

# El Modelo de Valoración de los Activos Financieros (Capital Asset Pricing Model)

## Unidad 3

**Alfonso Chang Medina**

achangm@uni.edu.pe

**Universidad Nacional de Ingeniería**  
Facultad de Ingeniería Económica y CC.SS.  
**Finanzas Corporativas II**

FEF61L



# Contenido

- 1 Evolución histórica de la Teoría de Portafolio al CAPM
- 2 La Línea del Mercado de Valores (LMV)
  - Preliminares
- 3 La Teoría de Portafolio y la transición al CAPM
- 4 El Modelo del CAPM y el Costo del Capital del Inversionista
- 5 Aplicabilidad del CAPM en el Perú y el Riesgo País
- 6 Estudio de Caso



## Evolución de la Teoría de Portafolio al CAPM



# Línea temporal

## Teoría de Portafolio



### Markowitz (1952)

- Teoría de Portafolio
- Carteras eficientes.
- El riesgo que se recompensa es el riesgo sistemático.
- Premio Nobel 1990

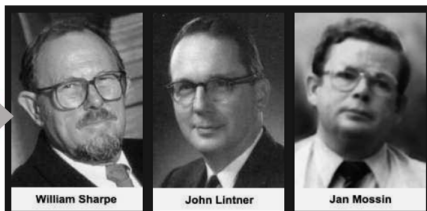
## La Línea de Mercado de Capitales



### Tobin (1956)

- Línea Mercado de Capitales.
- Cartera de mercado.
- Teorema de separación.
- Premio Nobel 1981

## La Línea de Mercado de Valores y el Capital Asset Pricing Model (CAPM)



### Sharpe (1964)

- CAPM
- $\beta$  mide el riesgo sistemático de un activo.
- Existe una relación lineal entre riesgo/rentabilidad.
- Premio Nobel 1995

### Lintner (1965)

- The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets (1965);
- Security Prices, Risk and Maximal Gains from Diversification (1965).

### Mossin (1966)

- Equilibrium in a Capital Asset Market (1966).



## La Línea del Mercado de Valores (LMV)



# Preliminares

- El modelo CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) es una de las innovaciones financieras más importantes del Siglo XX (la otra es el *Option Pricing Theory*).
- Surge de la fusión de la Teoría de Portafolio (Markowitz (1952) con la Teoría de la Utilidad de la microeconomía moderna (curvas de indiferencia), junto con el comportamiento estadístico de los precios de activos.
- La formulación del CAPM define el equilibrio general del mercado de acciones.
- El CAPM tiene dos implicaciones fuertes:
  - **CML - Capital Market Line.**
  - **SML - Security Market Line.**



# Preliminares

- **CML - Capital Market Line:** Define los portafolios óptimos individuales para un inversor interesado en la media y la medida de riesgo de su portafolio óptimo.
- **SML - Security Market Line:** Define la relación riesgo-rendimiento para cada activo individual, donde la medida de riesgo deja de ser la desviación estándar del activo y pasa a ser el Beta del activo respecto del mercado.

Es útil diferenciar entre el caso en el que existe un activo libre de riesgo y el caso en el que no existe un activo libre de riesgo.



## Caso 1: Existe un activo libre de riesgo

Si existe un activo libre de riesgo donde sea posible prestar (invertir) o pedir prestado (endeudarse), entonces se comienza a gestar el Modelo CAPM con los trabajos de Sharpe, William (1964); Lintner, John (1965) y Mossin, Jan (1966).

