

怎样定义函数？

$\{0,1\}^* := \{\varnothing, 0, 1, 00, 01, 11, \dots\}$

$f: \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$

即输入一个二进制串，输出一个二进制串。

函数的可计算性：

任何有效的计算法则都和图灵计算等价。

停机问题：

$\text{Halt}(x, y) = \begin{cases} 1, & P_x(y) \text{ 有死循环;} \\ 0, & P_x(y) \text{ 无死循环;} \end{cases}$

编号为 x ，输入为 y

clu: 没有这种函数

证法一：

对角线法： 1 2 3 4.....

1 h11

2 :

3 :

:

:

$P: P(x, y) = \text{Halt}(x, y)$

B: $h'_{xx} = 1 - h_{xx}$

不在表中: 不可判断

证法二：

Problem B:

```
int main(int x){
```

```
    if P(x, x) return 1;
```

```
    else for (;;) ;
```

B 无法判断

存在判断丢番图方程解有无的函数？X

归约：

$F \leq_r g$

若 g 可计算: f 可计算

若 g 不可计算: f 不可计算

证明: 判断两图灵机等价函数不可计算

$x, y \in \mathbb{N}$

$P_x(y)$ 死循环

$P_1(z) = P_x(z), P_2(z)$ 均为死循环

若可以判断等价

则 $P_x(y)$ 值可知 \rightarrow 矛盾!

图灵度：

[f]难度

$F[f] \leq [g]$ iff $\leq_r g$.

如可计算 $[f] <_r [\text{Halt}]$

存在 [f] 与 [Halt] 之间的图灵度

Chaitin 常数：

不可计算，但有极限

详细介绍

1975 年，计算机科学家格里高里·蔡廷 (Gregory Chaitin) 研究了一个很有趣的问题：任意指定一种编程语言中，随机输入一段代码，这段代码能成功运行并且会在有限时间里终止（不会无限运行下去）的概率是多大。他把这个概率值命名为了“蔡廷常数” (Chaitin's constant) 。

这听起来有点不可思议，但事实上确实如此——蔡廷常数是一个不可计算数 (uncomputable number) 。也就是说，虽然蔡廷常数是一个确定的数字，但现已在理论上证明了，你是永远无法求出它来的。

定义复杂度：

什么是计算复杂度？

理论上可用图灵机执行步数表示，但这太繁琐

所以采用可以随机访问的 word RAM 模型