Definition (Intersection of DPIs). Given two DPIs with same functionality and resources $\mathbf{d} = \langle \mathbf{F}, \mathbf{R}, \mathbf{I}_1, \mathsf{prov}_1, \mathsf{req}_1 \rangle$ and $\mathbf{e} = \langle \mathbf{F}, \mathbf{R}, \mathbf{I}_2, \mathsf{prov}_2, \mathsf{req}_2 \rangle$, define their intersection as

$$\mathbf{d} \sqcap \mathbf{e} := \langle \mathbf{F}, \mathbf{R}, \mathbf{I}_1 \cap \mathbf{I}_2, \mathsf{prov}, \mathsf{req} \rangle ,$$

where

$$\mathsf{prov} \quad : \quad i \mapsto \begin{cases} \mathsf{prov}_1(i), & \text{if } i \in \mathbf{I}_1 \cap \mathbf{I}_2 \text{ and } \mathsf{prov}_1(i) \preceq \mathsf{prov}_2(i) \\ \mathsf{prov}_2(i), & \text{if } i \in \mathbf{I}_1 \cap \mathbf{I}_2 \text{ and } \mathsf{prov}_2(i) \preceq \mathsf{prov}_1(i) \\ \bot_{\mathbf{F}}, & \text{else.} \end{cases} \tag{0.1}$$

$$\mathsf{req} \quad : \quad i \mapsto \begin{cases} \mathsf{req}_1(i), & \text{if } i \in \mathbf{I}_1 \cap \mathbf{I}_2 \text{ and } \mathsf{req}_1(i) \succeq \mathsf{req}_2(i) \\ \mathsf{req}_2(i), & \text{if } i \in \mathbf{I}_1 \cap \mathbf{I}_2 \text{ and } \mathsf{req}_2(i) \succeq \mathsf{req}_1(i) \\ \top_{\mathbf{R}}, & \text{else.} \end{cases}$$