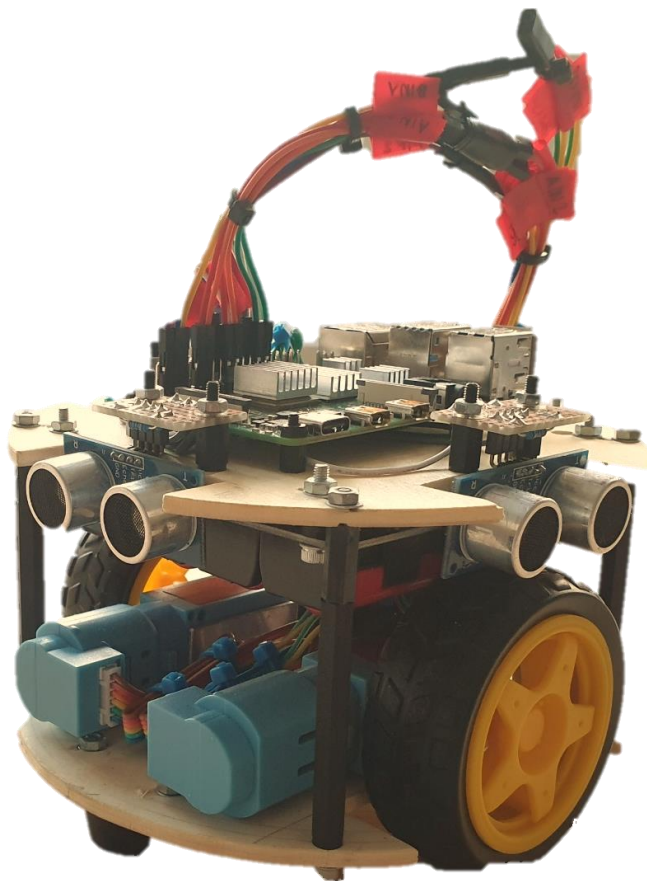


# Abschlussarbeit Statistik

**Thema: Optimierung PID-Regelalgorithmus für einen  
Labyrinth-Löse-Roboter**



Verfasser: Adrian Rosser

Betreuender Dozent: Stefanie Feiler

Fach: Statistik

Studiengang: Mechatronik Trinational

Datum: 18. Dezember 2020

## Inhalt

1	Benötigte Bearbeitungszeit .....	1
2	Fragestellung.....	1
2.1	Faktoren.....	1
2.2	Zielgrößen .....	2
2.3	Auswahl Versuchsplan .....	2
2.4	Störreinflüsse .....	3
3	DoE-Auswertung .....	3
4	Zusammenhänge zwischen den Zielgrößen .....	5
5	Kontrollkarte .....	5
6	Schlussfolgerung .....	7
7	Zusatzfragen.....	8
7.1	Beantwortung der Fragestellung durch KI .....	8
7.2	Wahrscheinlichkeitsberechnung bei «Among Us».....	8
8	Quellenverzeichnis .....	9
9	Abbildungsverzeichnis .....	9
10	Tabellenverzeichnis .....	9

# 1 Benötigte Bearbeitungszeit

Für die Bearbeitung der Arbeitsaufträge musste folgender Zeitaufwand nötig:

Arbeitsauftrag	Arbeitsaufwand [h]
Daten-Erzeugung	3
Analyse	19
PA Dashboard	8
PA Datenanalyse (A3-Report)	6

## 2 Fragestellung

Als Semesterprojekt im 5. Semester des Studiengangs Mechatronik Trinational wird von zwei Studierenden ein autonomer Labyrinth-Löse-Roboter entwickelt. Dieser soll selbstständig das gesamte Labyrinth vom Anfang zum Ende durchfahren und anschliessend auf dem schnellsten Weg zurückkehren.

Damit der Roboter gerade durch die 30cm breiten Labyrinth-Gänge fahren kann, muss die Geschwindigkeit der beiden Räder konstant nachgeregelt werden. Dafür wird beidseitig die Distanz zur Wand gemessen. Mit Hilfe eines PID-Regler-Algorithmus werden anschliessend die Geschwindigkeit der beiden Räder individuell geregelt.

