

Algorytmy Numeryczne – Zadanie 2

Operacje na macierzach

Andrzej Chorostian
Informatyka 1st. 3r. gr.T1

1. Temat

Zdefiniować klasę parametryzowaną typem MyMatrix reprezentującą macierz nad ciałem liczb rzeczywistych. Zaimplementować algorytm eliminacji Gaussa w wariantach bez wyboru, z częściowym wyborem oraz z pełnym wyborem elementu podstawowego. Wylosować Macierz A i wektor X, wymnożyć je przez siebie (wektor B jako wynik), po czym rozwiązać układ równań $A * X = B$. Wynik porównać z wylosowanym na początku X. Wszystkie testy przeprowadzić używając reprezentacji liczb rzeczywistych typu float, double i własnego bezstratnego typu ułamkowego.

2. Analiza i specyfikacja

Do zrealizowania programu postanowiłem wykorzystać technologię .NET framework pisząc w języku C#.

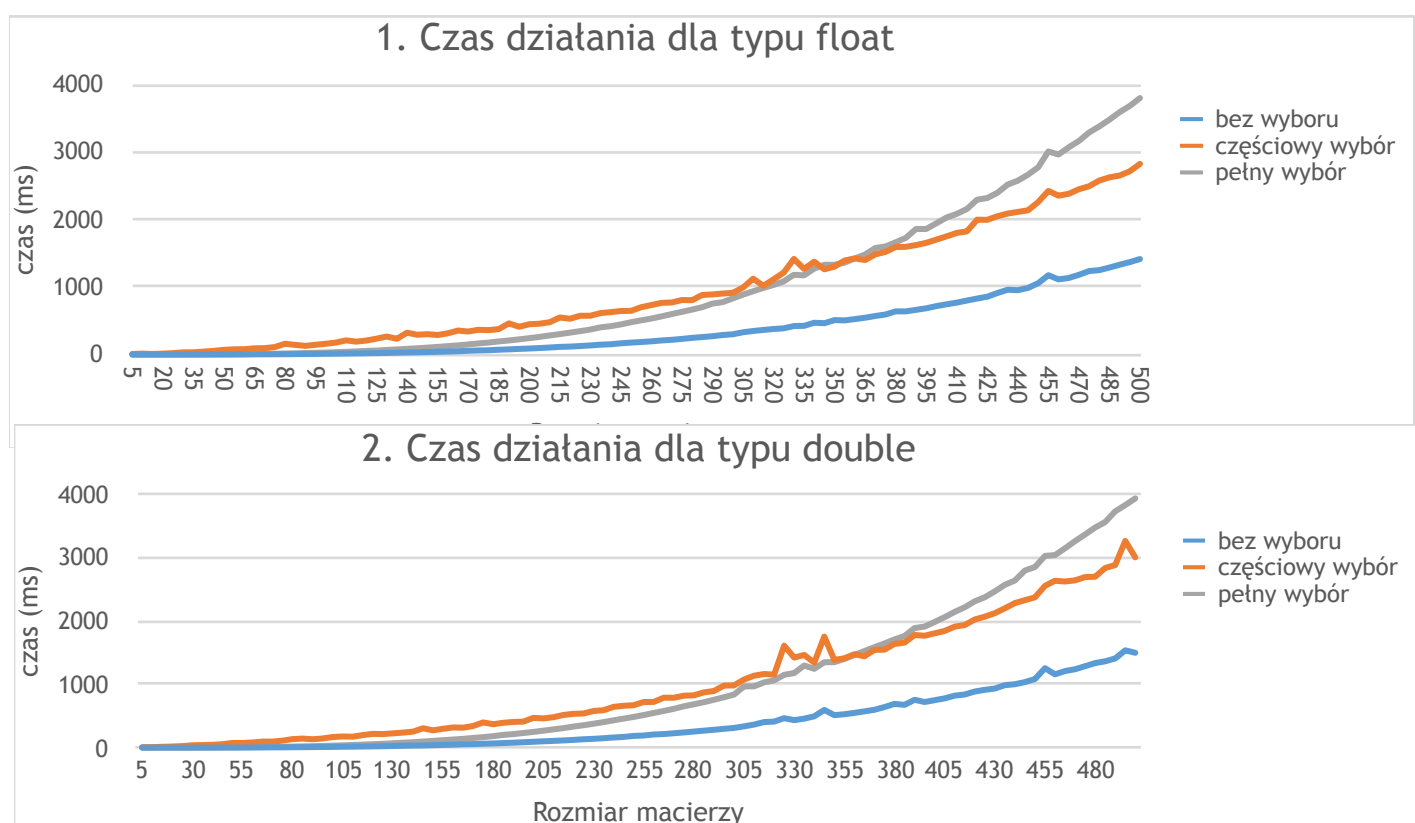
Do projektu dodałem rozszerzenie JonSkeet.MiscUtil pozwalające na proste operacje na typach generycznych. Wszystkie macierze wylosowałem używając jednakowego ziarna „1234”.

