

Dinámica efectiva de un sistema de N qubits

Utilizando el principio de máxima entropía

Autor: A. Castillo

Director de tesis: D. Dávalos

Equipo de trabajo: C. Pineda, D. Dávalos, K. Uriostegui, E. Navarrete.

Enero 2023

Facultad de Ciencias, UNAM

[0]

1. Introducción
2. Construcción del modelo y la asignación
3. Resultados
4. Conclusiones

Introducción

Qubits y su dinámica

Un qubit es un sistema cuántico de dos niveles. Todo qubit se puede escribir como

$$|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle.$$

Por convención usamos los eigenestados del operador σ_3 .

$$|0\rangle \quad \text{y} \quad |1\rangle.$$

La evolución de un sistema cuántico descrito por $|\psi\rangle$ está dada por

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = H |\psi(t)\rangle.$$

Cuya solución es una evolución unitaria $U(t, t_0) = e^{-iH(t-t_0)/\hbar}$

$$|\psi(t)\rangle = U(t, t_0) |\psi(t_0)\rangle.$$

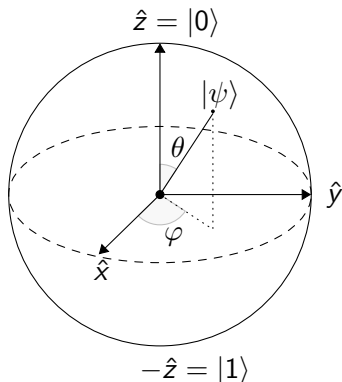
Parametrización de un qubit

Un qubit $|\psi\rangle \in H_2$ arbitrario

$$|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle,$$

se puede reescribir como:

$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |0\rangle + e^{i\varphi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) |1\rangle.$$



“Dinámica **efectiva** de un sistema de N qubits”

Dinámica **efectiva**



Dinámica (que emerge de una descripción) **efectiva**¹

Aquí,

efectiva \iff *gruesa*.

La descripción gruesa de un sistema es resultado de

- Aparato de medición imperfecto
- Descarte de grados de libertad del sistema

¹Duarte et al., “Emerging dynamics arising from coarse-grained quantum systems”

Descripciones efectivas y modelos de grano grueso

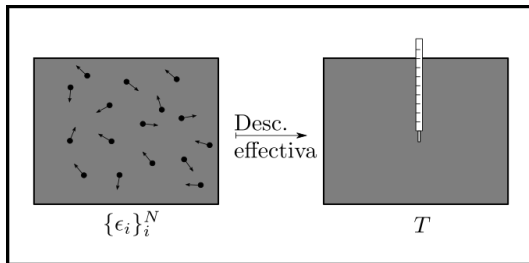
Una descripción de grano grueso es aquella que no toma en cuenta todos los detalles de un sistema o fenómeno.

Variables termodinámicas



Descripción efectiva

$$T = \frac{1}{k_B} \frac{2}{3} \langle E_{\text{cin}} \rangle .$$



Introducción

El operador de densidad

Probabilidad cuántica

Los vectores de estado contienen probabilidad cuántica:

$$|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle ,$$

de la que se recupera la regla de Born:

$$p(|0\rangle) = |\alpha|^2 \quad p(|1\rangle) = |\beta|^2$$

Probabilidad por ignorancia

Un sistema del que se sabe se halla en el estado $|\varphi_j\rangle$ con probabilidad p_j .

De este sistema se halla en un estado de *mezcla estadística*.

Es descrito por el operador de densidad

$$\rho = \sum_j p_j |\varphi_j\rangle\langle\varphi_j| .$$

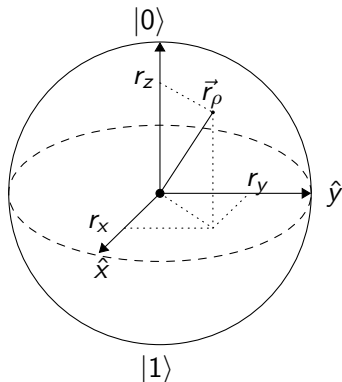
Parametrización

Una base hermítica permite parametrizar a una matriz de densidad a través del producto punto de Hilbert-Schmidt¹

$$\rho = \frac{1}{2} \left(\mathbb{1}_2 \text{Tr}(\rho) + \sum_{k=1}^3 \text{Tr}(\rho \sigma_k) \sigma_k \right).$$