Im Rahmen dieser Arbeit sollen die drei Verstärkungsfaktoren eines PID-Reglers soweit optimiert werden, dass eine möglichst weite Distanz zurücklegen kann und dabei möglichst in der Mitte des Ganges fährt.

### 2.1 Faktoren

Für die zuverlässige Funktion des Regelalgorithmus muss der proportionale, integrale und differentielle Verstärkungsfaktor ( $K_P$ ,  $K_I$ ,  $K_D$ ) im Programm justiert werden. Im Rahmen dieser Arbeit sollen die optimalen Werte für die Verstärkungsfaktoren ermittelt werden.

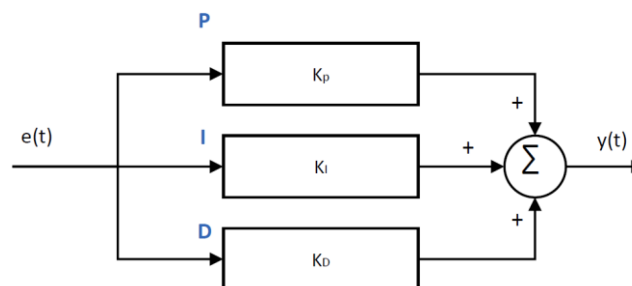


Abbildung 1: Schematische Darstellung eines PID-Reglers

## 2.2 Zielgrößen

Als Zielgrößen für die Optimierung wurde die zurückgelegte Distanz [cm] des Roboters und die absolute, durchschnittliche Spurhaltung [cm] in der Spurmitte gewählt. Dabei soll die Distanz maximal (Sollwert = 180 cm) und die Spurbabweichung minimal (Sollwert = 0 cm) optimiert werden.



Abbildung 2: Fahrergebnisse bei Versuchsbeginn (PID-Regler nicht justiert)

Als Resultat dieser Arbeit wird erwartet, dass dank den ermittelten  $K_P$ -,  $K_I$ -,  $K_D$ -Faktoren eine möglich weitest Distanz zurückgelegt werden kann.

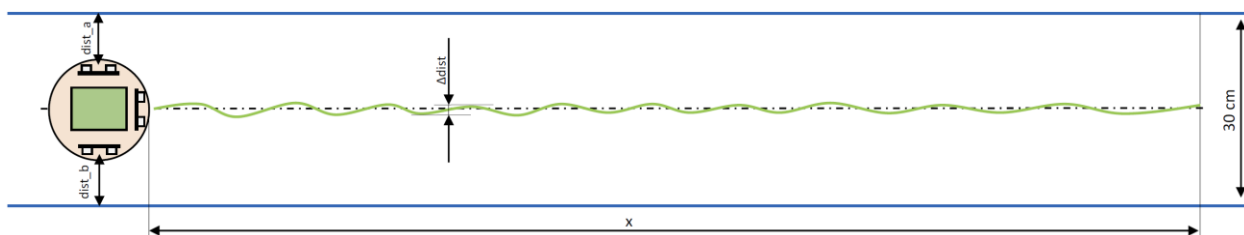


Abbildung 3: Weite Fahrdistanz mit hoher Spurhaltung (PID-Regler justiert)

Als weiterer Faktor zu Beginn eine skalare Zielgröße geplant gewesen. Diese hätte ausgesagt, wie hoch die durchschnittliche Spurhaltung in Prozent war. Null Zentimeter Abweichung von der Mittelachse hätten dabei 100% Spurhaltung entsprochen. Auf die Verwendung dieser Zielgröße wurde jedoch verzichtet, da es sich dabei nur um eine andere Darstellungsweise der durchschnittlichen Spurbabweichung gehandelt hätte und damit keinen informativen Mehrwert hätte erzielt werden können. Zudem war die Festlegung der kritischen Abweichung für das Erreichen von 0% Spurhaltung nicht eindeutig zu definieren.

## 2.3 Auswahl Versuchsplan

Als Versuchsplan wurde der «Volle 3-Niveau-fakt. Plan (Opt.)» gewählt, da mit diesem Plan die meisten Faktorkombinationen versucht werden konnten. Dadurch konnte die Einzel- und Wechselwirkung der Faktoren am umfangreichsten erprobt werden. Bei den übrigen Plänen konnte die Einzelwirkung der Faktoren nicht im gleichen Ausmass erprobt werden. Es handelt sich dabei um einen vollfaktorierten Versuch mit drei Stufen.