### *The Journal of FINANCE*

VOL. XIX

SEPTEMBER 1964

No. 3

#### CAPITAL ASSET PRICES: A THEORY OF MARKET EQUILIBRIUM UNDER CONDITIONS OF RISK\*

WILLIAM F. SHARPE†

##### I. INTRODUCTION

ONE OF THE PROBLEMS which has plagued those attempting to predict the behavior of capital markets is the absence of a body of positive micro-economic theory dealing with conditions of risk. Although many useful insights can be obtained from the traditional models of investment under conditions of certainty, the pervasive influence of risk in financial transactions has forced those working in this area to adopt models of price behavior which are little more than assertions. A typical classroom ex-





## Caso 1: Existe un activo libre de riesgo

Supongamos que existe un activo libre de riesgo y tiene un rendimiento de  $r_f$ . Podemos diferenciar entre la optimización individual de los inversores y las implicaciones de equilibrio general del CAPM:

- *Optimización Individual:*

Asumiendo que un inversionista optimiza basado en el retorno esperado y desviación estándar del retorno de su portafolio (en jerga financiera, ellos tienen preferencias según *media-varianza*) El CAPM establece que la cartera óptima de cada inversor individual cae en la línea

$E(r_p) = r_f + \sigma_p [E(r_x) - r_f]$ , donde el portafolio  $x$  es un portafolio que maximiza  $\frac{E(r_y) - r_f}{\sigma_y}$  para todas los portafolios factibles  $y$ . Sabemos que  $x$  puede ser calculado como:

$$x = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_N]^t = \frac{S^{-1} (E(r) - r_f)}{\sum S^{-1} (E(r) - r_f)}$$




## Caso 1: Existe un activo libre de riesgo

Donde  $S$  es la matriz de varianzas y covarianzas de los retornos de activos riesgosos y  $E(r) = [E(r_1) \ E(r_2) \ \cdots \ E(r_N)]^t$  es el vector de retornos esperados de los activos.

- *Equilibrio General:*

Si todos los inversores están de acuerdo con los supuestos estadísticos del modelo, la matriz de varianza-covarianza  $S$  y el vector de los rendimientos de activos esperados  $E(r)$ , y si existe un activo libre de riesgo, la línea del mercado de valores define los rendimientos de los activos individuales. (SML):

$$E(r_i) = r_f + \frac{\text{Cov}(r_i, r_M)}{\sigma_M^2} [E(r_M) - r_f]$$

 **Beta**



## Caso 1: Existe un activo libre de riesgo

SML:

$$E(r_i) = r_f + \frac{\text{Cov}(r_i, r_M)}{\sigma_M^2} [E(r_M) - r_f]$$

Donde:  $M$  denota el **portafolio del mercado** (el portafolio ponderado en valor de todos los activos de riesgo). La expresión  $\frac{\text{Cov}(r_i, r_M)}{\sigma_M^2}$  es conocida como *beta* del activo  $i$ :

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(r_i, r_M)}{\sigma_M^2}$$

$\beta > 1$ , el activo en análisis tiene mayor riesgo que el mercado

$\beta = 1$ , el activo en análisis tiene el mismo riesgo que el mercado

$\beta < 1$ , el activo en análisis tiene menor riesgo que el mercado



## Caso 2: **NO** existe un activo libre de riesgo

Si no hay un activo libre de riesgo, entonces las implicancias del CAPM tanto para la optimización individual como para el equilibrio general están definidas por **Modelo Zero-beta de Black (1972)**

*Fischer Black\**

### Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing†

#### INTRODUCTION

Several authors have contributed to the development of a model describing the pricing of capital assets under conditions of market equilibrium.<sup>1</sup> The model states that under certain assumptions the expected return on any capital asset for a single period will satisfy

$$E(\tilde{R}_i) = R_f + \beta_i[E(\tilde{R}_m) - R_f]. \quad (1)$$



## Caso 2: **NO** existe un activo libre de riesgo



- *Optimización Individual:*

En ausencia de un activo libre de riesgo, los portafolios óptimos individuales caerán a lo largo de la frontera eficiente. Esta frontera es la porción inclinada hacia arriba de las combinaciones de retornos esperados y desviaciones estándar creadas por la combinación convexa de cualquiera de dos portafolios de optimización:

$$x = \frac{S^{-1}(E(r) - c_1)}{\sum S^{-1}(E(r) - c_1)}; \quad y = \frac{S^{-1}(E(r) - c_2)}{\sum S^{-1}(E(r) - c_2)}$$

Donde  $c_1$  y  $c_2$  son dos constantes arbitrarias (tasas de interés, específicamente).