El vector de Bloch es

$$\vec{r}_\rho = \begin{pmatrix} \text{Tr}(\rho \sigma_x) \\ \text{Tr}(\rho \sigma_y) \\ \text{Tr}(\rho \sigma_z) \end{pmatrix}$$



¹Nielsen et al., *Quantum Computation and Quantum Information*

Combinar y reducir

Si ρ_{bi} describe dos qubits A y B,

$$H_{bi} = H_2 \otimes H_2.$$

¿Qué sucede si es relevante **una** partícula?

$$\rho^A = \text{Tr}_B(\rho_{bi}),$$

Evolución

Sistema multipartito \rightarrow von Neumann

$$i\hbar \frac{d}{dt} \rho_{bi}(t) = [H, \rho_{bi}(t)].$$

Trazando:

$$i\hbar \frac{d}{dt} \rho^A(t) = \text{Tr}_B([H, \rho_{bi}(t)]).$$

Supóngase que el sistema de interés está acoplado a un *entorno*: $\rho_{\text{Tot}}(0) = \rho_S(0) \otimes \rho_E$

El canal cuántico

$$i\hbar \frac{d}{dt} \rho_S(t) = \text{Tr}_E([H, \rho_{\text{Tot}}(t)]),$$

Tiene solución:

$$\rho_S(t) = \mathcal{E}_t(\rho_S(0))$$

$$\mathcal{E}_t(\rho_S(0)) = \text{Tr}_E \left[U(t) (\rho_S(0) \otimes \rho_E) U^\dagger(t) \right]$$

Operadores de Kraus

La representación en operadores:

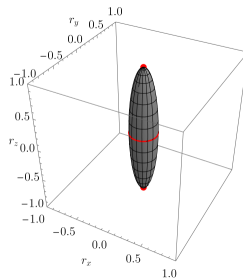
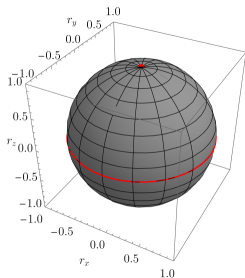
- $\mathcal{E}(\rho) = \sum_k A_k \rho A_k^\dagger,$
- $\sum_k A_k^\dagger A_k = \mathbb{1},$

asegura **CPTP**.¹

¹Breuer et al., *The theory of open quantum systems*

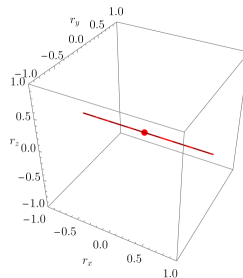
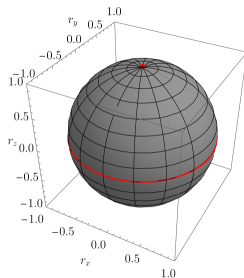
Ejemplo de canal cuántico: desfaseamiento

El *canal de desfaseamiento* tiene operadores de Kraus $\{\sqrt{p}\mathbb{1}, \sqrt{(1-p)}\sigma_3\}$.



Ejemplo de canal cuántico: bitflip

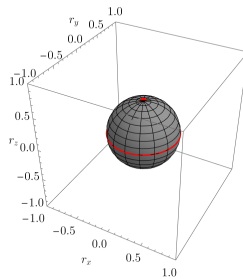
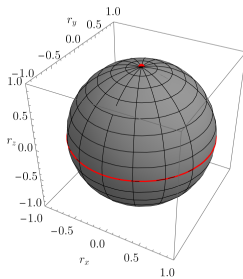
El *canal de bitflip* tiene operadores de Kraus $\{\sqrt{p}\mathbb{1}, \sqrt{(1-p)}\sigma_1\}$.



Ejemplo de canal cuántico: despolarización

Finalmente, el *canal de despolarización* se define mediante

$$\rho \mapsto p \frac{1}{2} \mathbb{1} + (1 - p) \rho.$$



El problema: motivación

Se estudia la dinámica que emerge de una descripción efectiva

$$\begin{array}{ccc} \rho_{\text{ef}}(0) & \xrightarrow{\text{?}} & \rho_{\text{ef}}(t) \\ \uparrow c & & \uparrow c \\ \varrho_{\text{?}}(0) & \xrightarrow{\mathcal{E}_t} & \varrho_{\text{?}}(t) \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \rho_{\text{ef}}(0) & \xrightarrow{c \circ \mathcal{E}_t \circ \mathcal{A}} & \rho_{\text{ef}}(t) \\ \downarrow \mathcal{A} & & \uparrow c \\ \varrho_{\mathcal{A}}(0) & \xrightarrow{\mathcal{E}_t} & \varrho_{\mathcal{A}}(t) \end{array}$$

¿Cómo construir \mathcal{A} ?