## 2.4 Störinflüsse

Im Rahmen der Versuchsplanung wurden folgende möglichen Störinflüsse evaluiert:

- Ungleichmässige Spurbreite der Teststrecke
- Unregelmässige Startposition des Roboters

Um den Einfluss dieser Störinflüsse möglichst zu minimieren wurde eine möglichst präzise Teststrecke entwickelt, welche auf der gesamten Länge eine Spurbreite von 30 ( $\pm 1$ mm) aufweist. Zudem wurde der Startpunkt des Roboters markiert, sodass eine möglichst hohe Wiederholgenauigkeit der Startposition erreicht werden konnte.



Abbildung 4: Teststrecke (Länge: 180cm)

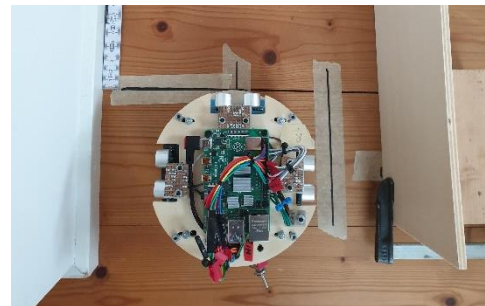


Abbildung 5: Startpositionsmarkierung

## 3 DoE-Auswertung

Die Auswertung hat ergeben, dass für die möglichst weite Distanz ein hoher  $K_P$ -Wert, ein kleiner  $K_I$ -Wert und ein  $K_D$ -Wert von null gewählt werden muss. Dies wird durch die beiden Abbildungen 6 und 7 verdeutlicht.

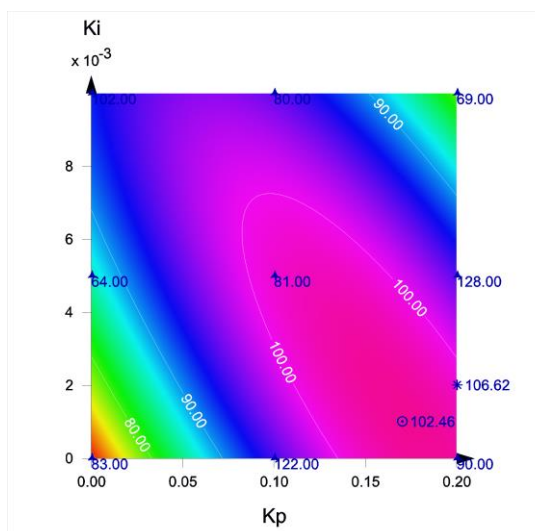


Abbildung 6: 2D-Höhenlinienplott  $K_P$  &  $K_I$

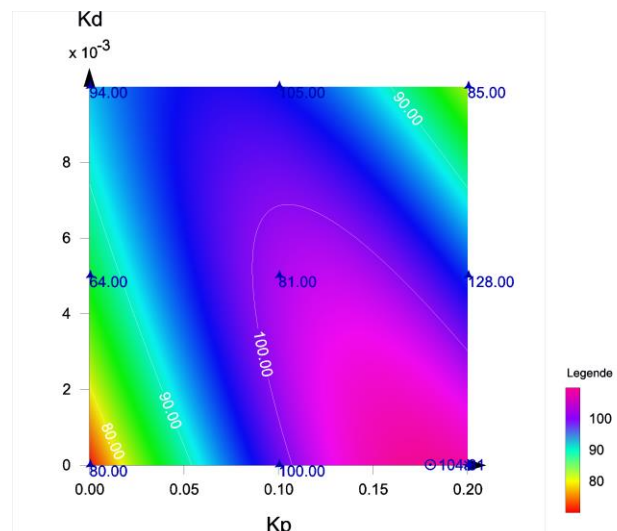


Abbildung 7: 2D-Höhenlinienplott  $K_P$  &  $K_D$

Im rosa eingefärbten Bereich ist die Distanz des Roboters am höchsten. Dieser optimale Bereich erstreckt sich von der Mitte in den rechts unteren Ecken des Plots. Das Sternchen (\*) Kennzeichnet die Position der optimierten Distanz von 106.62 cm.