- *Equilibrio General:*

En ausencia del activo libre de riesgo, si todos los inversores estuvieran de acuerdo acerca de los supuestos estadísticos del modelo (como la matriz de varianzas y covarianzas  $S$  y ...



## Caso 2: **NO** existe un activo libre de riesgo

... y el vector de retornos esperados de los activos  $E(r)$ , los retornos individuales de un activo en específico estará definida por la *Security Market Line (SML)*

$$E(r_i) = r_z + \frac{\text{Cov}(r_i, r_y)}{\sigma_y^2} [E(r_y) - E(r_z)]$$

Donde  $y$  es cualquier portafolio **eficiente** y  $z$  es un portafolio el cual tiene un covarianza cero con  $y$  (el también llamado *portafolio zero-beta*). El caso de un activo libre de riesgo es obviamente más débil que el caso de un activo libre de riesgo. Si hay un activo libre de riesgo, la versión de equilibrio general del CAPM dice que todos los portafolios están situadas en una sola línea acordada. Si no hay un activo libre de riesgo, todas las carteras óptimas están en la misma frontera; pero en este caso, las versiones beta de activos pueden diferir, ya que hay muchas carteras que cumplen con la ecuación anterior.



# CAPM como una herramienta prescriptiva y descriptiva

- *Herramienta Prescriptiva:* El CAPM mediante el enfoque media-varianza, le indica a un inversionista como elegir su portafolio óptimo. Para encontrar un portafolio óptimo de la forma  $\frac{S^{-1}(E(r)-c_1)}{\sum S^{-1}(E(r)-c_1)}$ , el inversionista puede identificar un portafolio óptimo desde un conjunto de datos.
- *Herramienta Descriptiva:* CAPM da las condiciones bajo las cuales podemos generalizar la estructura de retornos esperados en el mercado. Haya o no activo libre de riesgo, se asume que los inversores están de acuerdo con la estructura estadística de los rendimientos de los activos: la matriz de varianza-covarianza y los rendimientos esperados. Luego, se espera que todas las devoluciones se encuentren en una línea de mercado de seguridad (SML) según las fórmulas establecidas anteriormente.



# Probando el SML

Los test usados para probar la SML, parte con los datos de retornos de un conjunto de activos riesgosos. Los pasos pueden resumirse a los siguientes:

## Regresión de Primer Paso:

### 1 Determinar un candidato para **portafolio de mercado M:**

Utilizaremos el índice Standard & Poor's 500 Index (S&P 500) como candidato para M. Este es un paso crítico, el portafolio de mercado "verdadero", deberá de tener todos los activos riesgosos del mercado en proporción a su valor. Es claramente imposible calcular este portafolio teórico de mercado y por lo tanto debemos conformarnos con un sustituto.

### 2 Cálculo de $\beta$ para cada activo riesgoso: $\beta_i = \frac{Cov(r_i, r_M)}{\sigma_M^2}$





# Probando el SML

## Regresión de Segundo Paso:

- 1 **Regresión de retornos promedio de los activos con sus respectivos betas:**  $\bar{r}_i = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_i$

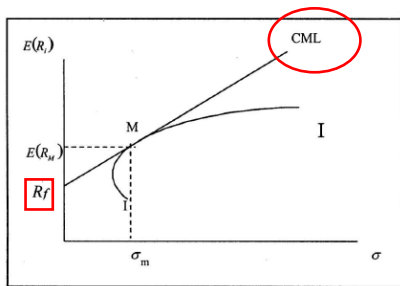
Si el CAPM en su formato descriptivo es válido, entonces la regresión de segundo paso debería ser el SML.



