Jan Bełczącki 180503
Marcin Wawrzonowski 180729

Rok akademicki 2013/14
Środa, 12:30

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 6 – Rozwiązywanie układu równań różniczkowych

Opis rozwiązania

W zadaniu zastosowano dwie wersje metody Rungego-Kutty do rozwiązywania układu równań różniczkowych czwartego stopnia: najczęściej stosowaną wersję klasyczną i najdokładniejszą wersję opartą o wzór Ralstona. Program napisany w ramach zadania rozwiązuje układ dany równaniem:

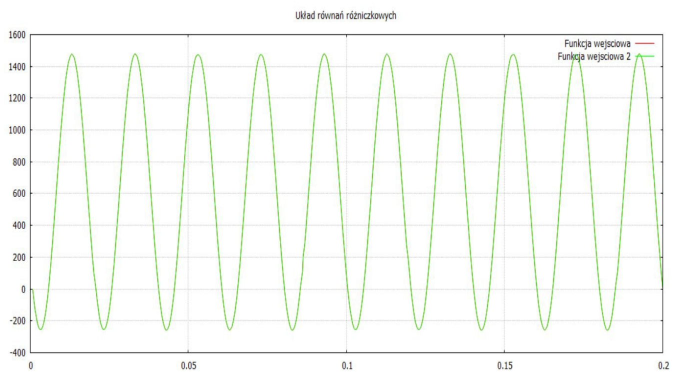
$$\left.\begin{aligned}
\frac{di_1(t)}{dt} &= \frac{1}{detM\phi(t)}\left[\left(L_{r_3}R_{m\delta}+R_{mFe}\phi(t)\frac{1}{w_2}+w_2\right)(e_1(t)-R_1i_1(t))-w_1(u_c(t)+R_2i_2(t))\right]\\
\frac{d\phi(t)}{dt} &= \frac{1}{detM(\phi)}\left[\frac{w_1}{w_2}L_{r_3}(e_1(t)-R_1i_1(t)) + L_{r_1}(u_c(t)+R_2i_2(t))\right]\\
\frac{di_o(t)}{dt} &= (u_c(t)-R_oi_o(t))\frac{1}{L_o}\\
\frac{du_c(t)}{dt} &= (i_2(t)-i_o(t))\frac{1}{C}
\end{aligned}\right\}$$

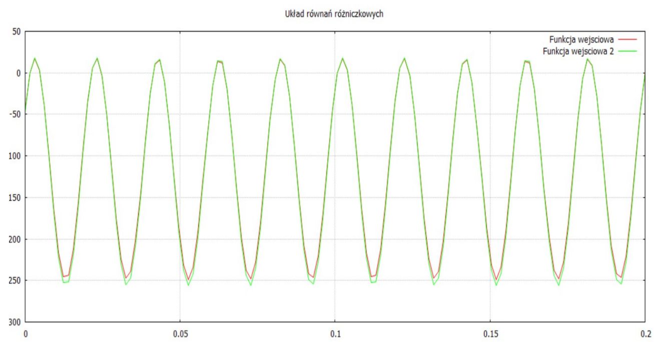
Algorytm metod prezentuje się następująco:

1. Przyjmujemy wartość niewiadomej $y_r(x_0)$ jako warunek początkowy tej zmiennej y_{r0}.
2. Obliczamy wartość współczynnika k_{r1}, wyrażającego się wzorem $k_{r1}=hf_r(x_0, y_{10}, y_{20}, \ldots, y_{n0})$ gdzie h jest zadanym krokiem całkowania w przedziale $[t_0; t_1]$.
3. Obliczamy wartość współczynnika k_{r2}, wyrażającego się wzorem $k_{r2}=hf_r(x_0+a_2h, y_{n0}+a_2k_{n1})$, gdzie $a_2 = 0.5$ dla wersji klasycznej i $a_2 = 0.4$ dla wersji opartej o wzór Ralstona.
4. Obliczamy wartość współczynnika k_{r3}, wyrażającego się wzorami $k_{r3}=hf_r(x_0+0.5h, y_{n0}+0.5k_{n2})$ dla wersji klasycznej i $k_{r3}=hf_r(x_0+0.45573726h, y_{n0}+0.29697760k_{n1}+0.15875966k_{n2})$ dla wersji opartej o wzór Ralstona
5. Obliczamy wartość współczynnika k_{r3}, wyrażającego się wzorami $k_{r4}=hf_r(x_0+h, y_{n0}+k_{n3})$ dla wersji klasycznej i $k_{r4}=hf_r(x_0+h, y_{0n}+0.21810038k_{n1}-3.05096470k_{n2}+3.83286432k_{n3})$ dla wersji opartej o wzór Ralstona
6. Obliczamy wartość niewiadomej y_{n+1} na podstawie wzoru $y_{n+1}=y_n+\frac{1}{6}(k_1+2k_2+2k_3+k_4)$ dla wersji klasycznej i $y_{n+1}=y_n+0.17476028k_1-0.55148053k_2+1.20553547k_3+0.17118478k_4$ dla wersji opartej o wzór Ralstona.

