

Algorytmy Numeryczne – Zadanie 4

Aproksymacja

Andrzej Chorostian
Informatyka 1st. 3r. gr.T1

1. Temat

Mając dane wyniki pomiarów obarczone błędami mamy szansę znaleźć dokładniejszą funkcję opisującą badane zjawisko niż wynikałoby to z interpolacji otrzymanych pomiarów jeśli tylko znamy charakter badanego zjawiska (spodziewamy się konkretnej funkcji je opisującej). Celem zadania jest zbadanie czasów obliczeń funkcji oraz wyznaczenie określających je wielomianów stosując aproksymację średniokwadratową dyskretną.

2. Analiza i specyfikacja

Do napisania programu postanowiłem wykorzystać język C++ korzystając z bibliotek standardowych oraz biblioteki Eigen3, z której wykorzystałem implementację macierzy rzadkich, wektorów oraz algorytmu rozwiązywania układu równań SparseLU. Zaimplementowałem również własną klasę opisującą macierz rzadką, opartą o wektory i mapy. Wszystkie dane przechowywane w macierzach są typu double.

3. Pomiary czasu działania algorytmów

Pomiary czasu alokacji i wypełniania macierzy oraz obliczania algorytmem Gaussa i Gaussa-Seidela na macierzach opartych na tablicach wykonałem dla rozmiarów macierzy 231 - 8646.

Dla Szybszych algorytmów: Gaussa z optymalizacją, SparseLU oraz Gaussa-Seidela na macierzy opartej o wektory i mapy, zmierzyłem dla rozmiarów 231 - 20301.

4. Wyznaczone wielomiany

- Budowanie macierzy opartej o tablicę:

$$0,000000000461631x^2 - 0,00000513472x + 0,00222125$$

- Budowanie macierzy z biblioteki Eigen3:

$$0,000000000622714x^2 - 0,00000337909x + 0,00164563$$

- Budowanie macierzy opartej o wektory i mapy:

$$0,000000000182766x^2 - 0,000000537817x + 0,0000932946$$

- Rozwiązywanie układu metodą Gaussa:

$$0,000000000227663x^3 - 0,000000101424x^2 + 0,000145089x - 0,0634171$$

- Rozwiązywanie układu metodą Gaussa z optymalizacją:

$$0,0000000757414x^2 - 0,000421942x + 0,485917$$

- Rozwiązywanie układu metodą Gaussa-Seidela:

$$0,00000208778x^2 - 0,00301681x + 1,23601$$

- Rozwiązywanie układu metodą SparseLU:

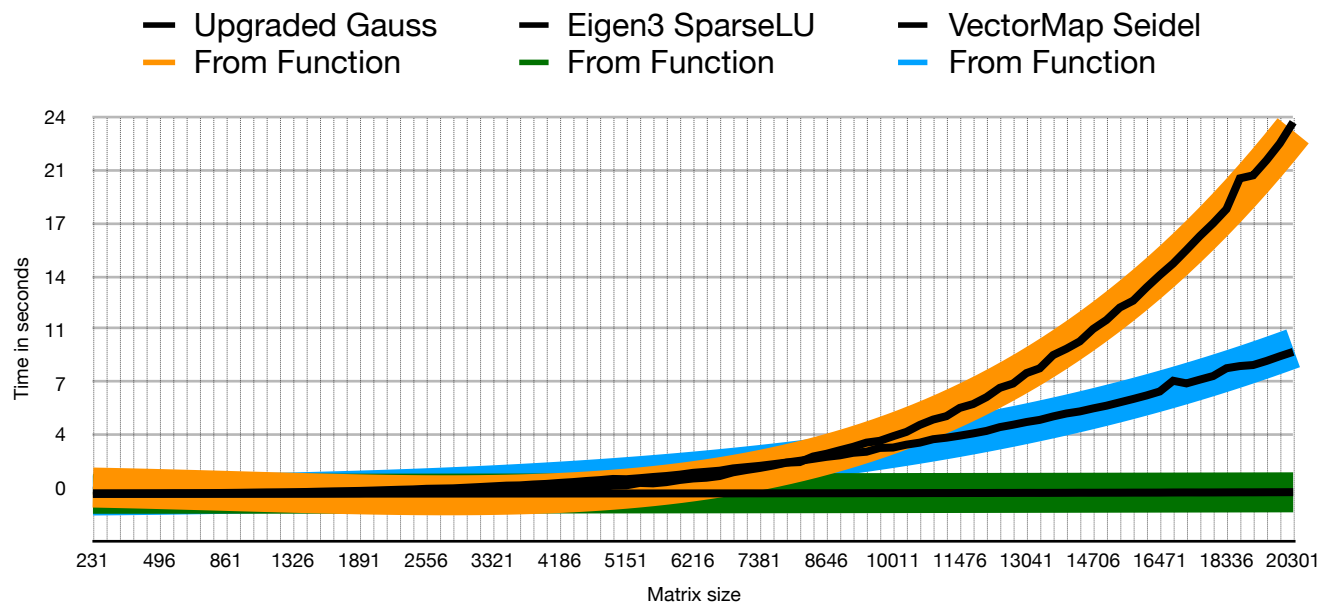
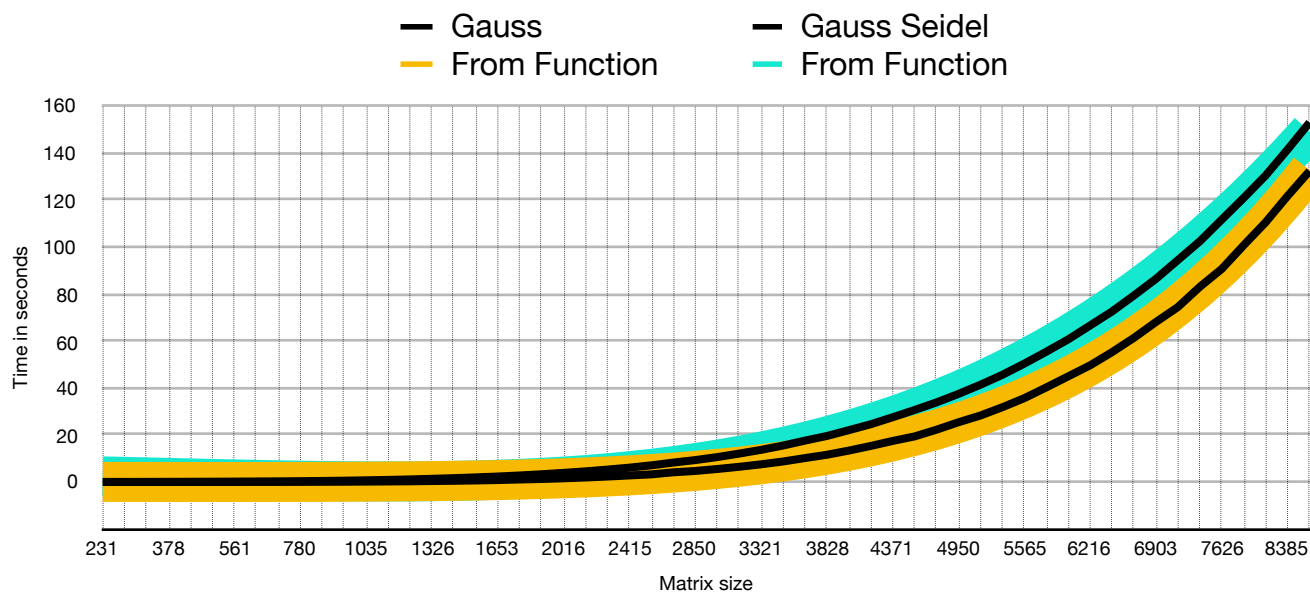
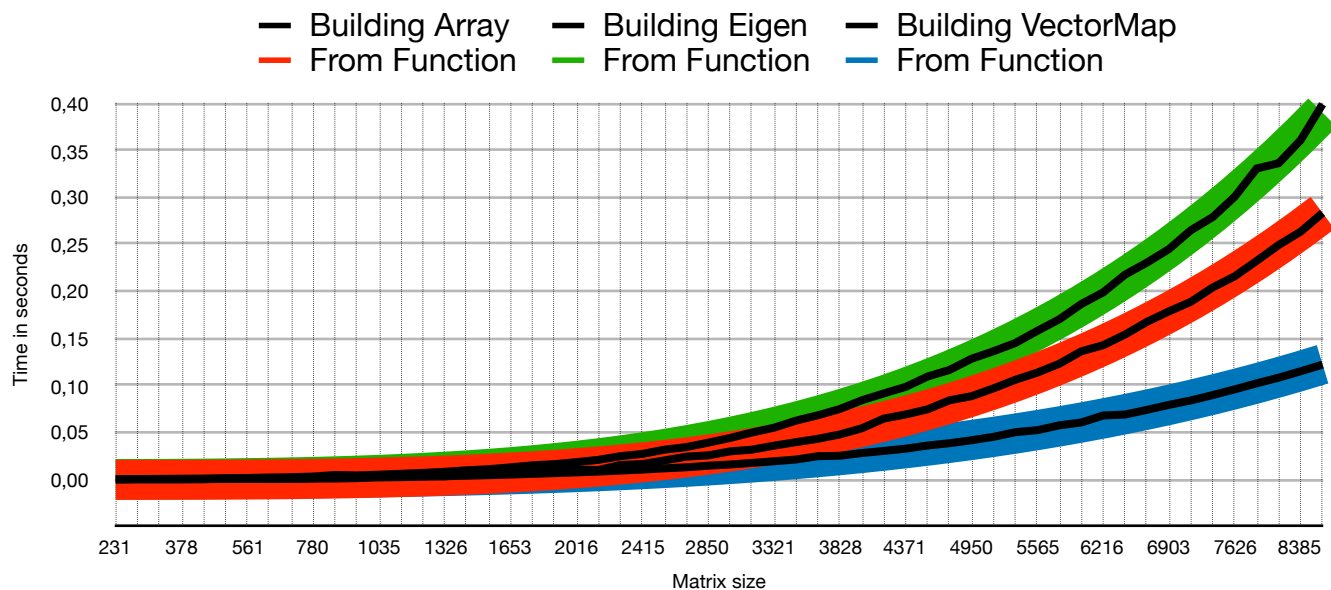
$$0,00000460163x - 0,00609709$$

