

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Кафедра «Програмна інженерія та інформаційні технології управління»

Лабораторна робота №2  
з предмету «Моделювання систем»

Виконав:

ст. групи КН-34Г

Чепурний А. С.

Перевірила:

ст. в. каф. ПШТУ

Єршова С. І.

Харків 2018

# РОЗРОБКА ВИМОГ ЩОДО ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ НЕПЕРЕРВНИХ ДЕТЕРМІНОВАНИХ СИСТЕМ

## Мета роботи

Дослідити особливості моделювання неперервних детермінованих систем та отримати практичні навички моделювання програмних вимог.

## Хід роботи

- 1 Отримати та дослідити неперервний детермінований процес за індивідуальним завданням.
- 2 Проаналізувати модель, визначити цілі моделювання.
- 3 Розробити вимоги до програмного забезпечення.
- 4 Задokumentувати розроблені вимоги, використовуючи UML (за допомогою Requirement diagram).
- 5 Оформити звіт, який повинен містити опис досліджуваного процесу, його модель (диференціальні рівняння та їх вирішення), цілі моделювання, опис програмних вимог та моделі програмних вимог, розроблені за допомогою UML.

## 1 Індивідуальне завдання

Вантаж з масою  $P$  підвішений на вертикальній пружині, довжина якої дорівнює  $l$ . Вантаж злегка відтягнутий донизу і потім відпущений. Знайти закон руху вантажу, нехтуючи масою пружини та опором повітря.

## 2 Аналіз та дослідження моделі

Направимо вісь  $O_x$  вниз по вертикальній прямій, що проходить через точку підвісу вантажу. Початок координат  $O$  виберемо в положенні рівноваги вантажу, тобто в точці, в якій вага вантажу врівноважується силою натягу пружини (рисунок 1).

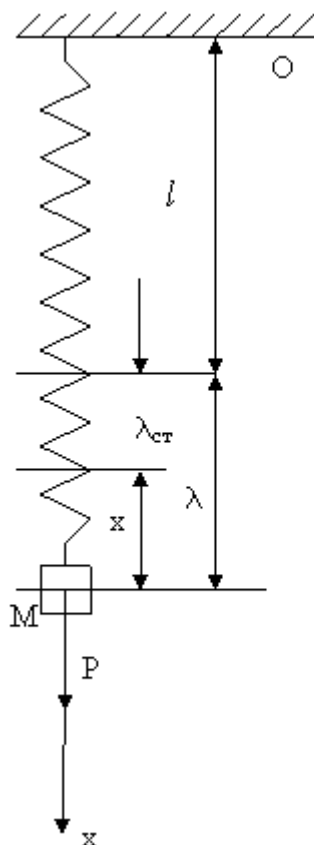


Рисунок 1 — Деформація розтягу пружини

Нехай  $\lambda$  означає подовження пружини в даний момент, а  $\lambda_{ст}$  — статичне подовження, тобто відстань від кінця нерозтягнутої пружини до положення рівноваги. Тоді  $\lambda = \lambda_{ст} + x$  або  $\lambda - \lambda_{ст} = x$ .

Згідно до закону Гука сила натягу пружини пропорційно її подовженню:

$$F_{пр} = -c\lambda$$

де  $c$  — жорсткість пружини.

$$F_p = F_{\text{пр}} + F_{\text{тяг}},$$

$$F_{\text{тяг}} = P,$$

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2},$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_{\text{пр}} + F_{\text{тяг}},$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -c\lambda - P.$$

Так як в положенні рівноваги сила рівноваги натягу пружини врівноважується вагою тіла, то  $P = c\lambda_{st}$ . Підставимо в диференціальне рівняння вираз  $P = c\lambda_{st}$  та замінімо  $\lambda - \lambda_{st}$  через  $x$ :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + k^2 x = 0.$$

де  $k^2 = \frac{c}{m}$

Отримане рівняння визначає так звані вільні коливання вантажу. Воно називається рівнянням гармонічного осцилятора. Це лінійне диференціальне рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами. Його характеристичне рівняння  $r^2 + k^2 = 0$  має уявні корені  $r = \pm ik$ . Загальне рішення:

$$x = C_1 \cos kt + C_2 \sin kt.$$

Для з'ясування фізичного сенсу рішення зручніше привести його до іншої форми, помноживши та поділивши на  $\sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ :

$$x = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} \cdot \left( \frac{C_1}{\sqrt{C_1^2 + C_2^2}} \cos kt + \frac{C_2}{\sqrt{C_1^2 + C_2^2}} \sin kt \right).$$

Якщо покласти, що

$$\sqrt{C_1^2 + C_2^2} = A,$$

$$\frac{C_1}{\sqrt{C_1^2 + C_2^2}} = \sin \alpha,$$

$$\frac{C_2}{\sqrt{C_1^2 + C_2^2}} = \cos \alpha,$$

тоді

$$x = A \cdot (\sin \alpha \cdot \cos kt + \cos \alpha \cdot \sin kt) = A \cdot \sin(kt + \alpha),$$

де  $A$  — амплітуда коливання;

$kt + \alpha$  — фаза коливання;

$k$  — частота коливання.

Період коливання  $T = 2\pi\sqrt{m/c}$  і частота  $k$  залежать тільки від жорсткості пружини та маси системи:

$$c = \frac{P}{\lambda_{st}} = \frac{mg}{\lambda_{st}},$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\lambda_{st}}{g}}.$$

Швидкість руху вантажу виходить диференціюванням рішення:

$$v = \frac{dx}{dt} = A \cdot \cos(kt + \alpha).$$

### **3 Вимоги до програмного забезпечення**

#### **1 Функціональні вимоги**

Stub

#### **2 Нефункціональні вимоги**

Stub