的存在性。因此，1905年被称为人类历史上的“奇迹年”。1915年，创建广义相对论，深刻揭示了时空和物质的统一性，指出空间的几何性质取决于物质分布，它不是平坦的欧几里得空间，而是弯曲的黎曼空间；预言光线引力场中不沿直线而沿曲线传播。由此，引发人类历史上一场科学、哲学和思想方法的伟大变革。此后，导致了建立统一场论。

爱因斯坦一生为反对核战争而不懈努力。1922年曾路过上海，对当时中国人的热情表示极大期待，对西方列强欺凌中国人表示愤慨。抗日战争爆发后，呼吁世界制止战争。大战中曾在美国上千个城市为被炸城市捐款援助。

*Sp. K_2 is the defining $S_2 = K_2 - K_1$.
can be roughly constructed. This gives the relation.*

主办单位：中国物理学会 中国物理学会 www.cps.org.cn cps@aphy.iphy.ac.cn

支持部门：中国科学技术协会、科技部、教育部、中国科学院、中国工程院、国家自然科学基金委员会



推动人类文明的物理学

—— 世界物理年2005

理论篇——永恒的追求

牛顿力学：

牛顿之前的亚里士多德理论认为支配天体运行的规律（天界）和支配地面物体运动的规律（世俗）是完全不同的。牛顿运动定律和万有引力定律统一了天体和地面物体的运动，天上的月亮绕地球运动和地上苹果落地都是由地球的引力引起的，遵从同样的规律。它是物理学第一次大统一。

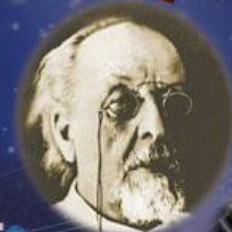


不朽科学名著——
《自然哲学的数学原理》

牛顿第二定律 $f=ma$
万有引力定律 $f=km_1m_2/r^2$



宇宙速度



齐奥尔科夫斯基



神州五号与杨利伟



登月

1846年，科学家根据天王星运动的异常用牛顿力学算出在其轨道之外还有一颗大行星，天文学家随即在他们指出的天区发现了海王星。这是牛顿力学的辉煌成就。物理学的一个基本信念是：自然界是统一的，物理世界存在着完整的因果链条。牛顿力学是体现这一信念的第一个成功的范例，因而成为物理学发展的起点。

主办单位：中国物理学会 中国物理学会 www.cps.org.cn cps@aphy.iphy.ac.cn

支持部门：中国科学技术协会、科技部、教育部、中国科学院、中国工程院、国家自然科学基金委员会



推动人类文明的物理学

—— 世界物理年2005

应用篇——无所不在 无所不用

激光器的诞生



激光是物质受激辐射发出的光，激光有许多奇异特性：相干性好，单色性好，方向性好，亮度高等。

激光技术的原理基于爱因斯坦1916年提出的受激辐射概念。1958年，美国科学家汤斯和肖洛给出了制造激光器的理论分析和设计方案。1960年，美国科学家梅曼制造出第一台激光器——红宝石激光器。

40多年来，激光技术和激光应用均以极快的速度发展。

梅曼及第一台激光器

汤 斯

肖 洛

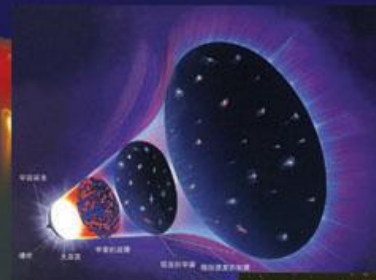


推动人类文明的物理学

—— 世界物理年2005

展望篇——热点和展望

热 点: 宇观尺度上，宇宙演化的规律，宇宙学标准模型理论的检验，暗物质和暗能量的探求形成当前热点。整个宇宙至少90%以上是暗物质，而不是已知的物质。探测和说明暗物质的性质有助于探索自然的基本力和宇宙的结构和演化之间的关系。



宇宙演化



暗物质



哈伯望远镜



创 天

主办单位:  中国物理学会

www.cps.org.cn cps@aphy.iphy.ac.cn

支持部门: 中国科学技术协会、科技部、教育部、中国科学院、中国工程院、国家自然科学基金委员会

主办单位:  中国物理学会

www.cps.org.cn cps@aphy.iphy.ac.cn

支持部门: 中国科学技术协会、科技部、教育部、中国科学院、中国工程院、国家自然科学基金委员会

物理学与其他科学的关系而言，我们可以说：

- 物理学是最基本的科学
- 物理学是最古老、发展最快的科学
- 物理学提供最多、最基本的科学研究手段

天文学、地学、化学、生命科学都包含物理过程或现象。任何理论都不能和物理学的定律相抵触。

物理学已发展成**实验物理**、**理论物理**、**计算物理**三足鼎立的科学。

三、物理学的方法与科学态度

通常的科学研究方法是：

- 通过观测、实验、计算机模拟得到事实和数据；
- 用已知的理论分析、解释这些事实和数据；
- 若解释不了，用这些事例修改和更新理论；
- 用新理论预言新的事实和结果。

四、如何学好大学物理学：

(1) 物理学的主要内容 by 物理概念和物理规律组成，核心是物理概念。

(2) 学习物理学中研究和解决问题一套独特的方法和物理语言。

(3) 掌握预习、笔记（阅读笔记和课堂笔记）、查阅参考资料、复习总结等一般的学习技巧。

(4) 做好往年试题！！

(5) 看透课本上的例题，认真完成作业。

(步骤、规范、及时、独立完成等)

(6) 喜欢深入学习的同学——好的参考书目

比如： 1. [The Feynman Lectures on Physics](#)

2. 伯克利物理学教程

力学

第一章 质点运动学

§ 1.1 质点 参照系

一、质点（研究对象）

一个具有质量而没有大小和形状的理想物体称为质点。

物体各部分运动完全相同（平动物体，如抽屉的运动），或物体各部分运动的差别在研究的问题中可以忽略（如地球绕太阳的运动，地球半径比地球绕太阳公转的半径小得多），就可以用一个点来代表这个物体，这个点集中了物体的质量，称为质点。

