Definition (Coproduct of DPIs). Given two DPIs with same functionality and resources $\mathbf{d} = \langle \mathbf{F}, \mathbf{R}, \mathbf{I}_1, \mathsf{prov}_1, \mathsf{req}_1 \rangle$ and $\mathbf{e} = \langle \mathbf{F}, \mathbf{R}, \mathbf{I}_2, \mathsf{prov}_2, \mathsf{req}_2 \rangle$, define their co-product as

$$\mathbf{d} \sqcup \mathbf{e} := \langle \mathbf{F}, \mathbf{R}, \mathbf{I}_1 \sqcup \mathbf{I}_2, \mathsf{prov}, \mathsf{req} \rangle,$$

where

$$\mathsf{prov} \quad : \quad i \mapsto \begin{cases} \mathsf{prov}_1(i), & \text{if } i \in \mathbf{I}_1, \\ \mathsf{prov}_2(i), & \text{if } i \in \mathbf{I}_2, \end{cases} \tag{0.1}$$

$$\mathsf{req} \quad : \quad i \mapsto \begin{cases} \mathsf{req}_1(i), & \text{if } i \in \mathbf{I}_1, \\ \mathsf{req}_2(i), & \text{if } i \in \mathbf{I}_2. \end{cases}$$