Introducción

Entropía e información

Entropía en teoría de información clásica

Información clásica

A cada evento se le puede asociar una cantidad de información

- “Número entre 1 y 6” \rightarrow no da información.
- “No cayó 6” \rightarrow poca información
- “Cayó 5” \rightarrow más información

Entonces información $\propto f(p(\text{evento})^{-1})$

Entropía de Shannon

Claude Shannon demostró¹

$$S_S = -k \sum_j p(x_j) \log p(x_j).$$

La *entropía de Shannon* representa la información promedio.

¹Shannon, “A mathematical theory of communication”

Introducción

El Principio de Máxima Entropía

Intuición del Principio de Máxima Entropía

Usando dados: 

Supóngase que $\langle \text{die} \rangle = 3.5$
 $\text{¿}p(x)\text{?}$

Dado balanceado:

$$\begin{aligned} p(\text{1}) &= \frac{1}{6} & p(\text{2}) &= \frac{1}{6} & p(\text{3}) &= \frac{1}{6} \\ p(\text{4}) &= \frac{1}{6} & p(\text{5}) &= \frac{1}{6} & p(\text{6}) &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

Dado pesado:

$$\begin{aligned} p(\text{4}) &= \frac{1}{2} & p(\text{2}) &= \frac{1}{2} & p(\text{1}) &= 0 \\ p(\text{1}) &= 0 & p(\text{5}) &= 0 & p(\text{6}) &= 0 \end{aligned}$$

El principio de máxima entropía fue introducido por E. T. Jaynes en 1957. Afirma que la distribución de probabilidad que maximice la entropía es la estimación menos sesgada que se puede hacer.¹

¹Jaynes, "Information Theory and Statistical Mechanics"

El Principio de Máxima Entropía clásico

Sean x_j los valores de X , $\langle f_l(x) \rangle$ conocidos. Maximizamos la entropía:

$$\mathcal{L} = -S_S(p) + \sum_l \lambda_l \left(\sum_j p(x_j) f_l(x_j) \langle f_l(x) \rangle \right) - \mu \left(\sum_j p(x_j) - 1 \right).$$

Resolviendo:

$$p(x_j) = \frac{1}{Z} \exp \left[-\frac{1}{k} \sum_l \lambda_l f_l(x_j) \right].$$

El Principio de Máxima Entropía cuántico

Usamos la entropía de von Neuman $S = -\text{Tr}(\rho \ln(\rho))$, que si $[\rho, H] = 0$ es

$$S_N = -\sum_k \rho_{kk} \log \rho_{kk} \xrightarrow{\text{maximización}} \rho_{kk} = \frac{1}{Z} e^{-\lambda E_k}$$

Utilizando notación de Dirac, $\rho = \sum_k \rho_{kk} |e_k\rangle\langle e_k|$:

$$\rho = \frac{1}{Z} e^{-\lambda H}.$$

En general¹:

$$\rho = \frac{1}{Z} e^{-\sum_k \lambda_k A_k}$$

¹Jaynes, "Information Theory and Statistical Mechanics. II"

“Dinámica efectiva de un sistema de N qubits
Utilizando el Principio de Máxima Entropía”

$$\begin{array}{ccc} \rho_{\text{ef}}(0) & \xrightarrow{\Gamma_t} & \rho_{\text{ef}}(t) \\ \downarrow \mathcal{A}_c^{\text{max}} & & \uparrow c \\ \varrho_{\text{max}}(0) & \xrightarrow{\mathcal{E}_t} & \varrho_{\text{max}}(t) \end{array}$$

Construcción del modelo y la asignación

Construcción del modelo y la asignación

El modelo de grano grueso

El modelo de grano grueso considera dos tipos de error¹:

