

April 11, 2023

Abstract

1 A

$$B \rightarrow A \Leftrightarrow \neg(B \wedge \neg A)$$

$$A \rightarrow (B \rightarrow A) \Leftrightarrow \neg(A \wedge \neg\neg(B \wedge \neg A)) \Leftrightarrow \neg(A \wedge \neg A \wedge B)$$

$$\emptyset \models A \rightarrow (B \rightarrow A)$$

$$A \wedge A \rightarrow C \Leftrightarrow A \wedge \neg(A \wedge \neg C) \Leftrightarrow A \wedge (\neg A \vee C) \Leftrightarrow A \wedge \neg A \vee A \wedge C \Leftrightarrow A \wedge C \vdash C$$

$$A \wedge A \rightarrow C \vdash C$$

$$A \Leftrightarrow A \wedge (A \rightarrow (B \rightarrow A)) \vdash B \rightarrow A$$

$$A \vdash B \rightarrow A$$

$$\neg A \rightarrow \neg B \Leftrightarrow \neg(\neg A \wedge B) \Leftrightarrow B \rightarrow A$$

$$\neg A \rightarrow \neg B \Leftrightarrow B \rightarrow A$$

$$A \rightarrow (B \rightarrow C) \Leftrightarrow A \rightarrow \neg(B \wedge \neg C) \Leftrightarrow \neg(A \wedge (B \wedge \neg C)) \Leftrightarrow \neg A \vee (\neg B \vee C) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B \vee C$$

$$(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C) \Leftrightarrow \neg(A \wedge \neg B) \rightarrow \neg(A \wedge \neg C) \Leftrightarrow \neg(\neg(A \wedge \neg B) \wedge (A \wedge \neg C)) \Leftrightarrow (A \wedge \neg B) \vee \neg(A \wedge \neg C) \Leftrightarrow (A \wedge \neg B) \vee (\neg A \vee C) \Leftrightarrow \neg B \vee \neg A \vee C$$

$$A \rightarrow (B \rightarrow C) \Leftrightarrow (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$$

$$P \Leftrightarrow Q \Leftrightarrow P \wedge Q \vee \neg P \wedge \neg Q$$