3. Poprawność algorytmu

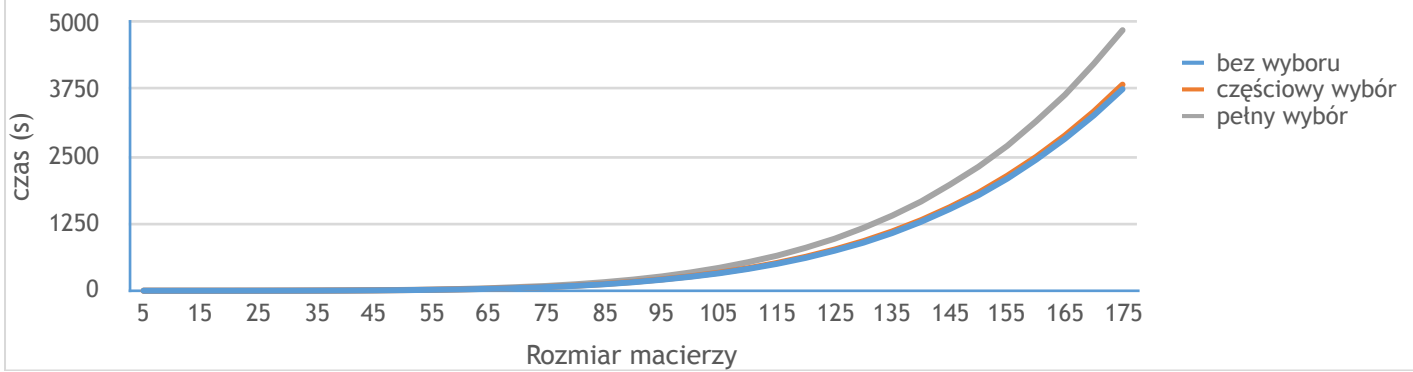
Wstępną poprawność działania napisanych przeze mnie algorytmów sprawdzałem na czterowymiarowej macierzy i odpowiednich wektorach zawierających ustalone liczby. Porównałem kilka takich zestawów obliczonych przeze mnie ręcznie oraz przez komputer, co potwierdziło poprawność napisanych algorytmów.

4. Hipotezy

H1: Dla dowolnego ustalonego rozmiaru macierzy czas działania metody Gaussa w kolejnych wersjach rośnie: Jak widać na zamieszczonych wykresach, oczekiwana kolejność dla typu float i double zostaje spełniona dopiero przy odpowiednio dużych macierzach. Przy ułamkach dzieje się to dużo szybciej.