Permutación

La posibilidad de medir una partícula diferente a la pretendida:

$$\mathcal{F} : \mathcal{S}(H_2 \otimes H_2) \rightarrow \mathcal{S}(H_2 \otimes H_2)$$
$$\varrho \mapsto p\varrho + (1 - p)S\varrho S.$$

Resolución

Falta de resolución en el aparato de detección:

$$\mathcal{C} : \mathcal{S}(H_2 \otimes H_2) \rightarrow \mathcal{S}(H_2)$$
$$\varrho_{AB} \mapsto p\rho_A + (1 - p)\rho_B,$$

¹Pineda et al., "Fuzzy measurements and coarse graining in quantum many-body systems"

Permutación

Para N qubits la aplicación borrosa:

$$\mathcal{F} : \mathcal{S}(\mathbb{H}_2^{\otimes n}) \rightarrow \mathcal{S}(\mathbb{H}_2^{\otimes n})$$
$$\varrho \mapsto p_1 \varrho + \sum_{j=2}^n p_j (S_{1,j}) \varrho (S_{1,j}),$$

Resolución

La aplicación de grano grueso:

$$\mathcal{C} : \mathcal{S}(\mathbb{H}_2^{\otimes n}) \rightarrow \mathcal{S}(\mathbb{H}_2)$$
$$\varrho \mapsto \text{Tr}_{\bar{1}}(\mathcal{F}[\varrho]).$$

Construcción del modelo y la asignación

La aplicación de asignación

El estado de máxima entropía

$$\begin{array}{ccc}
 \rho_{\text{ef}}(0) & \xrightarrow{\Gamma_t} & \rho_{\text{ef}}(t) \\
 \downarrow \mathcal{A}_C^{\text{max}} & & \uparrow \mathcal{C} \\
 \varrho_{\text{max}}(0) & \xrightarrow{\mathcal{E}_t} & \varrho_{\text{max}}(t)
 \end{array}$$

El estado que maximiza la entropía es:

$$\varrho_{\text{max}} = \frac{1}{Z} \exp\left(\sum_i \lambda_i G_i\right)$$

¿Qué valores de expectación **conocemos**?

Los de ρ_{ef} :

$$\begin{aligned}
 \langle \sigma_i \rangle_{\rho_{\text{ef}}} &= \text{Tr}(\sigma_i \rho_{\text{ef}}) \\
 &= \text{Tr}[\sigma_j \mathcal{C}[\varrho]] \\
 &= \text{Tr}\left[\sigma_j \otimes \mathbb{1}_{2^{n-1}} \left(p_1 \varrho + \sum_{k=2}^n p_k S_{1,k} \varrho S_{1,k}\right)\right] \\
 &= \text{Tr}\left[\left(\sum_{k=1}^n p_k (\mathbb{1}_{2^{k-1}} \otimes \sigma_j \otimes \mathbb{1}_{2^{n-k}})\right) \varrho\right] \\
 &= \langle G_i \rangle_{\varrho}.
 \end{aligned}$$

La aplicación de Máxima Entropía

Tenemos

$$\varrho_{\max} = \varrho_{\max}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$$

La relación:

$$\langle \sigma_k \rangle = \frac{\lambda_k}{\lambda} \sum_{j=1}^n p_j \tanh(p_j \lambda)$$

$$\text{donde } \lambda = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2}$$

Definimos la aplicación de asignación de máxima entropía:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\mathcal{C}}^{\max} : \mathcal{S}(\mathcal{H}_2) &\rightarrow \mathcal{S}(\mathcal{H}_2^{\otimes n}) \\ \rho_{\text{ef}} &\mapsto \bigotimes_{j=1}^n \frac{1}{Z_j} \exp \left(p_j \sum_{k=1}^3 \lambda_k \sigma_k \right). \end{aligned}$$

Uniendo todo

$$\begin{array}{ccc}
 \rho(0) & \xrightarrow{\Gamma_t} & \rho(t) \\
 \downarrow \mathcal{A}_C^{\max} & & \uparrow \mathcal{C} \\
 \varrho_{\max}(0) & \xrightarrow{\mathcal{E}_t} & \varrho_{\max}(t)
 \end{array}$$