研究物理现象时，常常需抓住主要因素，忽略次要因素，把复杂的研究对象简化成理想模型。

二、参照系

研究物体运动时所参照的物体（或彼此不做相对运动的物体群）称为参照系。

- 举例：运动车厢内静止小球的自由下落。
- 运动学中选择参照系以描述简单为原则，而在动力学中选择参照系有一定限制，因为有许多定律只有在惯性系中成立。
- 为了定量确定物体的位置，还要在参照系上选取一个坐标系（坐标系可选直角坐标系、极坐标系、球面坐标系等）。具体选用什么坐标系根据问题的研究需要。

三、时间、空间的计量问题

时间计量

定义：1 秒为太阳平均日的 $1/86400$ 。

在太阳系各种运动中，可做时钟的有：地球的自转和公转；月球绕地球的公转；木星、金星绕太阳的公转；木星四个卫星绕木星的公转。研究发现地球的自转在变慢，经一个世纪一天的长短增加0.001秒。

1967年第十三届国际计量大会定义：

1秒是铯133原子两个超精细能级之间跃迁所对应辐射周期的9192631770倍。

跃迁频率测量精确度可达 10^{-12} 。

现代天文学的研究表明：脉冲星射电辐射的频率可作为更高精确度的时间基准。

长度计量

1898年第一届国际计量大会定义：

国际计量局保存的铂铱合金米原器在 0°C 时两条刻线间的距离为1米。

1960年第十一届国际计量大会定义：

1米是氪86原子发出的一个特征频率的光的波长的
1650763.73倍；精确度 4×10^{-9} 。

1983年第十七届国际计量大会定义：

1米是光在真空中 $1/299792458$ 秒时间内所传播的距离。

● 时间尺度和空间尺度

空间尺度：哈勃半径 10^{27} ～核子线度 10^{-15}m

时间尺度：宇宙年龄 10^{18} ～微观粒子寿命 10^{-24}s

数量级概念

因数	词头名称		符号	因数	词头名称		符号
	英文	中文			英文	中文	
10^{-1}	deci	分	d	10	deca	十	da
10^{-2}	centi	厘	c	10^2	hecto	百	h
10^{-3}	milli	毫	m	10^3	kilo	千	k
10^{-6}	micro	微	μ	10^6	mega	兆	M
10^{-9}	nano	纳(诺)	n	10^9	giga	吉(咖)	G
10^{-12}	pico	皮(可)	p	10^{12}	tera	太(拉)	T
10^{-15}	femto	飞(母托)	f	10^{15}	peta	拍(它)	P
10^{-18}	atto	阿(托)	a	10^{18}	exa	艾(可萨)	E
10^{-21}	zepto	仄(普托)	z	10^{21}	zetta	泽(它)	Z
10^{-24}	yocto	幺(科托)	y	10^{24}	yotta	尧(它)	Y

§ 1.2 位置矢量 运动方程 位移

一、位置矢量

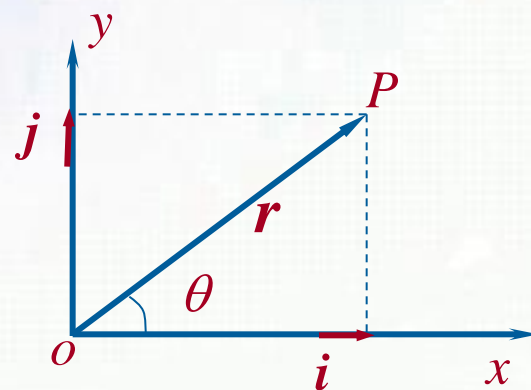
在直角坐标系中，质点的位置矢量（位矢）可表示为：

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} \text{ (二维)} \quad \mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \text{ (三维)}$$

\mathbf{i} 、 \mathbf{j} 、 \mathbf{k} 称为单位矢量， \mathbf{r} 的大小 r 称为模：

$$r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$



方向角: $\tan \theta = \frac{y}{x}$ (二维)

方向余弦: $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ $\cos \beta = \frac{y}{r}$ $\cos \gamma = \frac{z}{r}$ (三维)

二、运动方程

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$$

上述方程给出任一时刻质点的位置，反映了质点运动的规律，称为质点的运动方程。

运动方程的分量式：

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t)$$

\mathbf{r} 的末端描出的曲线称为质点运动的轨道，消去时间 t ，称为质点运动的轨道方程。

三、位移

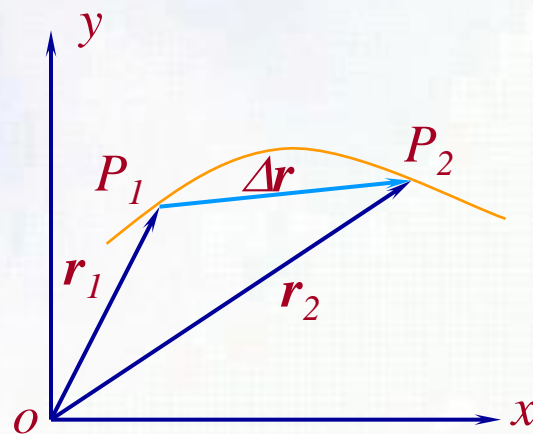
位移矢量是终点位矢与起点位矢之差：

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = (x_2 - x_1)\mathbf{i} + (y_2 - y_1)\mathbf{j}$$