Die Abbildung 6 und 7 lassen ebenfalls in einem Plot darstellen. Dadurch sind die drei Faktoren auch in einer Grafik ersichtlich.

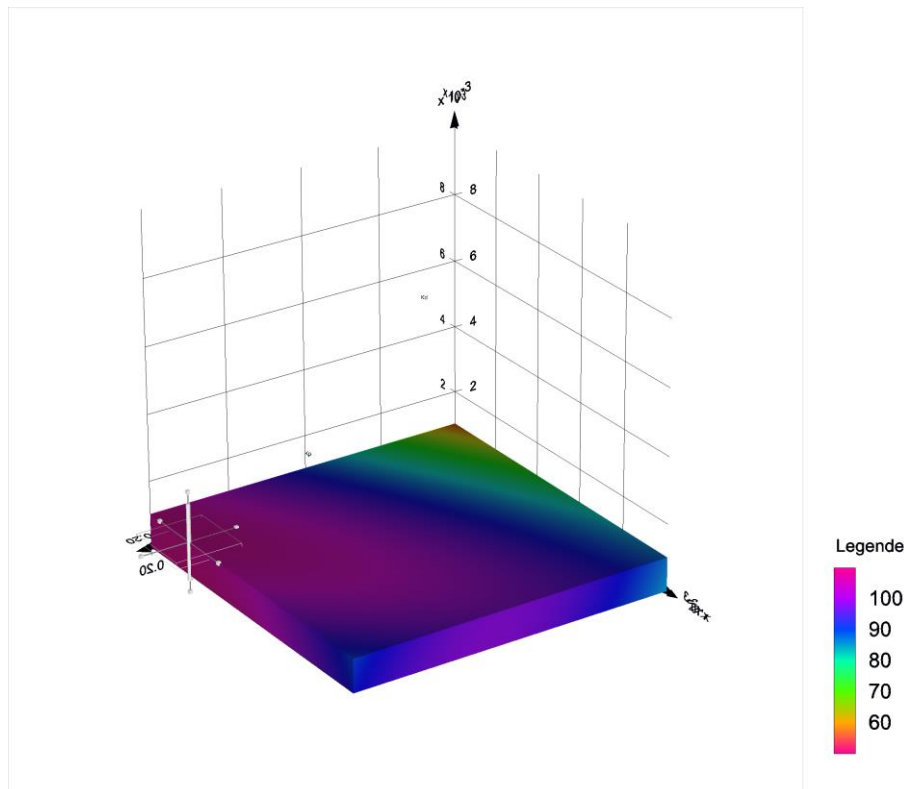


Abbildung 8: 3D-Höhenlinienplott  $K_p$ ,  $K_i$  &  $K_d$  für «maximale Distanz»

Mit STAVEX konnten folgende optimalen Faktorwerte des PID-Reglers ermittelt werden:

Tabelle 1: Ermittelte optimale PID-Einstellungen

	Distanz	Spurhaltung
$K_P$	0.2	0.2
$K_I$	0.002	0.006
$K_D$	0	0.009

Die Modelldiagnose gibt eine schlechte Anpassung der Daten an. Bei einer Anpassungsgüte von  $R^2 = 0.46505$  besteht kein eindeutiger linearer Zusammenhang. Dies bedeutet, dass die Messwerte von Fahrversuchen nur zu 46,5% zum Regressionsmodell passen. Somit können mit dem Modell keine eindeutigen Vorhersagen gemacht werden. Trotzdem dienen die Vorhersagen als wichtige Anhaltspunkte für die weitere Justierung des Roboters.

## 4 Zusammenhänge zwischen den Zielgrößen

Um einen möglichen Zusammenhang der beiden Zielgrößen zu ermitteln wurde deren Korrelation berechnet. Als Resultat wurde ein Korrelationskoeffizient von  $r = 0.15$  erhalten. In der Grafik sind von sämtlichen 27 Messungen die jeweilige «Spurabweichung» und die gefahrene «Distanz», sowie die Trendlinie, eingetragen.

