

## 机器学习-超平面



一根儿芦苇

专业程序员，业余制管师，专业的不专业，业余的很业余

关注他

159 人赞同了该文章

### 一、超平面是什么？

维基百科的定义：

*In geometry a **hyperplane** is a subspace of one dimension less than its ambient space.*

翻译过来：在几何中，超平面指的是比所处空间少一个维度的子空间。

什么鬼，能不能说人话？

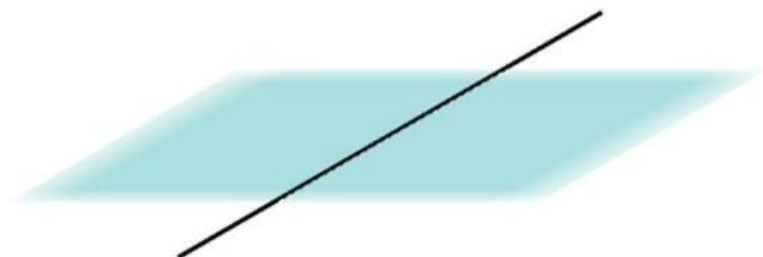
莫急，接着看。

我们都知道，0维的点可以把1维的线分成两部分：



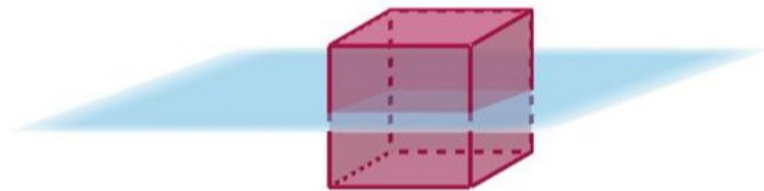
知乎 @ 一根儿芦苇  
头条 @ 一根儿芦苇

1维的线可以把2维的面分成两部分：



知乎 @ 一根儿芦苇  
头条 @ 一根儿芦苇

2维的面可以把3维的体分成两部分：



知乎 @一根儿芦苇  
头条 @一根儿芦苇

依此类推， $n-1$ 维的子空间可以把 $n$ 维空间分成两部分。

所以，超平面就是这个 $n-1$ 维子空间，它就像3维空间中的平面，可以用来分割 $n$ 维空间。

## 二、为什么叫超平面？

没有查到“超平面”名字的来源，以下纯属个人猜测，如果有误，欢迎指正。

我们生活在3维空间，并把2维空间起名为“平面”，用来分割3维空间。

对于更高维的空间 $n$ ，既然可以被 $n-1$ 维的空间进行分割，类似于三维空间的平面，而我们又没办法想象它的样子，也不好一一命名，不妨干脆就叫“超平面”，既简单，也比较直观，方便理解。

所以，这个超的含义，更多的应该是高维。

## 三、超平面的公式

对于一个 $n$ 维空间，超平面应该如何表示？

设 $x_0$ 为超平面上的点， $\omega$ 为超平面的法向量。对于超平面上任何一点 $x$ ，有：

$$\omega \cdot (x - x_0) = \omega \cdot x - \omega \cdot x_0 = 0$$

令：

$$\omega \cdot x_0 = b$$

则有：

$$\omega \cdot x + b = 0$$

这就是超平面的公式。

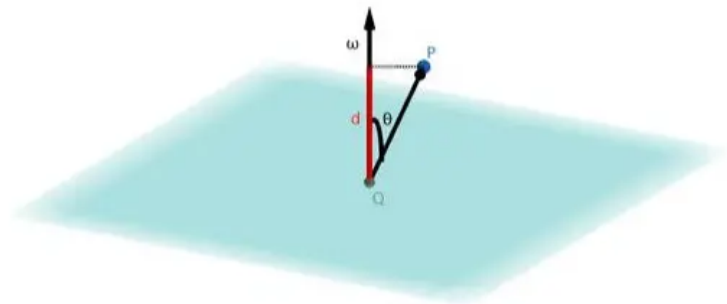
## 四、点到超平面的距离

设 $n$ 维空间中超平面的方程为：

$$\omega \cdot x + b = 0$$

其中 $\omega$ 为法向量， $Q$ 为平面上的点。

对于空间中的任一点 $P$ ，到超平面的距离为 $PQ$ 在 $\omega$ 上的投影 $d$ ，如下图所示：



知乎 @ 一根火柴

由三角函数关系知：

$$d = |\vec{QP}| \cos \theta = \frac{|\omega| |\vec{QP}| \cos \theta}{|\omega|} = \frac{\omega \cdot \vec{QP}}{|\omega|} = \frac{\omega \cdot P - \omega \cdot Q}{|\omega|} = \frac{\omega \cdot P - b}{|\omega|}$$

发布于 2019-07-17 17:35

人工智能 机器学习 分离超平面

▲ 赞同 159 ▼ ● 11 条评论 ↗ 分享 ♥ 喜欢 ★ 收藏 📄 申请转载 ...



发布一条带图评论吧

11 条评论

默认 最新

- 

寒烟煜

作者你好，最后那里， $wQ+b=0$ ，所以 $wP-wQ$ 应该是 $wP+b$ 吧？

2020-08-06

回复

10
- 

寒烟煜 > 渣渣图

Q是超平面上任意一点，满足 $wx+b=0$

2020-08-12

回复

喜欢
- 

渣渣图

这个是不是假设这个Q点就是上式的 $x_0$  呢

2020-08-12

回复

喜欢
- 

MatthewHou

最后应该是 $w \cdot p + b$ 吧，不是  $w \times p - b$ ？

2020-04-10

回复

1
- 

狒系小亭

我也觉得是。。

2020-08-01

回复

1
- 

科学家

不错不错，比我们高代，解几老师强。

2019-09-30

回复

4
- 

vvv

好爱傻瓜式教学😂

2022-11-22

回复

喜欢
- 

知乎用户I9qDeQ

写得太好了，非常感谢！

2020-02-28

回复

喜欢
- 

Clarence

非常感谢！！

2019-10-04

回复

喜欢
- 

陌研

这不就是搬了定义过来么？哪里有讲解？

2021-10-22

回复

喜欢
- 

米其林初级炼丹师

hyperplane的解释很直观hhh

2022-10-04

回复

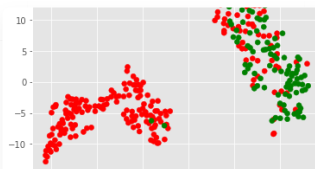
喜欢

## 推荐阅读



### 机器学习系列新书-《机器学习基础》pdf完整版分析

深度学习与... 发表于深度学习与...



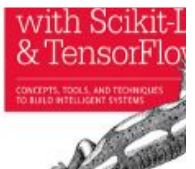
### 机器学习全面教程-无监督学习篇

lrhao 发表于机器学习&...

### 机器学习基础——带你走近机器学习

摘要：本文介绍了机器学习的基础知识以及在企业中的一些应用。通过本文的学习可以快速了解机器学习的基本概念、监督学习以及PAC学习理论，并了解机器学习在实际应用中现状。演讲嘉宾介绍：...

阿里云云栖... 发表于程序员进修...



### 从零开始的机器学习(二)：完整的机器学习

Duduru