路程：运动质点所经历轨道长度。

位移和路程的单位为 m 。

用 $|\Delta \mathbf{r}|$ 表示位移的大小，
一般情况它与路程不相等。



§ 1.3 速度

描述质点运动快慢和运动方向的物理量称为**速度**。

一、平均速度

在时间间隔 $t \sim t + \Delta t$ 内，质点位移 $\Delta \mathbf{r}$ ，则定义平均速度为：

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$$

$\bar{\mathbf{v}}$ 是**矢量**，方向与 $\Delta \mathbf{r}$ 相同。

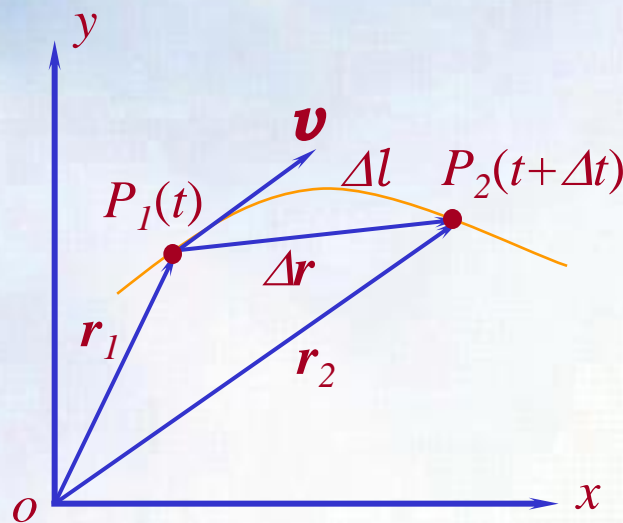
二、瞬时速度

当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时，平均速度的极限称该时刻的**瞬时速度**：

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

在直角坐标系中：

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j} + \frac{dz}{dt} \mathbf{k}$$



分量式为：

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

$$v_y = \frac{dy}{dt}$$

$$v_z = \frac{dz}{dt}$$

当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时， $\Delta \mathbf{r}$ 趋向轨道的切向，质点的瞬时速度、质点的运动方向都在切向。

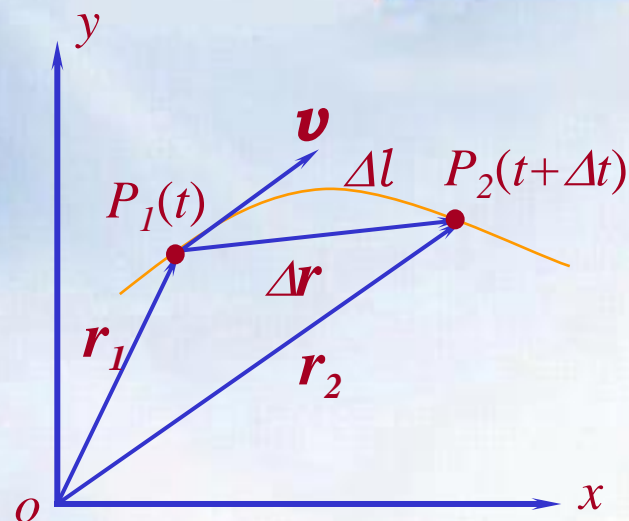
三、速率

路程 Δl 与时间 Δt 的比称为平均速率。当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时，称瞬时速率：

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{dl}{dt}$$

由于 $\Delta t \rightarrow 0$ 时 $|\Delta \mathbf{r}| = \Delta l$ 故

$$|\mathbf{v}| = \frac{|d\mathbf{r}|}{dt} = \frac{dl}{dt} = v$$



即瞬时速度的大小等于瞬时速率。

§ 1.4 加速度

一、加速度

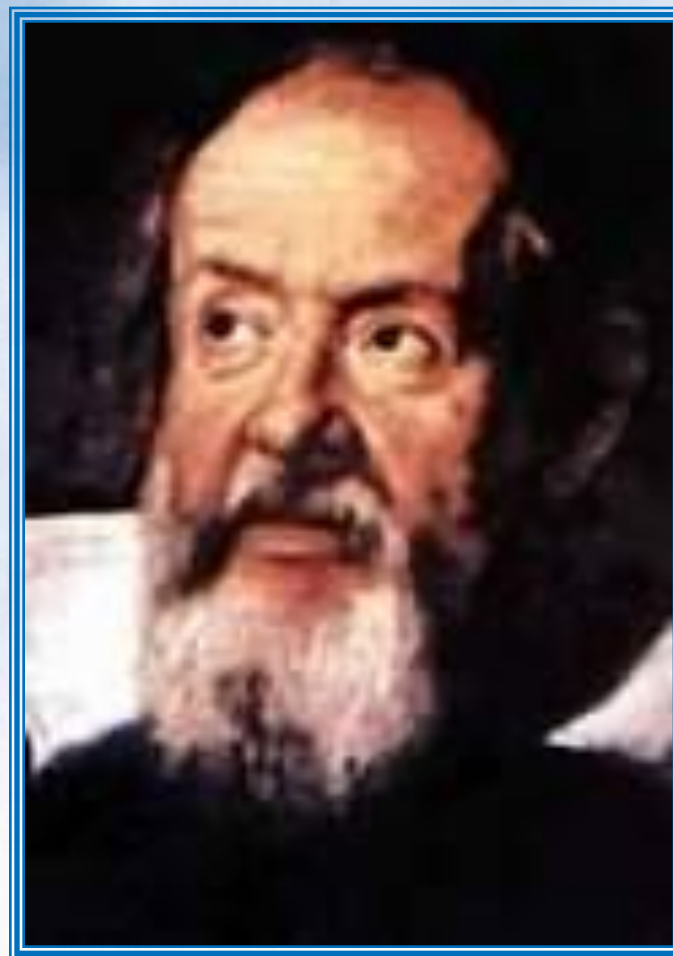
反映速度变化快慢，是矢量。

伽利略 (Galileo)

1564-1642

成就：天文学、宇宙论、
数学、物理学

在运动学方面的贡献：
研究了自由落体运动，首
先提出加速度的概念。

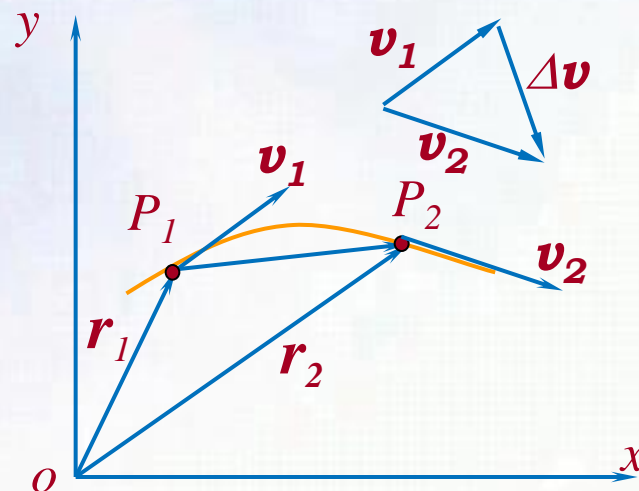


平均加速度： Δt 时间内速度的增量 $\Delta \mathbf{v}$ ，则 $\Delta \mathbf{v}$ 与 Δt 之比为时间 t 到 $t+\Delta t$ 时间内的平均加速度：