Wyniki

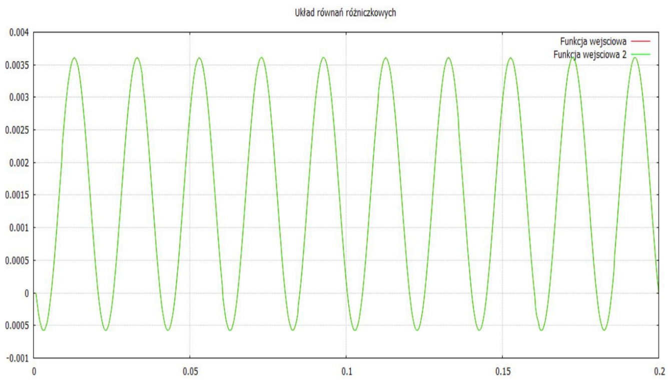
W poniższej tabeli zaprezentowane zostały wyniki uzyskane przez program dla konkretnych wartości kroku całkowania. Przyjęto: $t_0 = 0$, $t_1 = 0.2$

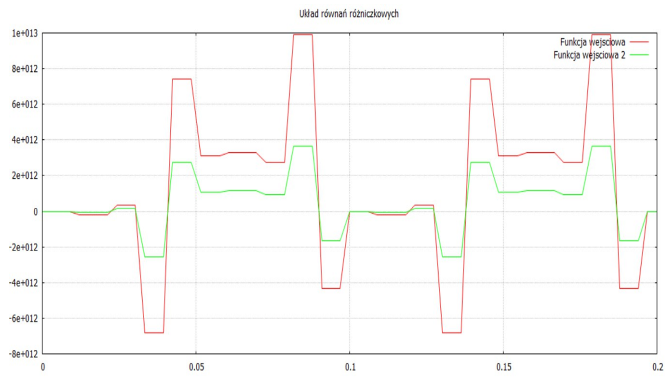




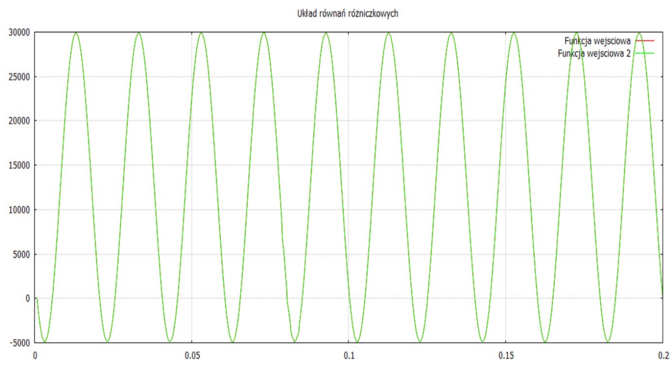
Przebieg: $i_1(t)$ Kroki: t_1 / 512 oraz t_1 / 128

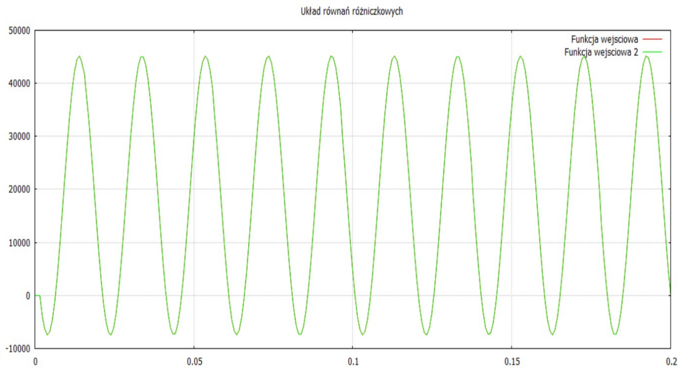
Przy większym kroku całkowania mamy do czynienia z niewielkimi rozbieżnościami między obiema wersjami na korzyść wersji opartej o wzór Ralstona.





Przebieg $\varphi(t)$ Kroki: t_1 / 512 oraz t_1 / 64
Jak widać podanie kroku ma duży wpływ na kształt wykresu. Na powyższym wykresie (z prawej) występują poważne zakłócenia.





Przebieg $u_c(t)$ Kroki: t_1 / 512 oraz t_1 / 256
Krok całkowania ma także wpływ na wartości przedstawione na wykresie. Na powyższych wykresach zauważalny jest wzrost wartości dla większego kroku całkowania.

Wnioski

- Wybór kroku całkowania ma duży wpływ na wartości, które osiągane są przez program. Im mniejszy krok, tym graniczne wartości są mniejsze.
- Krok całkowania wpływa także na kształt wykresu. Dla dużego kroku mieliśmy do czynienia ze sporymi zakłóceniami występującymi na wykresie.
- Metoda Rungego-Kutty oparta o wzór Ralstona okazuje się być bardziej dokładną o czym świadczyć mogą wyniki z przebiegu $i_1(t)$.