Donde:

$$\mathcal{A}_C^{\max}[\rho] = \bigotimes_{j=1}^n \frac{1}{Z_j} \exp \left(p_j \sum_{k=1}^3 \lambda_k \sigma_k \right) \quad \mathcal{C}[\varrho] = \text{Tr}_{\bar{1}} \left(p_1 \varrho + \sum_{j=2}^n p_j (S_{1,j}) \varrho (S_{1,j}) \right)$$

$$\Gamma_t[\rho] := (\mathcal{C} \circ \mathcal{E}_t \circ \mathcal{A}_C^{\max})[\rho].$$

Resultados

Resultados

Dinámicas factorizables

Por dinámicas factorizables entendemos:

$$\mathcal{H} = \sum_{k=1}^n \omega_k \mathbb{1}_{2^{k-1}} \otimes H_k \otimes \mathbb{1}_{2^{n-k}},$$

Las unitarias:

$$\mathcal{U}_t = \bigotimes_{k=1}^n \exp(-i\omega_k H_k t) = \bigotimes_{k=1}^n U_k(t).$$

El estado de máxima entropía es

$$\varrho_{\max}(t) = \bigotimes_{k=1}^n \frac{1}{Z_k} U_k(t) e^{(p_k \sum_j \lambda_j \sigma_j)} (U_k(t))^\dagger$$

La dinámica efectiva tiene expresión general

$$\Gamma_t(\rho_{\text{ef}}) = \sum_{k=1}^n p_k U_k(t) \rho_k (U_k(t))^\dagger.$$

Partículas no interactuantes con diferente frecuencia de transición

Usamos el hamiltoniano $\mathcal{H} = \sum_{k=1}^n \omega_k \sigma_{3,k}$.

Los valores $\langle \sigma_k(t) \rangle_{\text{ef}} \equiv \text{Tr}(\sigma_k \Gamma_t(\rho_{\text{ef}}))$:

$$\langle \sigma_1(t) \rangle_{\text{ef}} = p_1 \langle \sigma_1(t) \rangle_1 + \sum_{k=2}^n p_k \langle \sigma_1(t) \rangle_k^1$$

$$\langle \sigma_2(t) \rangle_{\text{ef}} = p_1 \langle \sigma_2(t) \rangle_1 + \sum_{k=2}^n p_k \langle \sigma_2(t) \rangle_k$$

$$\langle \sigma_3(t) \rangle_{\text{ef}} = \langle \sigma_3(0) \rangle_{\text{ef}}.$$

¹ Aquí, $\langle \sigma_1(t) \rangle_k = \text{Tr}[\sigma_1 e^{-i\omega_k t \sigma_3} \rho_k e^{i\omega_k t \sigma_3}]$

Sea $p_{j \neq 1} = p_{\text{np}} = \frac{1-p_1}{1-n}$ y $r_{3,\text{ef}} = 0$.

Las expresiones se reducen a:

$$r_{1,\text{ef}}(t) = p_1 r_{1,1}(t) - p_{\text{np}} r_{\text{np}} \sum_{k=2}^n \sin(2\omega_k t - \phi)$$

$$r_{2,\text{ef}}(t) = p_1 r_{2,1}(t) + p_{\text{np}} r_{\text{np}} \sum_{k=2}^n \sin(2\omega_k t + \theta).$$

donde

$$r_{\text{np}} = \tanh(p_{\text{np}} \lambda).$$

Convergencia

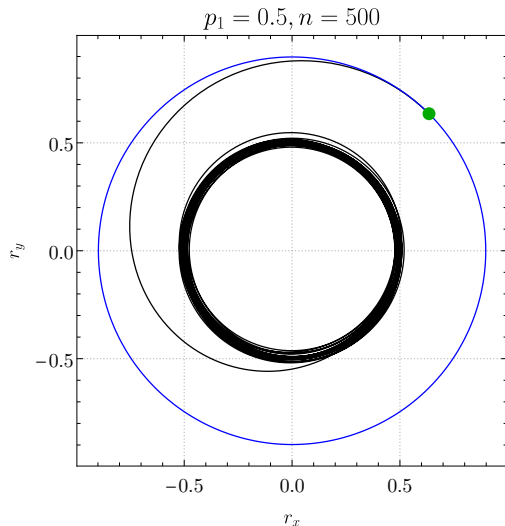
Importante: límite $n \rightarrow \infty$.

$$r_{1,\text{ef}}(t) = p_1 r_{1,1}(t) - p_{\text{np}} r_{\text{np}} \sum_{k=2}^n \sin(2\omega_k t - \phi)$$