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$

$\Delta t \rightarrow 0$ 时，瞬时加速度为：

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2}$$

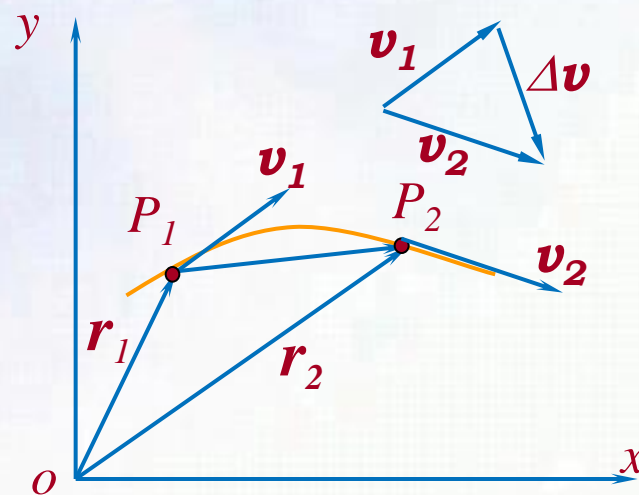


瞬时加速度等于速度对时间的一阶导数，或位置矢量对时间的二阶导数。

加速度的方向是：

$\Delta t \rightarrow 0$ 时速度增量 $\Delta \mathbf{v}$ 的极限方向。在直角坐标系中，加速度可表示为：

$$\mathbf{a} = \frac{dv_x}{dt} \mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt} \mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt} \mathbf{k}$$



例题一：

已知质点的运动方程为： $\mathbf{r} = 5t^3\mathbf{i} + e^{2t}\mathbf{j}$ ，式中各量的单位均为SI单位。求 $t=0.4\text{s}$ 时质点的加速度。

解：按速度和加速度的定义：

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \frac{d\vec{r}}{dt} = 15t^2\vec{i} + 2e^{2t}\vec{j} \\ \vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt} = 30t\vec{i} + 4e^{2t}\vec{j}\end{aligned}$$

故 $t=0.4\text{s}$ 时的加速度为： $\mathbf{a} = 12\mathbf{i} + 8.9\mathbf{j} \text{ (m/s}^2\text{)}$

$t=0.4\text{s}$ 时的加速度的大小和方向为:

$$a = \sqrt{12^2 + 8.9^2} = 14.9 \quad \theta = \arctan \frac{8.9}{12} = 36.6^\circ (\text{与 } x \text{ 轴的夹角})$$

二、匀加速运动

匀加速运动，即加速度为常矢量的运动。

运动学问题1：已知运动方程求速度或加速度。求导

运动学问题2：已知速度或加速度求运动方程。

积分（要知道初始值）

在第二类问题中：若 $t=0$ 时 $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0$, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$, 则：

$$\int_{\mathbf{v}_0}^{\mathbf{v}} d\mathbf{v} = \int_0^t \mathbf{a} dt$$

匀加速运动：

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t$$

$$\int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} d\mathbf{r} = \int_0^t (\mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t) dt$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2} \mathbf{a} t^2$$

例题二：

已知一质点由静止出发, 它的加速度在 X 和 Y 轴的分量分别为 $a_x=10t$ 和 $a_y=15t^2$ (SI制)。试求5s 时质点的速度和位置。

解：取质点的出发点为坐标原点。由题意知

$$dv_x = a_x dt = 10t dt \quad dv_y = a_y dt = 15t^2 dt \quad (1)$$

由初始条件 $t=0$ 时 $v_{0x}=v_{0y}=0$, 对上式进行积分, 有

$$v_x = \int_0^t 10t dt = 5t^2 \quad v_y = \int_0^t 15t^2 dt = 5t^3 \quad (2)$$

即：
$$\vec{v} = 5t^2 \vec{i} + 5t^3 \vec{j}$$

将 $t=5s$ 代入，有
$$\vec{v} = (125\vec{i} + 625\vec{j})(m/s)$$

由初始条件 $t=0$ 时， $x_0=y_0=0$ ，对下式积分

$$dx = v_x dt, \quad dy = v_y dt$$

$$x = \int_0^t 5t^2 dt = \frac{5}{3}t^3 \quad y = \int_0^t 5t^3 dt = \frac{5}{4}t^4 \quad (3)$$

即：

$$\vec{r} = \frac{5}{3}t^3\vec{i} + \frac{5}{4}t^4\vec{j} \quad (4)$$

将 $t=5\text{s}$ 代入(4)式，有

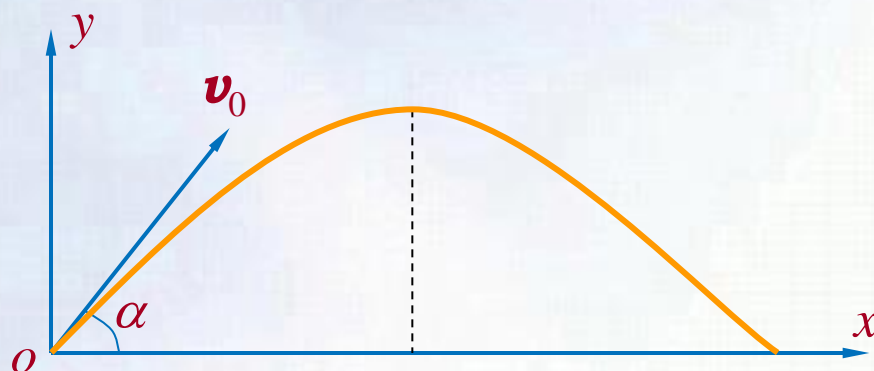
$$\vec{r} = \left(\frac{625}{3}\vec{i} + \frac{3125}{4}\vec{j}\right)(\text{m})$$