## Relación entre el CML y la SML



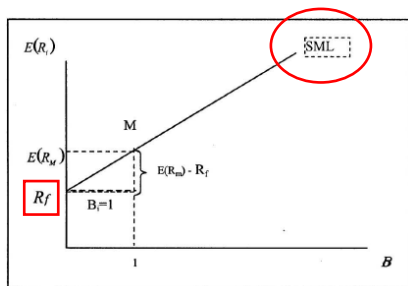
# Relación entre el CML y la SML



(a) Markowitz (1952) y Tobin (1956).

La pendiente es el **Ratio de Sharpe**

$$m = \frac{E(R_m) - r_f}{\sigma_m}$$



(b) Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966).

La pendiente es el **coeficiente Beta**

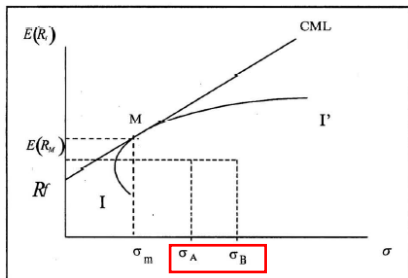
$$m = \frac{\text{Cov}(R_i, R_m)}{\text{Var} R_m} \rightsquigarrow m = \rho(R_i, R_m) \times \frac{\sigma_{R_i} \times \sigma_{R_m}}{\sigma_{R_m}^2}$$

**Figure:** La CML y la SML. (Fernández, M. (2006), Pg. 14)

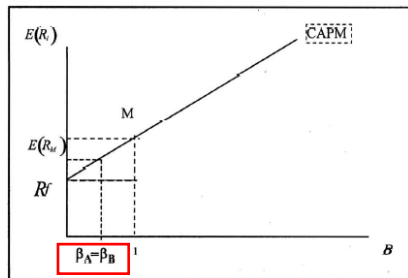


# Activos con distinta volatilidad podrían tener el mismo Beta

Activos en análisis “A” y “B” podrían tener distinto nivel de riesgo (volatilidad) pero el mismo  $\beta$ , con lo cual tener el mismo nivel de rendimiento esperado.



(a) Dos activos con distinto riesgo



(b) Dos activos con similar Beta

Figure: La CML y la SML. (Fernández, M. (2006), Pg. 15)



## El Modelo del CAPM y el Costo del Capital del Inversionista



# El Modelo del CAPM y el Costo del Capital del Inversionista

El Costo del Capital del Inversionista nos ayudará a calcular el costo de oportunidad exigible a una potencial inversión. Está dada por:

Activo  
Hotelerero

$$k_e = r_f + \beta [r_m - r_f] + r_{\text{pais}}$$

En mercados  
emergentes

Dónde, para el caso peruano, se recomienda:

- $r_f$ : Tasa Libre de Riesgo. Promedio aritmético de los retornos de los Bonos del Tesoro Americana a 10 años correspondientes desde 1928 hasta el año en que se este realizando la evaluación del proyecto.
- $r_m$ . Riesgo de Mercado. Promedio aritmético de los rendimientos anuales del índice S&P .500, desde 1928 hasta el año en que se este rea/izando la evaluación del proyecto.



# El Modelo del CAPM y el Costo del Capital del Inversionista

$$k_e = r_f + \beta [r_m - r_f] + r_{pais}$$

Dónde, para el caso peruano, se recomienda:

- $r_{pais}$ : Riesgo País **Embi: Emerging Market Bond Index**

Además, Beta, estaría dado por:

$$\beta = \beta_{N-A} \left( 1 - (1 - t) \frac{D}{E} \right)$$

Dónde:

- $\beta_{N-A}$ : Beta No Apalancado. Se extrae de DAMODARAN, InfoAnalytics, MarketWatch, Investing.Com, y similares. Puede ser el promedio de la industria donde estamos analizando, promedio de un benchmarking de compañías similares, etc.