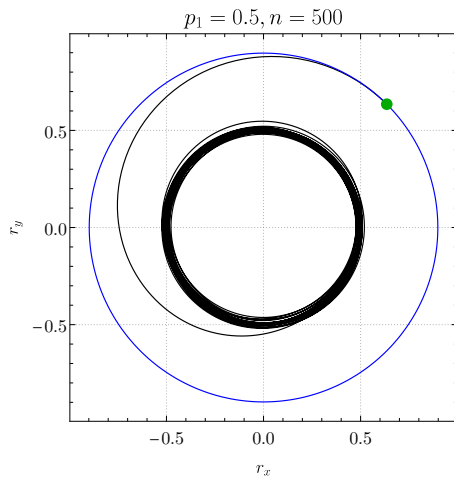
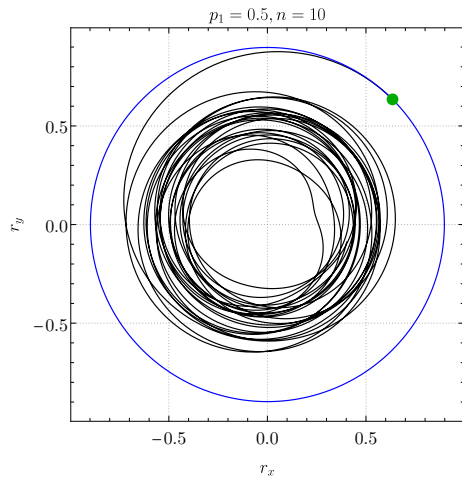
Sumas trigonométricas $\xrightarrow{n \rightarrow \infty} N(0, \text{std})$

La dinámica efectiva tiende a

$$\Gamma_{t \rightarrow \infty}(\vec{r}_{\text{ef}}) \rightarrow \begin{pmatrix} p_1 r_{1,1}(t) \\ p_1 r_{2,1}(t) \\ r_3 \end{pmatrix}.$$



Convergencia



CAPTION

Resultados

Compuertas de cómputo cuántico

Compuerta SWAP

Estado efectivo antes y después:

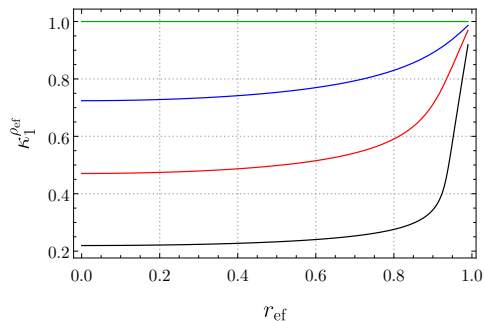
$$\begin{aligned}\rho(0) &= p\rho_A + (1-p)\rho_B, \\ \rho(t=1) &= (1-p)\rho_A + p\rho_B.\end{aligned}$$

Esto es una contracción:

$$\kappa_t = \frac{r_{\rho(1)}}{r_{\rho(0)}}.$$

Canal de despolarización no lineal:

$$\rho \mapsto \kappa_1^\rho \rho + (1 - \kappa_1^\rho) \frac{1}{2} \mathbb{1}$$



Depolarizing coefficient as a function of $r_{\rho(0)}$ for different values of p .

Compuerta CNOT

Estudiamos:

El estado efectivo inicial es

$$\rho(t=1) = \mathcal{C} \left[C_X \mathcal{A}_C^{\max} [\rho(0)] (C_X)^\dagger \right]$$

$$\rho(0) = p\rho_A + (1-p)\rho_B.$$

El estado efectivo final es

$$\begin{aligned} \rho(t=1) = & \frac{1}{2}\rho(0) \\ & + \frac{(1-p)}{2} \left[\langle \sigma_1 \rangle_{\rho_B} \rho_A + (1 - \langle \sigma_1 \rangle_{\rho_B}) \sigma_3 \rho_A \sigma_3 \right] \\ & + \frac{p}{2} \left[\langle \sigma_3 \rangle_{\rho_A} \rho_B + (1 - \langle \sigma_3 \rangle_{\rho_A}) \sigma_1 \rho_B \sigma_1 \right]. \end{aligned}$$

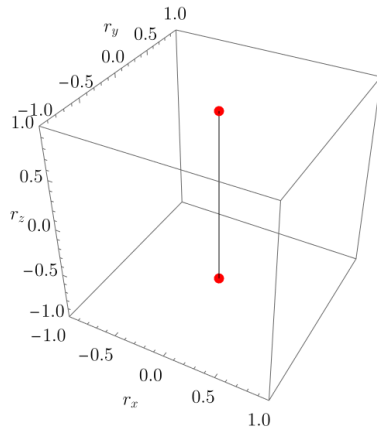
Combinación de un canal no lineal de **desfasamiento** y un canal no lineal de **bit flip**.