抛体运动

匀加速运动的特例为抛体运动：在地球表面附近， g 可看成是常数。如图取直角坐标系，抛体运动在 x 轴方向无加速度，

沿 y 轴方向为 $-g$ 。

在任何时刻 t ，抛体运动的速度分量为：



$$\left. \begin{aligned} v_x &= v_0 \cos \alpha \\ v_y &= v_0 \sin \alpha - gt \end{aligned} \right\}$$

积分后，得 t 时刻的坐标为：

$$\left. \begin{aligned} x &= (v_0 \cos \alpha)t \\ y &= (v_0 \sin \alpha)t - \frac{1}{2} g t^2 \end{aligned} \right\}$$

上式中消去 t 得轨迹方程：

$$y = x \tan \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2$$

上述方程中，若 $g=0$ 则：

$$\left. \begin{aligned} x &= (v_0 \cos \alpha)t \\ y &= (v_0 \sin \alpha)t \end{aligned} \right\}$$

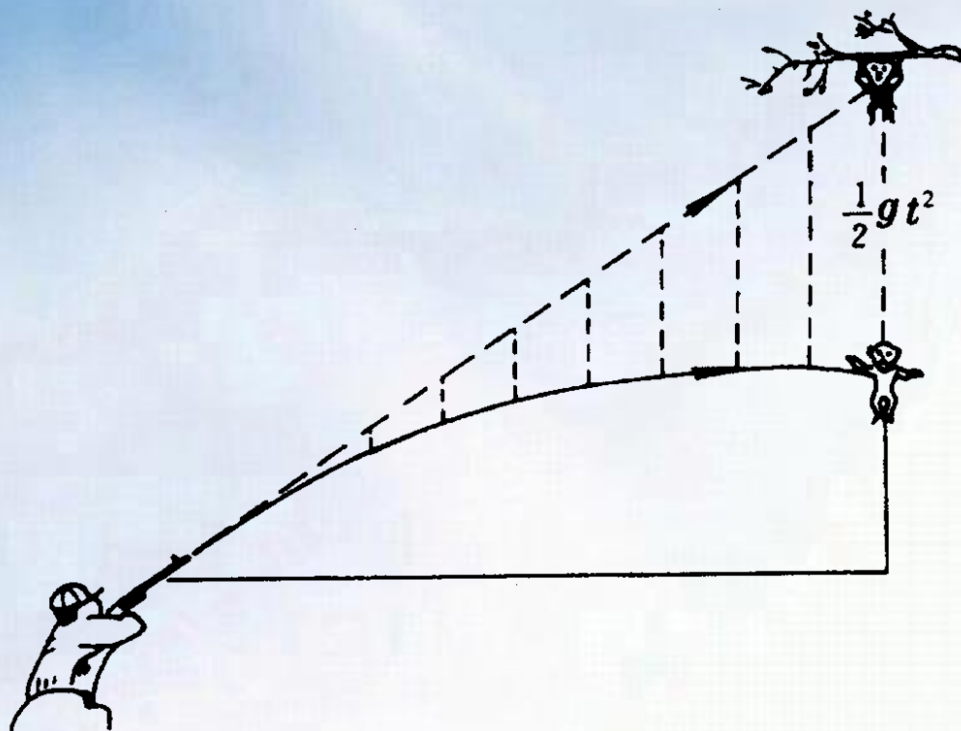
$$y = x \tan \alpha$$

取消重力，抛体将沿初始方向直线前进。重力的作用是在此基础上叠加一个自由下落运动

$$-\frac{1}{2} g t^2 \text{ 项。}$$

抛体运动水平、垂直两方向运动相互独立的特点可解释猎人与猴子的古老演示。

猎人瞄准猴子，猴子见猎枪火光立即跳离树枝，这时子弹、猴子同时向下位移 $-\frac{1}{2}gt^2$ 距离。



抛体运动最大高度称为射高，以 y_m 表示。其特征是 $v_y=0$ ，可求得： $t = v_0 \sin \alpha / g$ 从而：

$$y_m = v_0^2 \sin^2 \alpha / 2g$$

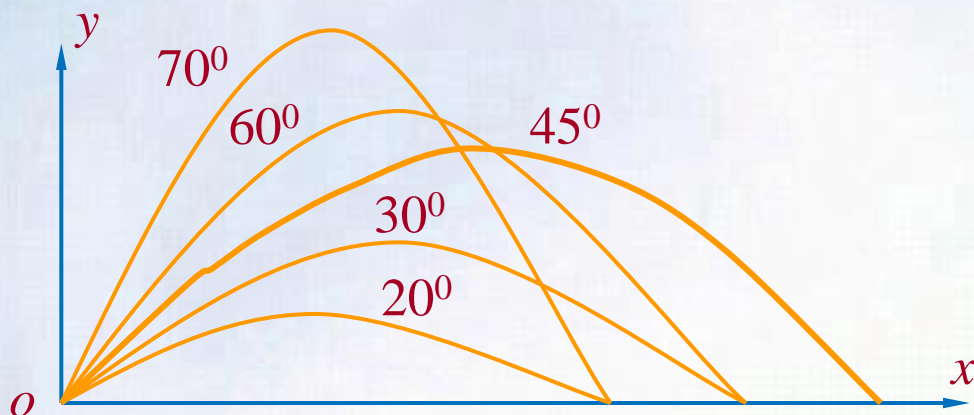
$\alpha=90^\circ$ 时有最大射高。

抛体运动最远点称为射程，以 x_m 表示，特征是 $y=0$ ，则：

从而得： $t = 2v_0 \sin \alpha / g$

$$x_m = 2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha / g = v_0^2 \sin 2\alpha / g$$

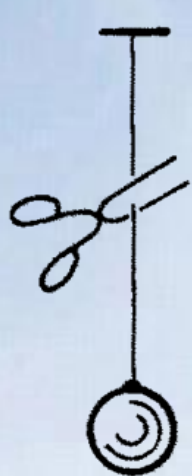
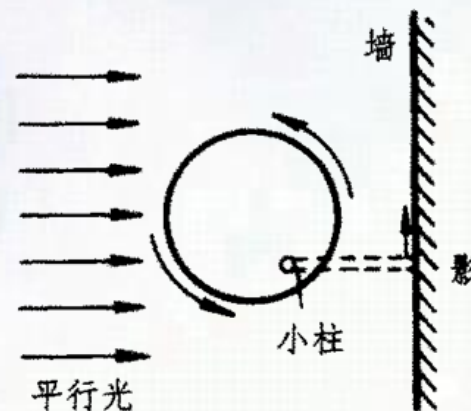
$\alpha=45^\circ$ 时，有最大射程。由于 $\sin 2\alpha$ 在 $\alpha=45^\circ$ 时两侧对称：
 $\sin[2(90^\circ - \alpha)] = \sin 2\alpha$ ，有：