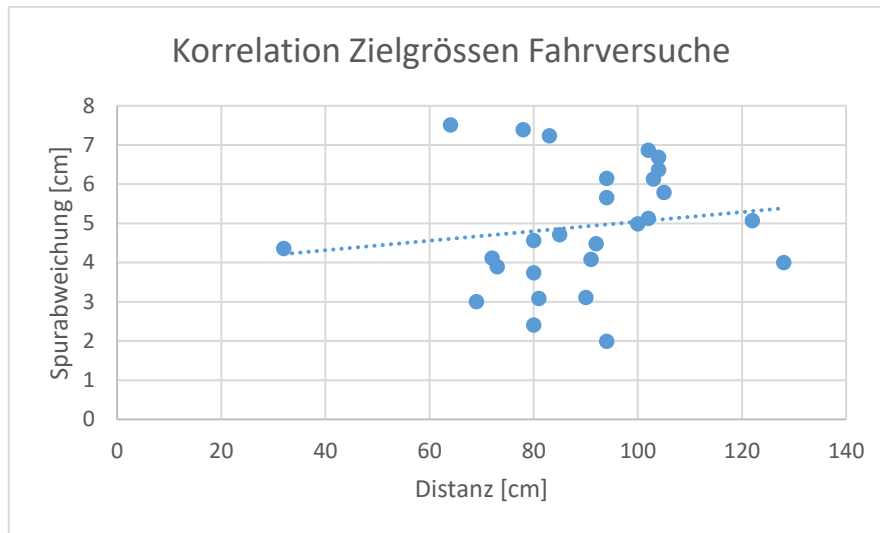


Abbildung 9: Korrelation Zielgrößen Fahrversuche

In Abbildung 9 ist ersichtlich, dass es einen leichten positiven Trend gibt. Da aber der Korrelationskoeffizient  $R$  annähernd null ist, kommt es zwischen den beiden Zielgrößen «Distanz» und «Spurabweichung» nahe zu keinem linearen Zusammenhang.

## 5 Kontrollkarte

Wenn bei einer der Überwachung von Prozessen Einzelwerte anstelle von Stichproben verwendet werden wählt man eine Stichprobengröße von Eins, da die Innerstichproben-Variation bei Einzelwerten null ist. (Statsoft, 2020)

Zudem muss evaluiert werden, ob die Abweichungen durch zufällige oder systematische Einflüsse entstehen. Zufällige Einflüsse sind Teil der Normalverteilung und nicht änderbar. Bei systematischen Einflüssen handelt es sich jedoch beispielsweise um Funktionsfehler des Roboters. Diese müssen identifiziert und eliminiert werden, um einen optimalen Produktionsprozess zu erhalten. Mit Hilfe eines Quantilplots können systematische Einflüsse evaluiert werden. (Shewart-Regelkarte, 2020)

Für die Erstellung der Kontrollkarte wurde die Standardabweichung von  $\sigma = 17.16\text{cm}$  und der Erwartungswert  $\mu = \bar{X} = 106.62\text{cm}$  aus STAVEX übernommen.

	Stichproben (Zufallszahlen)
1	98.3197031
2	108.784625
3	95.1326419
4	115.280762
5	129.902739
6	110.052749
7	94.1766952
8	129.949016
9	111.834141
10	118.310183
11	113.615201
12	99.8496118
13	111.050194
14	118.379834
15	102.779084
16	62.4582999
17	97.8068265
18	98.6341248
19	109.834726
20	95.9301291
21	94.0087539
22	107.169497
23	117.756628
24	108.186373

