Révisions

Exercices

Exercice 1.

Calculez.

1.
$$2((4+6)-(5-4))$$

3.
$$10(2(7+3)-3(13-8))$$

5.
$$\frac{1}{3} - \frac{1}{2}$$

7.
$$\frac{2}{3} \times \frac{6}{5}$$

9.
$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$$

11.
$$\frac{2}{3} \left(\frac{6}{5} - \frac{3}{10} \right)$$

13.
$$\frac{\frac{2}{3}}{2}$$

15.
$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{6}{5}}$$

17.
$$\frac{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8}\right)}{\frac{1}{8}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)}$$

2.
$$2(4+6) - (5-4)$$

4.
$$12(3+2) - 2(3(1+2) - 2(1+3))$$

6.
$$\frac{2}{7} + \frac{1}{3}$$

8.
$$\frac{-5}{2} \times \frac{21}{35}$$

10.
$$\frac{-5}{13} \times \frac{7}{11} \times \frac{-1}{35} \times \frac{11}{2}$$

12.
$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{7}\right)$$

14.
$$\frac{12}{\frac{4}{5}}$$

16.
$$\frac{\frac{-5}{2}}{\frac{-15}{7}}$$

18.
$$\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{2}{5} - \frac{2}{3}\right) + \frac{1}{4}}{\frac{3}{5} - \frac{1}{15}}$$

Exercice 2.

Calculez.

1.
$$10^3 10^4$$

3.
$$10(7-5)^4-10^2$$

5.
$$(2^3)^2$$

7.
$$7^{-1}$$

2.
$$2^4 2^7$$

4.
$$(12-7)^2(3+2)^2$$

6.
$$(10^3)^3$$

9.
$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$$

$$10. \left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$$

11.
$$\frac{1}{2^{-5}}$$

12.
$$2^{-3}$$
 2^{5}

13.
$$3^2 3^{-3}$$

14.
$$10^9 10^{-11}$$

15.
$$\frac{2^6}{2^4}$$

16.
$$\frac{2^3}{2^7}$$

17.
$$\left(\frac{3^5}{3^6}\right)^2$$

18.
$$\left(\frac{10^3}{10^{-1}}\right)^{-2}$$

19.
$$\frac{0.0110^5}{10^{-2}10^3}$$

20.
$$\left(\frac{3^3}{3^5}\right)^2 3^5$$

Exercice 3.

Complétez le tableau suivant en calculant les racines carrées quand cela est possible. Indiquez une croix dans les cases où le calcul n'est pas possible dans \mathbb{R} .

a	b	\sqrt{a}	\sqrt{b}	\sqrt{ab}	$\sqrt{a}\sqrt{b}$	$\sqrt{rac{a}{b}}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
4	9						
4	-9						
-4	9						
-4	-9						

Exercice 4.

Calculez.

1.
$$\sqrt{5^2}$$

2.
$$\sqrt{3^4}$$

3.
$$(\sqrt{169})^2$$

4.
$$(\sqrt{4})^6$$

5.
$$(9^2)^{1/2}$$

6.
$$(5^6)^{1/2}$$

7.
$$\left(36^{1/2}\right)^2$$

9.
$$\frac{2^2 \sqrt{64}}{2^5 2^{-4}}$$

11.
$$\sqrt{\frac{(-3)^{-1}}{(-3)^{-5} 3^3}}$$

8.
$$\left(10^{1/2}\right)^8$$

$$10.\sqrt{\frac{2^{-3}}{2^{-7} 2^4}}$$

12.
$$\left(\frac{(-5)^3 (-5)^{-10}}{(-5)^{-5}}\right)^{1/2}$$

Remarques : Afin de pouvoir étendre les propriétés des puissances entière

$$a^r a^q = a^{r+q}$$

et

$$(a^r)^q = a^{rq}$$

aux calculs faisant intervenir des racines carrées, on pose

$$\sqrt{a} = a^{1/2},$$

où a est un nombre positif.

Exercice 5.

Evaluez les polynômes suivant en x=2

1.
$$P_1(x) = 3x^2 - 2x + 1$$

3.
$$P_3(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

2.
$$P_2(x) = x^4 - 9$$

4.
$$P_4(x) = x^6 - x^4 + x^2 - 2$$

Exercice 6.

Factorisez au maximum les expressions suivantes en utilisant la mise en évidence, les groupements et les produits remarquables.

1.
$$4x^2 - 9$$

3.
$$t^5 - 4t$$

5.
$$x^3 + 2x^2 + x + 2$$

2.
$$b^3 - 6b^2 + 9b$$

4.
$$4a^2 + 4ab + b^2$$

6.
$$x^3 + x^2 - 4x - 4$$

Exercice 7.

Établissez les conditions d'existence (CE) des fractions rationnelles suivantes, réduisez-les au même dénominateur et simplifiez-les au maximum.

1.
$$\frac{b^2 - 6b + 9}{b - 3}$$

3.
$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}$$

5.
$$\frac{1}{1-y^2} - \frac{1}{1-2y+y^2}$$

2.
$$\frac{t+2}{t^3-4t}$$

4.
$$\frac{2a}{a^2-4} - \frac{a}{a-2}$$

6.
$$\left(\frac{x^2}{4} - \frac{4}{x^2}\right) \left(\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2}\right)$$

Solutions

Solution 1.

1.
$$2((4+6)-(5-4))=18$$

3.
$$10(2(7+3) - 3(13-8)) = 50$$

5.
$$\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{-1}{6}$$

7.
$$\frac{2}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{4}{5}$$

5.
$$\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{-1}{6}$$
7. $\frac{2}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{4}{5}$
9. $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{2}{5}$

$$11.\frac{2}{3}\left(\frac{6}{5} - \frac{3}{10}\right) = \frac{3}{5}$$

13.
$$\frac{\frac{2}{3}}{2} = \frac{1}{3}$$

15.
$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{6}{5}} = \frac{5}{9}$$

17.
$$\frac{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8}\right)}{\frac{1}{8}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)} = 5$$

Solution 2.