例题三：

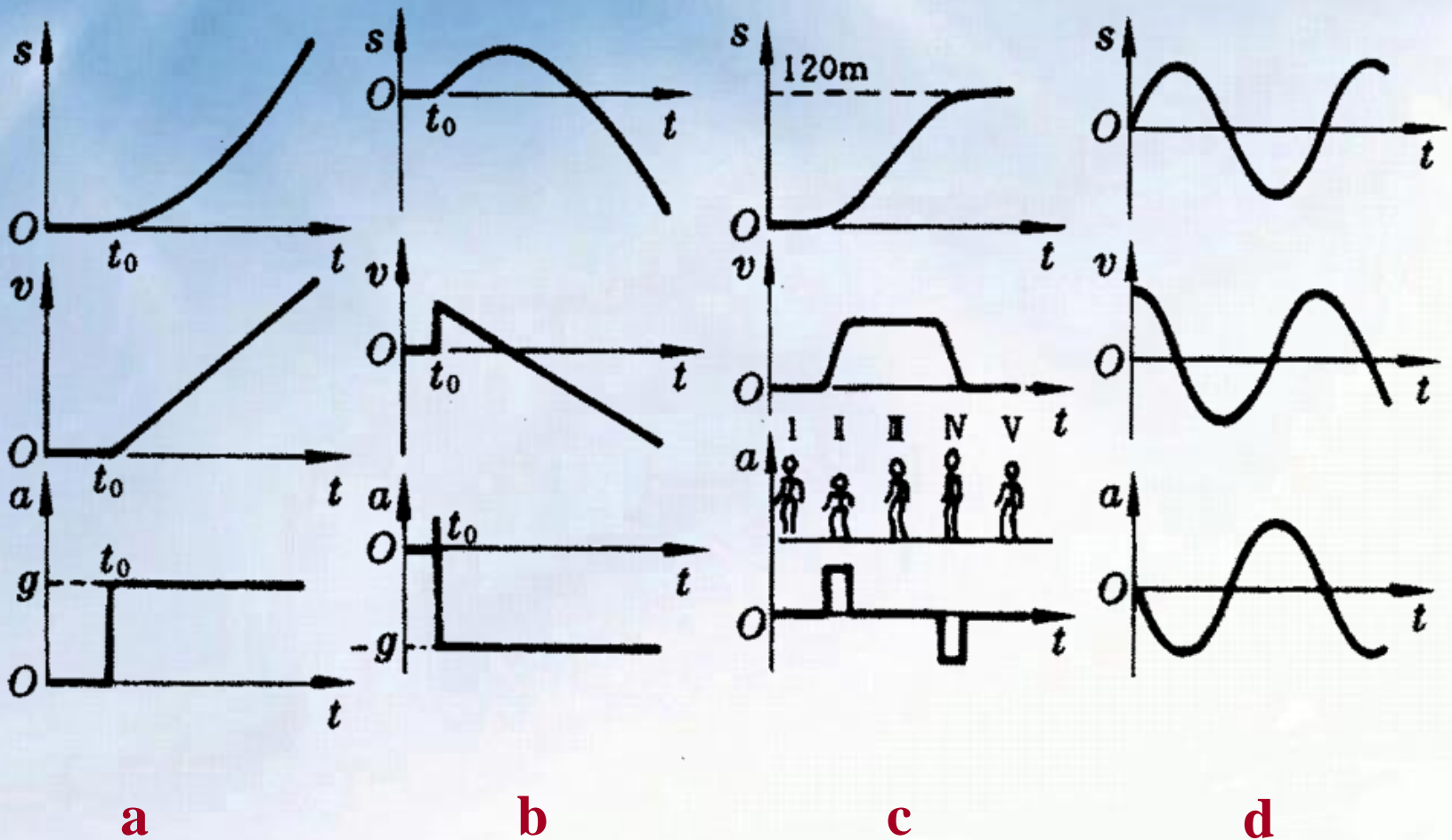
画出下列情形的 $s-t$ 、 $v-t$ 、 $a-t$ 图。

a. 悬挂重物的绳子突然被剪断后重物的运动。**b.** 从山崖边缘垂直上抛物体的运动。**c.** 从1层上升120m到达29层电梯的运动。**d.** 匀速旋转唱盘边缘一点的投影运动。

**a****b****c****d**

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2$$



§ 1.5 切向加速度和法向加速度

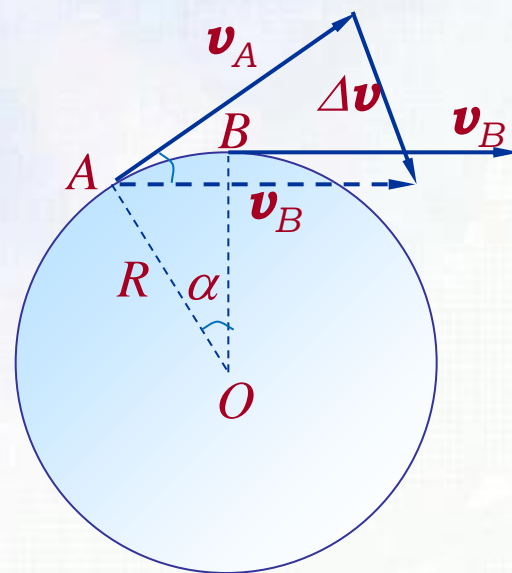
一、匀速圆周运动

匀速圆周运动：**速度大小恒定，方向不断变化**。如图所示：
按加速度定义：

$$a = |\mathbf{a}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \mathbf{v}|}{\Delta t}$$