- Rozwiązywanie układu metodą Gaussa-Seidela na macierzy opartej o Wektory i Mapy:

$$0,0000000151917x^2 + 0,000155492x - 0,150884$$

5. Poprawność rozwiązania

Aby zobrazować poprawność moich obliczeń przedstawiłem je na wykresie. Grubsze linie rysowane są z wyliczonego wzoru, a cienkie czarne linie oznaczają pomiary z programu.



Aby dokładniej określić różnicę pomiędzy wartościami zmierzonymi i obliczonymi ze wzoru, wyznaczyłem średni błąd względny dla każdej z funkcji:

- Budowanie macierzy opartej o tablicę: 47,1413 %
- Budowanie macierzy z biblioteki Eigen3: 10,4957 %
- Budowanie macierzy opartej o wektory i mapy: 6,49932 %
- Rozwiązywanie układu metodą Gaussa: 20,9327 %
- Rozwiązywanie układu metodą Gaussa z optymalizacją: 126,65 %
- Rozwiązywanie układu metodą Gaussa-Seidela: 39,1492 %
- Rozwiązywanie układu metodą SparseLU: 777,027 %
- Rozwiązywanie układu metodą Gaussa-Seidela na macierzy opartej o wektory i mapy: 39,6207 %

6. Ekstrapolacja

Na podstawie powyższych danych wyznaczyłem ile trwałyby obliczenia gdyby rozmiar układu wynosił 246051:

- Budowanie macierzy opartej o tablicę: 242,011 s
- Budowanie macierzy z biblioteki Eigen3: 354,02 s
- Budowanie macierzy opartej o wektory i mapy: 110,781 s
- Rozwiązywanie układu metodą Gaussa: 3385200 s
- Rozwiązywanie układu metodą Gaussa z optymalizacją: 4482,14
- Rozwiązywanie układu metodą Gaussa-Seidela: 125655 s
- Rozwiązywanie układu metodą SparseLU: 1,12614 s
- Rozwiązywanie układu metodą Gaussa-Seidela na macierzy opartej o wektory i mapy: 957,828 s

7. Sprawdzenie ekstrapolacji

Przeprowadziłem doświadczenie polegające na obliczeniu macierzy o wybranym wyżej rozmiarze:

- Rozwiązywanie metodą SparseLU zajęło 3,53381 s.
- Rozwiązywanie metodą Gaussa-Seidela na macierzy opartej o wektory i mapy zajęło 500,785 s.

Nie jest to idealne odwzorowanie, ale pozwala przewidzieć jakiego rzędu będzie to okres czasu.

8. Konfiguracja sprzętowa

Wszystkie testy wykonywałem na komputerze z następującymi podzespołami:

- Procesor: i5 7600k 4x3,8GHz 6MB
- Ram: 16 GB 2400 MHz DDR4lk