1.
$$10^3 \, 10^4 = 10\,000\,000$$

3.
$$10(7-5)^4 - 10^2 = 60$$

5.
$$(2^3)^2 = 64$$

7.
$$7^{-1} = \frac{1}{7}$$

9.
$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3$$

11.
$$\frac{1}{2^{-5}} = 32$$

13.
$$3^2 3^{-3} = \frac{1}{3}$$

15.
$$\frac{2^6}{2^4} = 4$$

17.
$$\left(\frac{3^5}{3^6}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

19.
$$\frac{0.0110^5}{10^{-2}10^3} = 100$$

2.
$$2(4+6)-(5-4)=19$$

4.
$$12(3+2) - 2(3(1+2) - 2(1+3)) = 58$$

6.
$$\frac{2}{7} + \frac{1}{3} = \frac{13}{21}$$

8.
$$\frac{-5}{2} \times \frac{21}{35} = \frac{-3}{2}$$

10.
$$\frac{-5}{13} \times \frac{7}{11} \times \frac{-1}{35} \times \frac{11}{2} = \frac{1}{26}$$

12.
$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{7}\right) = \frac{5}{24}$$

14.
$$\frac{12}{\frac{4}{5}} = 15$$

$$16. \ \frac{\frac{-5}{2}}{\frac{-15}{7}} = \frac{7}{6}$$

18.
$$\frac{\frac{1}{2}(\frac{2}{5} - \frac{2}{3}) + \frac{1}{4}}{\frac{3}{5} - \frac{1}{15}} = \frac{7}{32}$$

2.
$$2^4 2^7 = 2048$$

4.
$$(12-7)^2(3+2)^2=625$$

6.
$$(10^3)^3 = 10000000000$$

8.
$$2^{-3} = \frac{1}{8}$$

10.
$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-3} = 64$$

12.
$$2^{-3} 2^5 = 4$$

14.
$$10^9 \, 10^{-11} = 0.01$$

$$16. \, \frac{2^3}{2^7} = \frac{1}{16}$$

18.
$$\left(\frac{10^3}{10^{-1}}\right)^{-2} = 0,000\,000\,01$$

20.
$$\left(\frac{3^3}{3^5}\right)^2 3^5 = 3$$

Solution 3.

a	b	\sqrt{a}	\sqrt{b}	\sqrt{ab}	$\sqrt{a}\sqrt{b}$	$\sqrt{\frac{a}{b}}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
4	9	2	3	6	6	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$
4	-9	2	×	×	×	×	×
-4	9	×	3	×	×	×	×
-4	-9	×	×	6	×	$\frac{2}{3}$	×

Solution 4.

1.
$$\sqrt{5^2} = 5$$

3.
$$\left(\sqrt{169}\right)^2 = 169$$

5.
$$(9^2)^{1/2} = 9$$

7.
$$\left(36^{1/2}\right)^2 = 36$$

9.
$$\frac{2^2\sqrt{64}}{2^5 2^{-4}} = 16$$

11.
$$\sqrt{\frac{(-3)^{-1}}{(-3)^{-5}3^3}} = \sqrt{3}$$

2.
$$\sqrt{3^4} = 9$$

4.
$$\left(\sqrt{4}\right)^6 = 64$$

6.
$$(5^6)^{1/2} = 125$$

8.
$$\left(10^{1/2}\right)^8 = 10\,000$$

10.
$$\sqrt{\frac{2^{-3}}{2^{-7}2^4}} = 1$$

12.
$$\left(\frac{(-5)^3 (-5)^{-10}}{(-5)^{-5}}\right)^{1/2} = \frac{1}{5}$$

Solution 5.

1.
$$P_1(2) = 9$$

3.
$$P_3(2) = 27$$

2.
$$P_2(2) = 7$$

4.
$$P_4(2) = 114$$

Solution 6.

1.
$$4x^2 - 9 = (2x+3)(2x-3)$$

3.
$$t^5 - 4t = t(t^2 + 2)(t + 2\sqrt{2})(t - \sqrt{2})$$

5.
$$x^3 + 2x^2 + x + 2 = (x+2)(x^2+1)$$

2.
$$b^3 - 6b^2 + 9b = b(b-3)^2$$

4.
$$4a^2 + 4ab + b^2 = (2a + b)^2$$

6.
$$x^3 + x^2 - 4x - 4 = (x+2)(x-2)(x+1)$$

Solution 7.

1. CE:
$$b \neq \{3\}$$

$$\frac{b^2 - 6b + 9}{b - 3} = b + 3$$

3. CE:
$$x \neq \{-1, 1\}$$

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = \frac{2x}{x^2 - 1}$$

5.
$$CE: y \neq \{-1, 1\}$$

$$\frac{1}{1 - y^2} - \frac{1}{1 - 2y + y^2} = \frac{-2y}{(1 + y)(1 - y)^2}$$

2.
$$CE: t \neq \{-2, 0, 2\}$$

$$\frac{t+2}{t^3-4t} = \frac{1}{t(t-2)}$$

4. CE:
$$a \neq \{-2, 2\}$$

$$\frac{2a}{a^2 - 4} - \frac{a}{a - 2} = \frac{-a^2}{(a + 2)(a - 2)}$$

6. CE:
$$x \neq \{-2, 0, 2\}$$

$$\left(\frac{x^2}{4} - \frac{4}{x^2}\right) \left(\frac{1}{x - 2} + \frac{1}{x + 2}\right) = \frac{x^2 + 4}{2x}$$