Caso límite: canal de desfaseamiento

Supongamos $p = 0$. El estado efectivo evolucionado:

$$\rho(t=1) = \frac{1}{2}\rho(0) + \frac{1}{2}\sigma_3\rho(0)\sigma_3.$$

¡Esto es un canal de desfaseamiento!



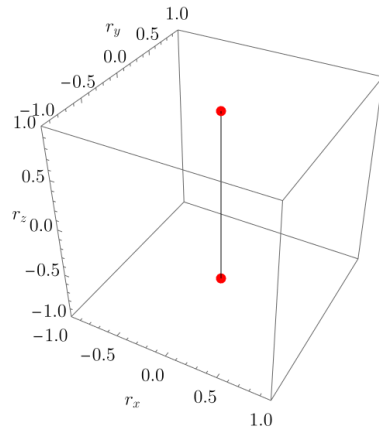
Canal de desfaseamiento

Caso límite: canal de bitflip

Supongamos $p = 1$. El estado efectivo evolucionado:

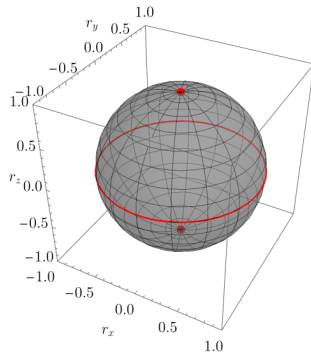
$$\rho(t=1) = \frac{1}{2}\rho(0) + \frac{1}{2}\sigma_1\rho(0)\sigma_1.$$

¡Esto es un canal de bit flip!

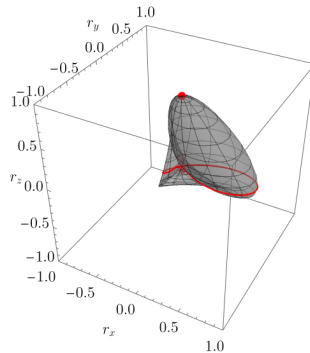


Canal de bit flip

CNOT efectivo sobre la esfera de Bloch



$t = 0.0$



$t = 1.0$

Efecto sobre la esfera de Bloch. $r = 0.8$, $p = 0.4$.

Resultados

Dinámicas especiales

Un canal de Pauli sobre un qubit,

$$P : \mathcal{B}(\mathcal{H}_2) \rightarrow \mathcal{B}(\mathcal{H}_2)$$
$$P(\Delta) = \sum_k q_k \sigma_k \Delta \sigma_k,$$

aplica σ_k con probabilidad q_k .

El canal de Pauli sobre n qubits:

$$P : \mathcal{B}(\mathcal{H}_{2^n}) \rightarrow \mathcal{B}(\mathcal{H}_{2^n})$$
$$P(\Delta) = \sum_{\vec{\alpha}} q_{\vec{\alpha}} \sigma_{\vec{\alpha}} \Delta \sigma_{\vec{\alpha}}, \quad \alpha_k \in \{0, 1, 2, 3\}.$$

donde $\sigma_{\vec{\alpha}} = \sigma_{\alpha_1} \otimes \sigma_{\alpha_2} \otimes \dots \otimes \sigma_{\alpha_n}$.

Desfaseamiento

El canal de Pauli

$$P_{n,\sigma_j}(\Delta) = \sum_{\vec{\alpha}} q_{\vec{\alpha}} \sigma_{\vec{\alpha}} \Delta \sigma_{\vec{\alpha}}, \quad \alpha_k \in \{0, j\}$$

es de desfaseamiento si $q_{\vec{\alpha} \neq \vec{0}} = \frac{1-q_{\vec{0}}}{2^{n-1}}$

$$\begin{aligned} \Gamma_t(\rho_{\text{ef}}) = & \left(q_{\vec{0}} + \frac{2^{n-1} - 1}{2^n - 1} (1 - q_{\vec{0}}) \right) \rho_{\text{ef}} \\ & + \left(\frac{2^{n-1}}{2^n - 1} (1 - q_{\vec{0}}) \right) \sigma_j \rho_{\text{ef}} \sigma_j. \end{aligned}$$

