**伟大思想课堂笔记**

**一、问题一**

1. 问题：在 n 个数中找出第 k 小的数

2、思路一：排序，排好了以后找第k小的数字，但复杂度较高，造成浪费

3、思路二：依次选，第一次最小，第二次第二小，一直到第k小的数

4、思路三：分治法：每次按照大于等于小于 pivot 三分，只需在 k 所在的部分递归寻找。期望复杂度：O(n)，最坏情况：O(n^2)，复杂度仍然很高

5、思路四：Median of medians 算法

1. 本质：选择合适的初始 pivot 来优化。  
   （2）介绍：由 BFPRT 五位大佬提出的此算法，核心思想是将原数组分为五元组，并选出五元组的各中位数的中位数。  
   （3）性质：至少有30%的元素小于pivot，另外30%的元素大于pivot。

（4）线性复杂度证明：T(n)≤T(0.2n)+T(0.7n)+O(n).  
其中，T(0.2n)用于递归Quickselect以找出中位数中的中位数；T(0.7n)是剩余部分的最差期望；O(n)用于分组。

**二、问题二**

1、引入：集卡问题

2、问题：如何判断多项式 f(x)，g(x) 是否全等？给定 f(x) 的系数表达式和 g(x) 的因式分解表达式。

3、思路：展开系数对比：>= O(d log d).代入值，运用代数基本定理比较：乘法过程仍需要 O(d^2).

4、进一步：如果允许一定容错比例？

5、概率论；

（1）反思：何谓概率？  
（2）Return to Kolmogorov：公理化概率论  
（3）独立：Pairwise Independent & Mutual Independent  
（4）期望：线性性质

6、得出答案：集齐各种卡的期望：E[X]≈n·(ln n+γ).