# El Modelo del CAPM y el Costo del Capital del Inversionista

$$\beta = \beta_{N-A} \left( 1 - (1 - t) \frac{D}{E} \right)$$

Dónde:

- $t$ : Impuestos (generalmente, el Impuesto a la Renta).
- $D/E$ : Ratio Deuda de Largo Plazo(LP)-Capital.





# Supuestos del modelo CAPM

## Supuestos detrás del CAPM

- Los inversionistas tienen las mismas expectativas sobre los retornos futuros de los activos.
- No existen asimetrías de información entre los inversionistas.
- Los activos en la economía son cuantificables.
- Los activos en la economía son perfectamente divisibles.
- La tasa libre de riesgo para inversiones y préstamos es la misma.
- Existe liquidez en la negociación de los activos.
- No existen costos de transacción. Mercado sin fricciones.

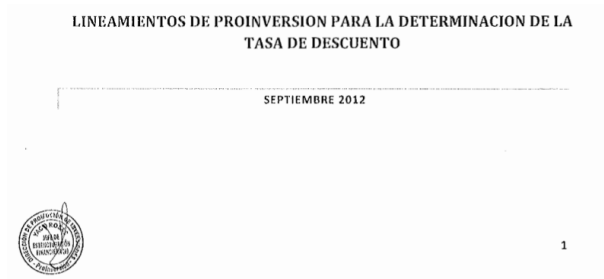


## Aplicabilidad del CAPM en el Perú y el Riesgo País



# Aplicabilidad del CAPM en el Perú y el Riesgo País

En el Perú, la Agencia de Promoción de la Inversión Privada (PROINVERSIÓN) tiene publicado unos lineamientos referentes a este apartado:



# Aplicabilidad del CAPM en el Perú y el Riesgo País

Este lineamiento fue creado para calcular el WACC para proyectos de inversión a ser promocionados por PROINVERSION.

El propósito del lineamiento es calcular Costo Promedio Ponderado de Capital (WACC en inglés), que es un balance entre el costo de recursos prestados (deuda) y costo de recursos propios (patrimonio o del inversionista).

El Costo del Inversionista es calculado según la metodología CAPM. El Modelo de Valoración Activa de Capital (Capital Asset Pricing Model - CAPM) relaciona la prima del rendimiento de un activo sobre la tasa libre de riesgo y la prima del rendimiento de mercado sobre la tasa libre de riesgo y supone lo siguiente:



# Aplicabilidad del CAPM en el Perú y el Riesgo País

## Riesgo País

El riesgo país es todo riesgo inherente a las inversiones y a las financiaciones en un país respecto en contraste con otro.

- Este riesgo influye de manera importante, en la toma de decisiones porque incide en el costo de financiamiento en los mercados internacionales al reflejar la posibilidad de pérdida por eventos económicos, políticos y sociales específicos de cada país.
- Un mayor riesgo-país indica un entorno menos seguro para los inversionistas, por lo que exigirla un rendimiento mayor al que ofrecen otras alternativas relativamente menos riesgosas.



# Aplicabilidad del CAPM en el Perú y el Riesgo País

## Riesgo País - Perú

De acuerdo a recomendaciones de PROINVERSIÓN, se recomienda usar como Riesgo País:

- Se usa la serie Diferencial de Rendimientos del Índice de Bonos de Mercados Emergentes (EMBIG) (Serie: PN01129XM), frecuencia mensual, que se puede descargar del BCRP.
- Si el riesgo país va a ser usado para el cálculo del costo del inversionista (costo de patrimonio), el promedio aritmético de los Índices mensuales *Emerging Markets Bond Index Plus* para los últimos 5 años.
- Si el riesgo país va a ser usado para el cálculo del costo del deuda, el promedio aritmético de los Índices mensuales *Emerging Markets Bond Index Plus* para el último año.



## Estudio de Caso



# The End