Despolarización

Para n qubits:

$$D_q : \mathcal{B}(\mathcal{H}_{2^n}) \rightarrow \mathcal{B}(\mathcal{H}_{2^n})$$

$$D_q(\Delta) = q\Delta + (1 - q)\mathbb{1}_{2^n} \text{Tr}(\Delta).$$

La dinámica efectiva que corresponde al canal de despolarización es

$$\Gamma_t(\rho_{\text{ef}}) = q\rho_{\text{ef}} + (1 - q)\mathbb{1}_2,$$

¡Otro canal de despolarización!

El canal de estabilización.

$$\mathcal{E}_{\psi,t} : \mathcal{B}(\mathcal{H}_{2^n}) \rightarrow \mathcal{B}(\mathcal{H}_{2^n})$$

$$\mathcal{E}_{\psi,t}(\Delta) = e^{-t\mu} \varrho + (1 - e^{-t\mu}) |\psi\rangle\langle\psi| \text{Tr}(\Delta).$$

donde $|\psi\rangle\langle\psi| \in \mathcal{S}(\mathcal{H}_{2^n})$

La dinámica efectiva:

$$\Gamma_t(\rho_{\text{ef}}) = e^{-t\mu} \rho(0) + (1 - e^{-t\mu}) \mathcal{C}(|\psi\rangle\langle\psi|).$$

Canal cuántico, pero no necesariamente un canal de estabilización: ¡puede ser despolarización!

Resultados

La asignación promedio

Construcción de la asignación promedio

Otra forma de escoger un estado microscópico compatible es tomando un promedio¹.

Un promedio sobre el conjunto

$$\Omega_{\mathcal{C}}(\rho_{\text{ef}}) = \{|\psi\rangle \in \mathcal{H}_m : \mathcal{C}(|\psi\rangle\langle\psi|) = \rho_{\text{ef}}\}.$$

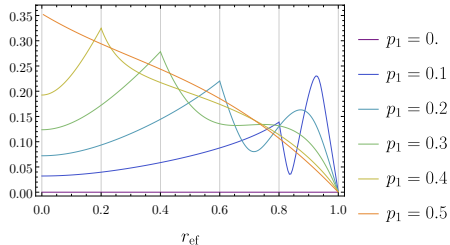
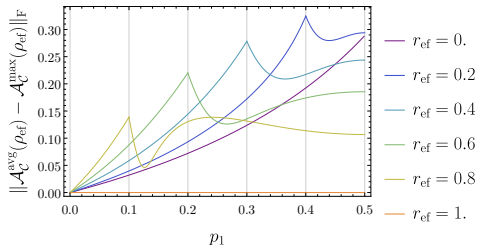
La aplicación de asignación promedio es el promedio sobre dicho conjunto¹, i.e.

$$\mathcal{A}_{\mathcal{C}}^{\text{avg}}(\rho_{\text{ef}}) = \int d\mu \, \delta(\mathcal{C}(|\psi\rangle\langle\psi|) - \rho_{\text{ef}}) |\psi\rangle\langle\psi|.$$

¹Correia et al., "Macro-to-micro quantum mapping and the emergence of nonlinearity"

¹Pineda et al.,

Distancia entre la asignación promedio y la de máxima entropía



Distancia de Frobenius entre asignaciones como función de p_1 para diferentes valores de r_z , y como función de r_z para diferentes valores de p_1 .

- Iguales si el estado efectivo inicial es puro y si la aplicación de grano grueso se reduce a una traza parcial ($p_1 \in \{0, 1\}$).
- Notar que $\mathcal{A}_C^{\max}(\mathbb{1}_2/2) = \mathbb{1}_4/4$ mientras que $\mathcal{A}_C^{\text{avg}}(\mathbb{1}_2/2) \neq \mathbb{1}_4/4$.

Conclusiones

- Clásica no linealidad.
- SWAP y CNOT no lineales de canales cuánticos conocidos
- no son universales.
- irreversibles
- fuertes simetrías
- coinciden en los casos en no error
- y si efectivo inicial es puro
- de dónde viene la no linealidad