图中令AB弦长为 ΔL ，则由相似三角形比例关系：

$$\frac{|\Delta \mathbf{v}|}{v} = \frac{\Delta L}{R}$$



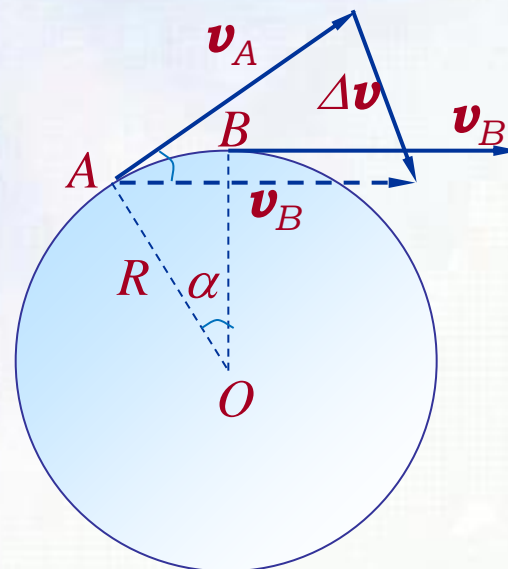
所以：

$$\frac{|\Delta \mathbf{v}|}{\Delta t} = \frac{v}{R} \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时，B 点 \rightarrow A 点，弦长 $\Delta L \rightarrow$ 弧长 Δs ，则：

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v}{R} \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v^2}{R}$$

a 的方向即 $\Delta \mathbf{v}$ 的极限方向：
 $\Delta t \rightarrow 0$ 时， $\alpha \rightarrow 0$ ， $\Delta \mathbf{v}$ 与 \mathbf{v}_A 垂直，因此A点的加速度垂直于速度方向，称为**向心加速度**。



二、切向加速度和法向加速度 &

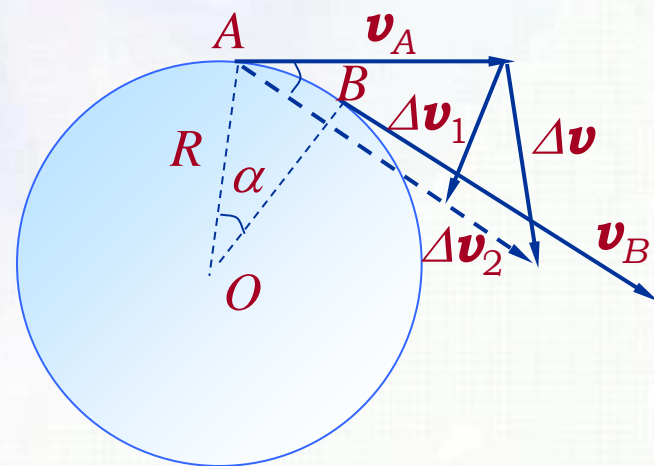
首先讨论**变速圆周运动**的切向加速度和法向加速度：

按照加速度的定义式：

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}_1}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}_2}{\Delta t}$$

上式第一项与匀速圆周运动的向心加速度相同，即：

$$a_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \boldsymbol{v}_1|}{\Delta t} = \frac{v^2}{R}$$

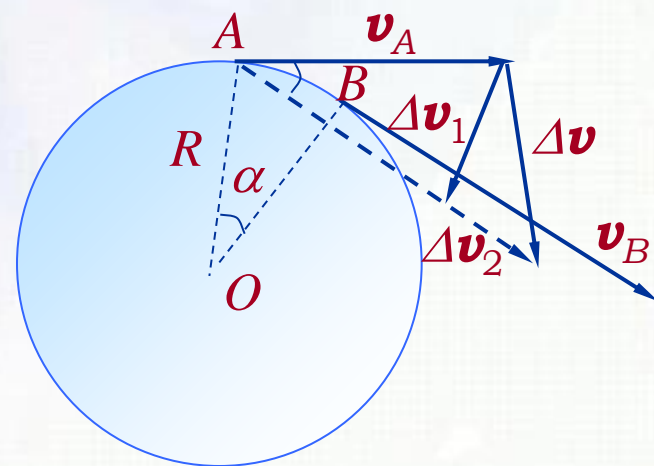


对于第二项， $\Delta \mathbf{v}_2$ 与 \mathbf{v}_A 的夹角为 α ，当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时， $\alpha \rightarrow 0$ ，第二项的方向趋于速度 \mathbf{v}_A ，因此称为切向加速度：

$$a_t = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \mathbf{v}_2|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

其中 $|\Delta \mathbf{v}_2| = v_B - v_A = \Delta v$ ，切向加速度反映速度大小的变化。

综上所述：变速圆周运动的加速度可分解为切向加速度和法向加速度。



切向加速度 $a_t = \frac{dv}{dt}$
变化。 $a_n = \frac{v^2}{R}$

反映速度大小的

法向加速度

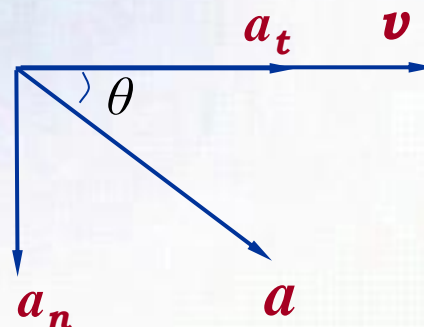
反映速度方向的变化。

总加速度 a 的大小为:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$$

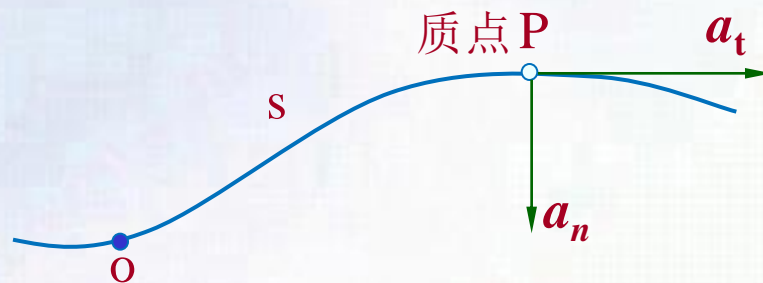
a 和 v 的夹角为:

