

$$\{r\} \geq_{AR} h_{f_1}(r) \cap \uparrow r.$$