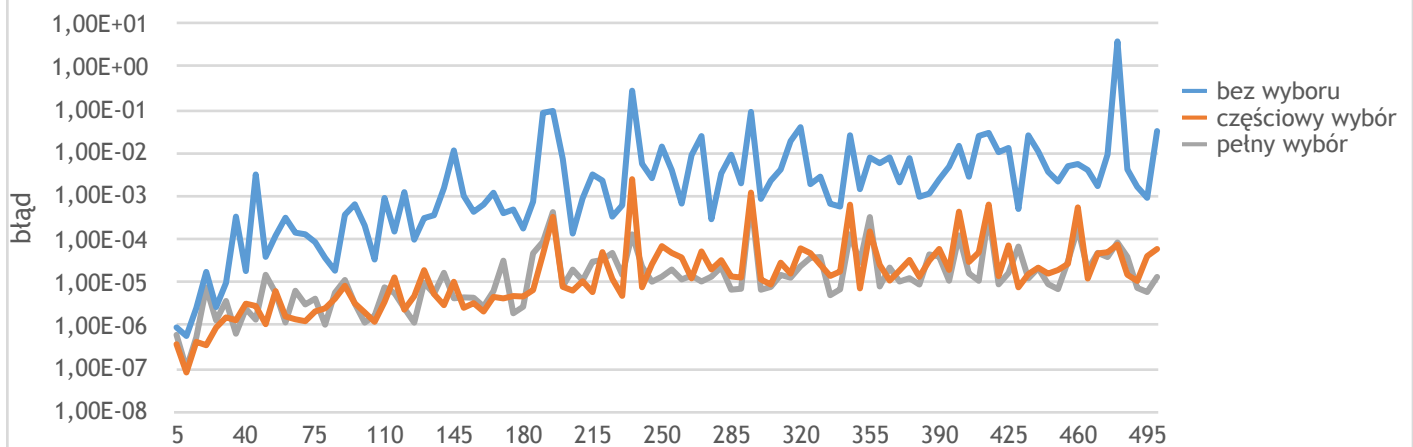


3. Czas działania dla typu Fraction

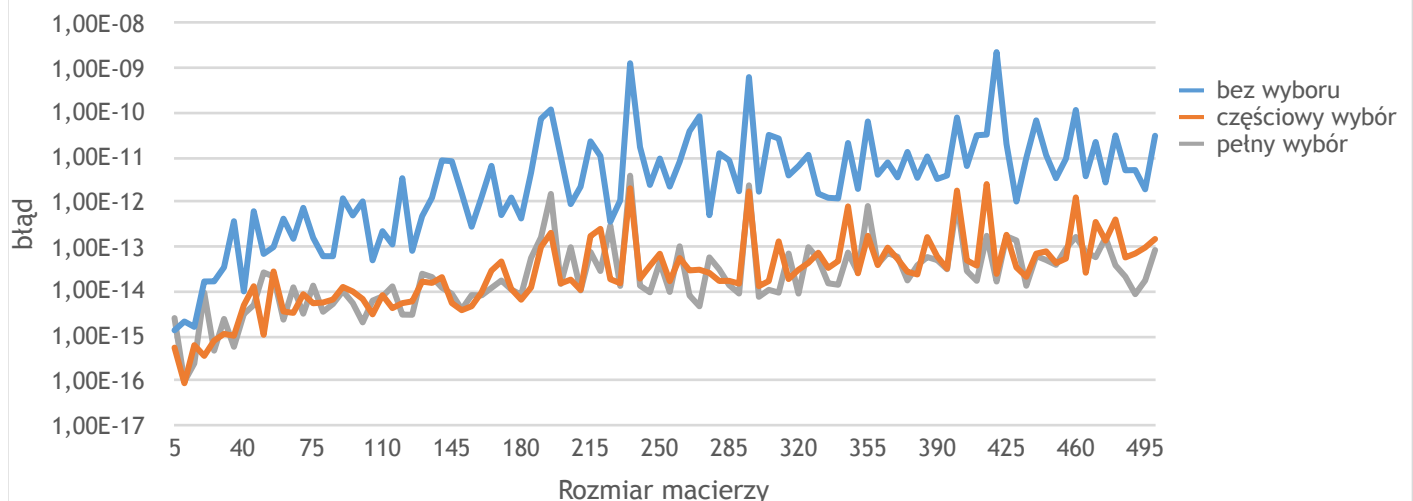


H2: Dla dowolnego ustalonego rozmiaru macierzy błąd uzyskanego wyniku metody Gaussa w kolejnych wersjach maleje: na wykresach dotyczących float'a i double'a widać, że metoda bez wyboru elementu podstawowego generuje największy błąd.

4. Średni błąd wyniku dla typu float



5. Średni błąd wyniku dla typu double



Różnica między częściowym i pełnym wyborem jak widać nie jest jednoznaczna, więc aby to rozstrzygnąć, porównałem który sposób ile razy jest bardziej poprawny od drugiego.

float : pełny wybór 56 razy miał mniejszy błąd, natomiast częściowy 44 razy.

double : pełny wybór 64 razy miał mniejszy błąd, natomiast częściowy 36 razy.

