



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

FACULTAD DE CIENCIAS - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS COMBINATORIO 2025-I

.....
Camilo Andrés Rozo Lozano

crozol@unal.edu.co

Nombre2

Correo2

Juan Felipe Cadena Parrado

jcadenap@unal.edu.co

1. Realice los problemas 1, 2, 3, del proyecto 11.1 (pás 353) (Libro Henning, van Vuuren).

2.

3. Sea $B(x)$ la función generatriz de la sucesión b_n que cuenta el promedio de las comparaciones para el algoritmo Quicksort, es decir que $B(x) = \sum_{n \geq 0} b_n x^n$.

a) A partir de la igualdad $(n+1)b_{n+1} - (n+2)b_n = 2n$, demuestre que:

$$B'(x) = \frac{2x}{(1-x)^3} + \frac{2}{1-x} B(x), \quad (1)$$

donde $B'(x)$ denota la derivada de $B(x)$. Luego, con ayuda de *Mathematica*[®] solucione la anterior ecuación diferencial, tenga en cuenta el valor inicial.

R/

b) Utilice la expresión obtenida en el punto anterior y deduzca que

$$b_n = 2(n+1)H_n - 4n, \quad n \geq 1, \quad (2)$$

donde H_n es el n -ésimo número armónico. En este ejercicio puede utilizar el hecho que la función generatriz de los números armónicos es

$$\sum_{n \geq 0} H_n x^n = \frac{1}{1-x} \ln \frac{1}{1-x}. \quad (3)$$

Observe que esto se puede verificar con ayuda de *Mathematica*[®].

R/