

## METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

### Zadanie 5 – Implementacja metody aproksymacji

#### Opis rozwiązania

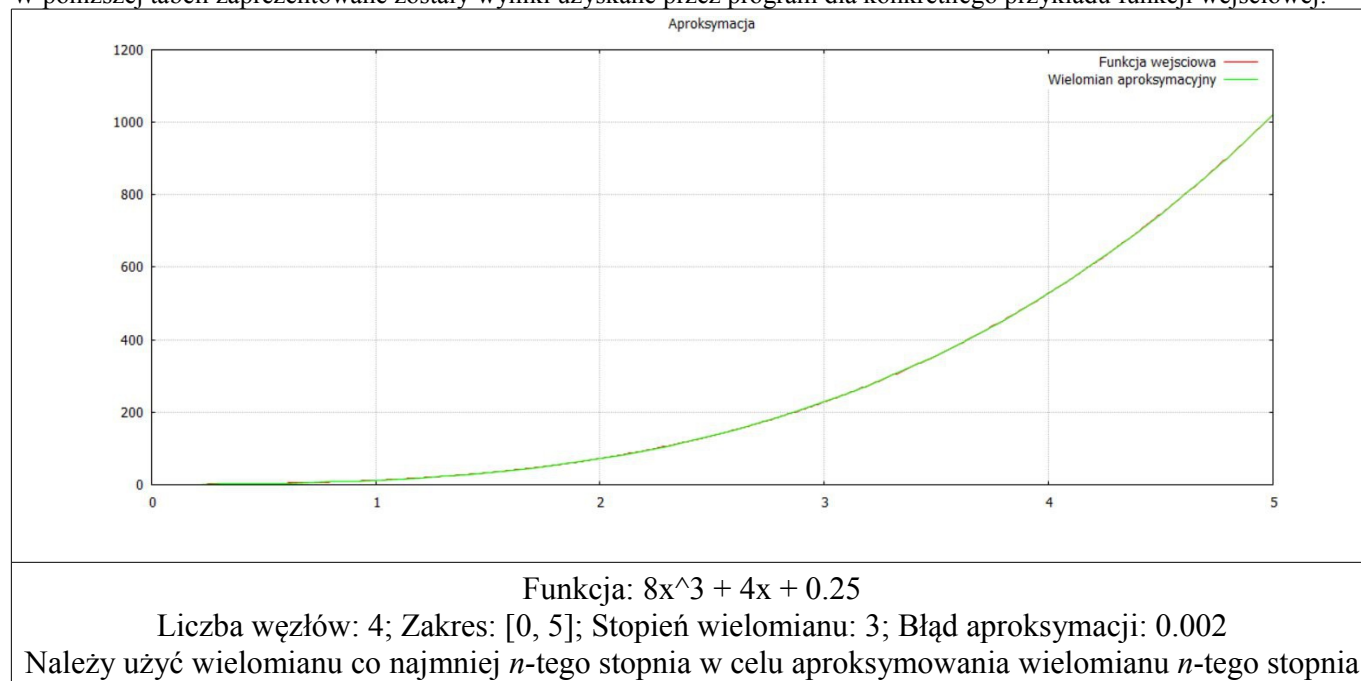
W zadaniu zastosowano metodę opartą o wielomiany Laguerre'a postaci  $L_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{k!} \binom{n}{k} x^k$ . W przypadku tych wielomianów mamy do czynienia z przedziałem całkowania  $[0; +\infty)$  co zostało zachowane dzięki użyciu kwadratury Gaussa, w celu obliczenia potrzebnych współczynników  $\lambda_k$ . Współczynniki te pozwalają na wyznaczenie wielomianu interpolacyjnego  $k$ -tego stopnia w postaci  $y(x) = \sum_{i=0}^k \lambda_i L_i(x)$ .

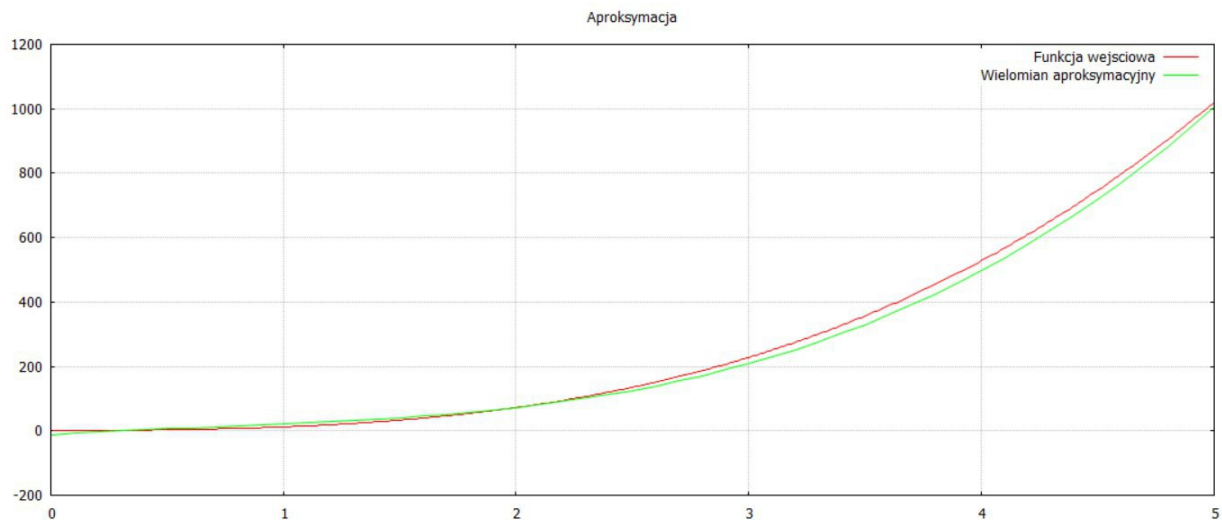
Algorytm metody prezentuje się następująco:

1. Dla danego stopnia wielomianu aproksymującego, oblicza się kolejne wartości współczynników  $\lambda_k$  zgodnie ze wzorem  $\lambda_k = \int_0^{\infty} f(x) L_k(x) e^{-x} dx$ , gdzie  $f(x)$  jest aproksymowaną funkcją.
2. Zgodnie ze wzorem należy wyznaczyć współczynniki wielomianu aproksymującego, w celu wyliczenia jego wartości metodą Hornera.
3. Błąd aproksymacji określony jako pole między wykresami funkcji wejściowej i wielomianu aproksymującego i obliczany zgodnie ze wzorem  $E = \int_0^{\infty} |f(x) - y(x)| e^{-x} dx$ .

#### Wyniki

W poniższej tabeli zaprezentowane zostały wyniki uzyskane przez program dla konkretnego przykładu funkcji wejściowej.

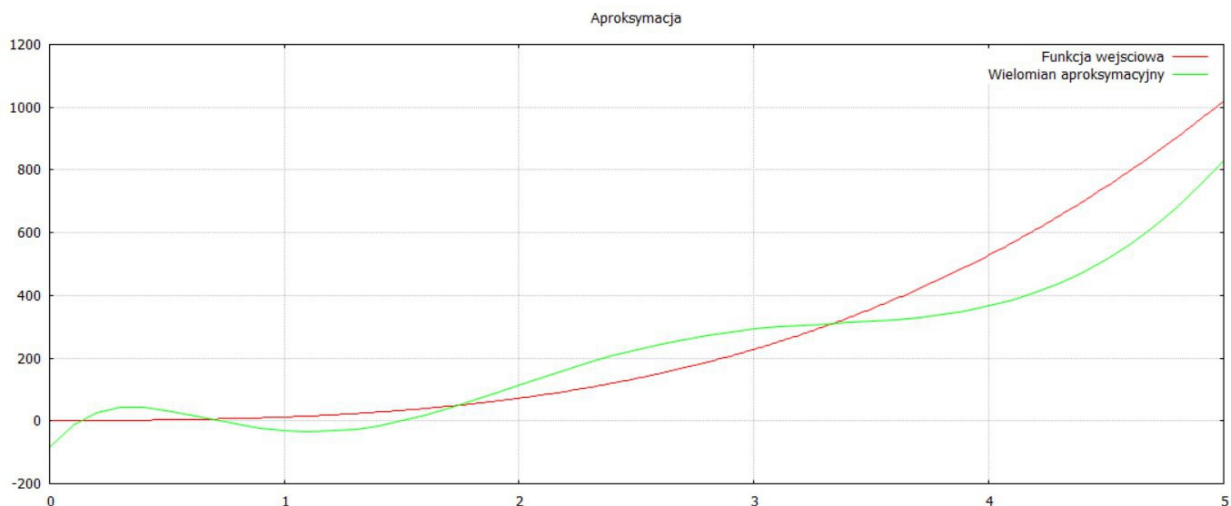




Funkcja:  $8x^3 + 4x + 0.25$

Liczba węzłów: 5; Zakres:  $[0, 5]$ ; Stopień wielomianu: 3; Błąd aproksymacji: 7.5177

Zbyt duża ilość węzłów może nie dać odpowiedniego wyniku. Wynika to z charakterystyki metody całkowania z użyciem kwadratury Gaussa i pewnej niedokładności dla wyższych węzłów.



Funkcja:  $8x^3 + 4x + 0.25$

Liczba węzłów: 5; Zakres:  $[0, 5]$ ; Stopień wielomianu: 10; Błąd aproksymacji: 43.67

Z powodu ograniczeń metody całkowania z użyciem kwadratury Gaussa, rozbieżności pojawiają się przy podaniu zbyt dużego stopnia wielomianu aproksymującego.

## Wnioski

- Ilość węzłów wpływa na wartości współczynników  $\lambda_k$ , co wpływa pośrednio na postać wielomianu aproksymującego. Mogą pojawiać się rozbieżności wynikające z ograniczeń metody całkowania z użyciem kwadratury Gaussa.
- Dla funkcji będących wielomianami użycie co najmniej  $n$  węzłów zapewnia nałożenie się wykresu wielomianu aproksymującego z aproksymowanym wielomianem  $n$ -tego stopnia.
- W trakcie realizacji programu, pojawiły się problemy dokładnością aproksymowania funkcji trygonometrycznych. Takie funkcje lepiej jest aproksymować wielomianami trygonometrycznymi.