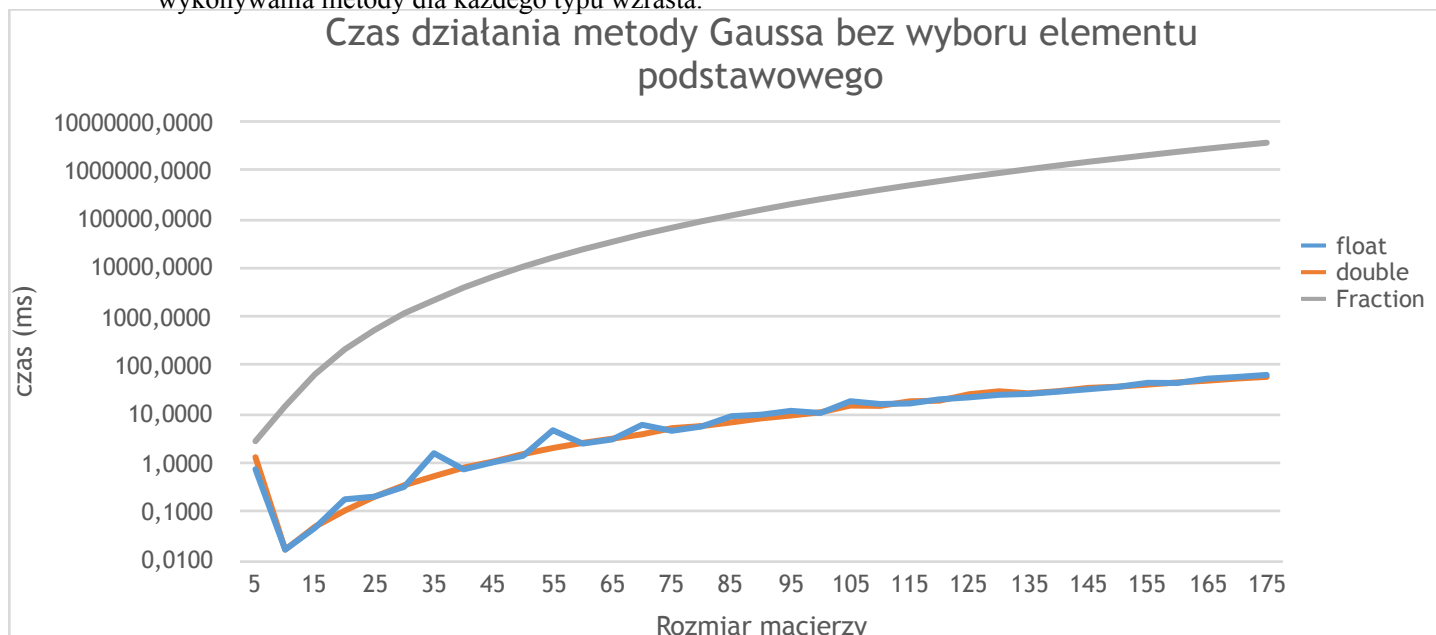
To świadczy o tym, że pełny wybór dostarcza dokładniejsze wyniki.

H3: Użycie własnej arytmetyki na ułamkach zapewnia bezbłędne wyniki niezależnie od wariantu metody Gaussa i rozmiaru macierzy: błąd jest równy zeru, ponieważ ułamki utrzymują dokładność prowadzonych obliczeń poprzez liczenie na dwóch liczbach całkowitych (licznik i mianownik) i nie są stosowane tu zaokrąglenia.

5. Pytania

Q1: Jak zależy dokładność obliczeń (błąd) od rozmiaru macierzy dla dwóch wybranych przez Ciebie wariantów metody Gaussa gdy obliczenia prowadzone są na typie podwójnej precyzji?
Dla wszystkich wariantów metody Gaussa, błąd wzrasta wraz ze wzrostem rozmiaru macierzy, jednak nie dzieje się to w zbyt drastyczny sposób. Sytuacja ta jest ukazana na wykresie nr.5

Q2: Jak przy wybranym przez Ciebie wariancie metody Gaussa zależy czas działania algorytmu od rozmiaru macierzy i różnych typów?
Typ ułamkowy jest najwolniejszy. Między float'em a double'em jest niewielka różnica, ale przy dokładnym porównaniu tych dwóch czasów float jest 19 razy szybszy, a double 16. Wraz ze wzrostem rozmiaru macierzy czas wykonywania metody dla każdego typu wzrasta.



E1: Podaj czasy rozwiązania układu równań uzyskane dla macierzy o rozmiarze 500 dla 9 testowanych wariantów:

- float - 500x500

- bez wyboru elementu podstawowego : 1415,1899 ms
- z częściowym wyborem elementu podstawowego : 2824,6701 ms
- z pełnym wyborem elementu podstawowego : 3799,9311 ms

- double - 500x500

- bez wyboru elementu podstawowego : 1497,3877 ms
- z częściowym wyborem elementu podstawowego : 3002,9963 ms
- z pełnym wyborem elementu podstawowego : 3933,8473 ms

- Fraction - 175x175 (ze względu na zbyt długi czas testów)

- bez wyboru elementu podstawowego : 3755421,4988 ms (około 63 minuty)
- z częściowym wyborem elementu podstawowego : 3839536,513 ms (około 64 minuty)
- z pełnym wyborem elementu podstawowego : 4854071,9684 ms (około 81 minut)

6. Konfiguracja Sprzętowa

Wszystkie testy wykonywałem na komputerze z następującymi podzespołami:

- Procesor: i5 7600k 4x3,8GHz 6MB

- Ram: 16 GB 2400 MHz DDR4