$$\tan \theta = \frac{a_n}{a_t}$$



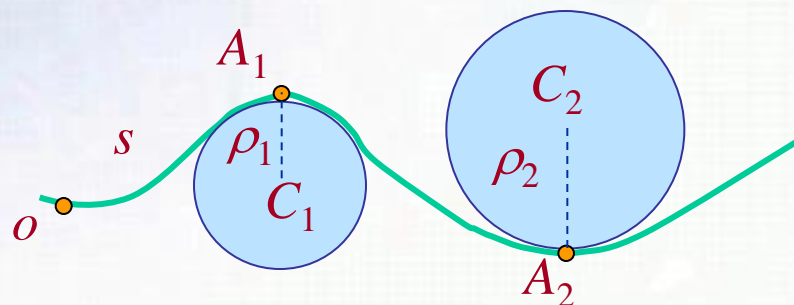
质点在运动轨道曲线已知的情况下，可在轨道上任取一点做原点 O ，在 t 时刻质点位置可用曲线长度 s 表示，速率 $v=ds/dt$ ，加速度矢量 \boldsymbol{a} 分解为 \boldsymbol{a}_t 和 \boldsymbol{a}_n ，这种方法称为**自然坐标系**表示法。

以上讨论的**变速圆周**运动实际上使用了自然坐标系的表示法。



对于一般曲线运动的加速度问题，可采取把整条曲线用一系列不同半径的圆弧代替的方法，即“以圆代曲”的方法。

在自然坐标系中曲线某一点的加速度，可通过求该点的曲率半径求得：如在 A_1 点及无限接近的两点做一圆，在极限情况下这个圆就是 A_1 点的**曲率圆**，其**曲率半径**记做 $\rho = ds/d\theta$ 。



则由变速圆周运动的结果：

切向加速度 $a_t = \frac{dv}{dt}$ 反映速度大小的变化。

法向加速度 $a_n = \frac{v^2}{\rho}$ 反映速度方向的变化。

$$\mathbf{a} = \frac{dv}{dt} \boldsymbol{\tau} + \frac{v^2}{\rho} \mathbf{n}$$

$\boldsymbol{\tau}$ 为切向单位矢量， \mathbf{n} 为法向单位矢量。

例题四：

求抛体轨道顶点的曲率半径？

解：在抛物线轨道的顶点处，速度只有水平分量 $v_0 \cos \alpha$ ，加速度 g 是沿法向的， $a_n = g$ ，按公式，曲率半径为：

$$\rho = \frac{(v_0 \cos \alpha)^2}{a_n} = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{g}$$

例题五：

由光滑钢丝弯曲成竖直平面里一条曲线，质点穿在此钢丝上，可沿着它无摩擦滑动。已知其切向加速度为 $-g \sin \theta$ ，试求质点在各处的速率？

解：令 ds 为质点P移动的弧长，它在 y 方向上的投影为：

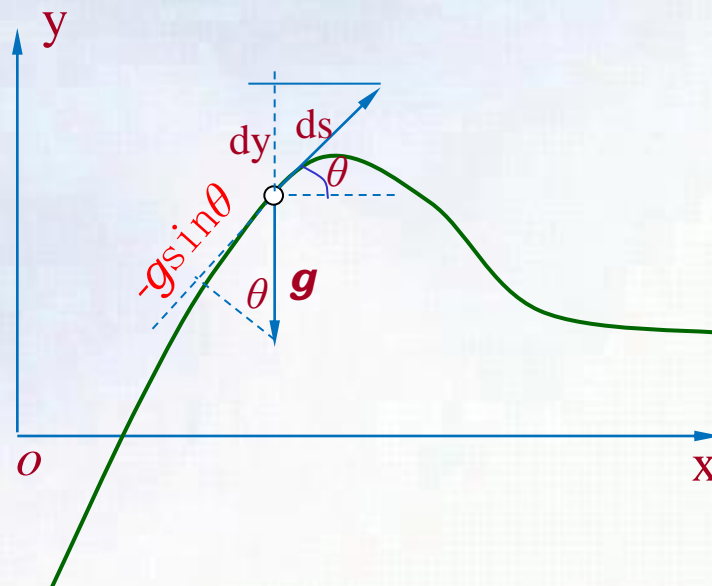
$dy = \sin\theta ds$ ，这里只用到切向加速度

$$a_t = \frac{dv}{dt} = -g \sin\theta$$

由此：

$$dv = -g \sin\theta dt = -g \frac{dy}{ds} dt$$

由 $v = ds/dt$ ，上式可写成：

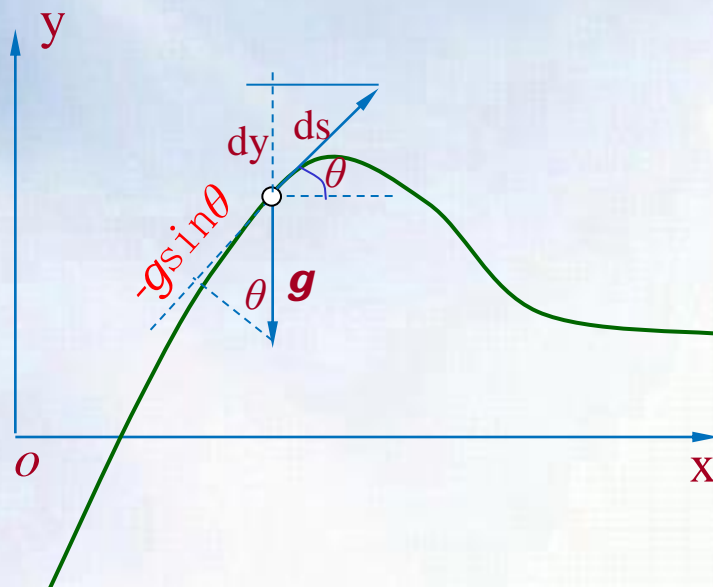


$$dv = -\frac{gdy}{v} \quad \text{或} \quad vdv = -gdy$$

两端分别积分：

$$\int_{v_0}^v vdv = -g \int_{y_0}^y dy$$

$$\text{得：} \quad v^2 - v_0^2 = -2g(y - y_0)$$



以上结果与垂直降落自由落体的结果相同，在此题中， a_n 是有作用的，其作用是改变速度的方向。