

Analýza a složitost algoritmov

1. Napiš pseudokód pro $ax^2 + bx + c$

$$bx + c = 0 \\ x = -c/b$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

find RealRoots(a; b; c):

if (a = 0):

if (b = 0):

if (c = 0):

return: "Infinitely number of solutions"

else:

return: "The equation has no solution"

else:

calculate $x \rightarrow x = -c/b$

return x

else:

calculate discriminant $D \rightarrow D = b^2 - 4ac$

if (D < 0):

return: "No real roots"

else if (D = 0):

calculate $x \rightarrow x = -b/2a$

return x

else: (D > 0)

calculate x_1, x_2

$$x_1 = (-b + \sqrt{D}) / 2a$$

$$x_2 = (-b - \sqrt{D}) / 2a$$

return x_1, x_2

I. veľkosť vstupu

II. Basic operation

III. Whether the basic operation count can be different for inputs of the same size

a, Súčet n čísel

I. n

II. sčítanie dvoch čísel

III. $n-1$ sčítaní, nebude sa líšiť

b výpočet $n!$

I. $n \rightarrow$ veľkosť n

II. násobenie

III. Nie, $n-1$ násobení

c, finding the largest element in a list of n numbers

I. n

II. Porovnávanie dvoch čísel

III. $n-1$ porovnaní, nebude sa líšiť

d, Euclid's Algorithm $\text{KSD}(a; b); a > b$
I. veľkosť a / veľkosť b / veľkosť $a+b$

II. modulo

III. áno, môže sa líšiť, vzhľadom na vstupné parametre

e, sieve of Eratosthenes \rightarrow nájdí prvočísla \neq zadanej hranici

I. n

II. eliminácia čísel zo zoznamu prvočísel

III. Nie

f. pen-and-pencil algorithm for multiplying two n -digit decimal integers

I. N

II. násobenie čísel

III. Nie, n^2 násobení

(PR) Sčítanie matíc $n \times n$
a, sčítanie dvoch čísel [Basic operation]

b, $M \times n$ matrix

$$M_{2 \times 2} \times N_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

n^2 sčítaní

c, $2n^2$ elementov

b, Násobenie matíc $n \times n$ matrix

a, násobenie

$$n^2 \cdot n = n^3$$

3. Variácia seq

↳ Počet výskytov kľúča
 $O(N)$

Classical seq. scan

↳ Prvý výskyt kľúča
 worst case $O(N)$
 best case $O(1)$

4. 22 rukavíc

5 ě best case : 2

4 ě worst case : 12

2 ě

5. Dokážte vzorec pre počet bitov v binárnej reprezentácii celého kladného čísla

číslo n

bity b

$$b = \lceil \log_2 n \rceil + 1$$

$$2^{b-1} \leq n \leq 2^b - 1$$

↗ Najmenšie číslo s bitmi

↖ Najväčšie

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	10	11	100	101	111	1000	1001	1001

$$b=3 \Rightarrow \min : 2^{3-1} = 4$$

$$\min 2^3 - 1 = 7$$

$$2^{b-1} \leq n < 2^b$$

$$\log 2^{b-1} \leq \log_2 n < \log_2 2^b$$

$$b = \lceil \log_2 (n+1) \rceil$$

$$2^{b-1} \leq n < 2^b$$

$$2^{b-1} < n+1 \leq 2^b$$

$$2^{b-1} < n+1 \leq 2^b \quad / \log$$

$$b-1 < \log_2 (n+1) \leq b$$

$$b-1 = \log_2 n < b$$

$$b-1 = \lfloor \log_2 n \rfloor \Rightarrow b = \lfloor \log_2 n \rfloor + 1$$

$$\overbrace{\lfloor \log_2 (n+1) \rfloor}^{\sim} = b$$