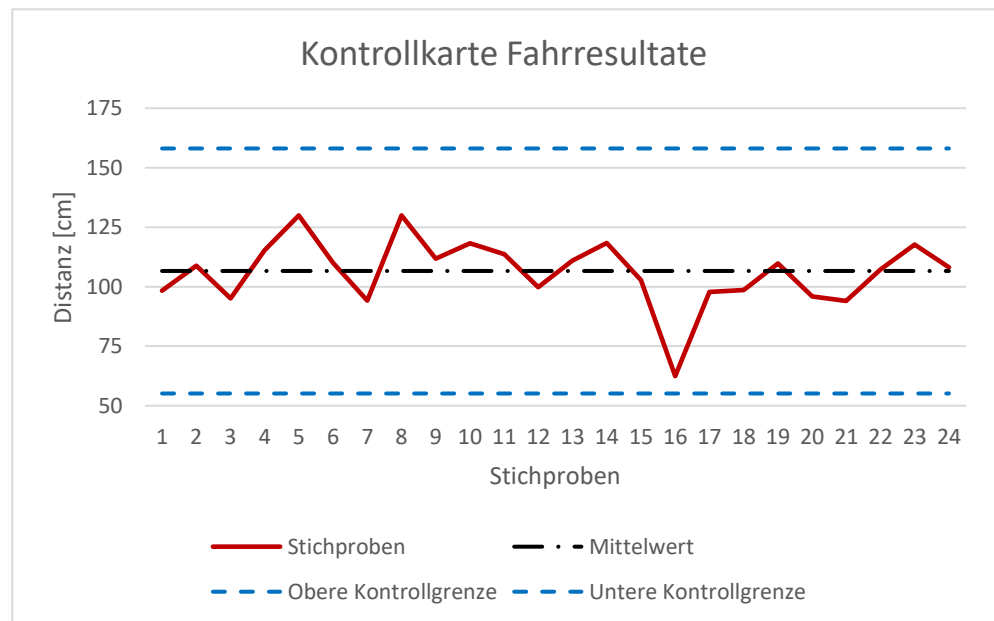


Abbildung 10: Kontrollkarte Fahrresultate

$$\text{Obere Kontrollgrenze} = \mu + 3 \cdot \sigma = 106.62\text{cm} + 3 \cdot 17.16\text{cm} = 158.1\text{cm}$$

$$\text{Untere Kontrollgrenze} = \mu - 3 \cdot \sigma = 106.62\text{cm} - 3 \cdot 17.16\text{cm} = 55.14\text{cm}$$

Sämtliche Einzelwerte liegen zurzeit innerhalb der Kontrollgrenzen. Der Einzelwert 16 liegt mit 62.46cm jedoch nahe an der unteren Grenze. Da dieser Umstand nur einmal aufgetreten ist kann der Prozess als «unter Kontrolle» bezeichnet werden. Obwohl es sich dabei um einen zufälligen Einfluss handelt, wäre es trotzdem empfehlenswert die Ursache für die grosse Abweichung des Einzelwert 16 zu evaluieren, um eventuell präventive Massnahmen zu ergreifen.

$$OT = \bar{X} + t_{n-1}^{0.975} \cdot s \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n}} = 104.61\text{cm} + 2.78 \cdot 8.72\text{cm} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{5}} = 131.12\text{cm}$$

$$UT = \bar{X} - t_{n-1}^{0.975} \cdot s \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n}} = 104.61\text{cm} - 2.78 \cdot 8.72\text{cm} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{5}} = 78.1\text{cm}$$

Im Folgenden wurden das obere Toleranzintervalle (OT) und das untere Toleranzintervall (UT) für die Stichproben ermittelt. Dafür mussten das arithmetische Mittel und die Standardabweichung für die fünf Werte erneut berechnet werden. Die Berechnung des t-Werts erfolgte mit der Funktion «=T.INV(0.975;24-1)» in Excel. Ein neuer Einzelwert wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% innerhalb des berechneten Toleranzintervalls liegen und dient damit der Vorhersage.



## 6 Schlussfolgerung

Die ermittelten optimalen PID-Werte für eine maximale Distanz und eine minimale Spurabweichung wurden anschliessend in zwei Fahrversuchen überprüft. Mit den PID-Werten für eine «maximale Distanz» konnte durchaus ein neuer Distanzrekord von 140cm verzeichnet werden. Die Fragestellung wurde somit beantwortet.

Der Versuch mit den Einstellungen für eine «minimale Spurabweichung» ergibt ein gutes Resultat von durchschnittlich 3.48cm Spurabweichung. Der visualisierte Fahrweg (Abbildung 12) zeigt jedoch ein enttäuschendes Ergebnis mit einem grossen Knick und anschliessender Kurve trotz der kleinen Spurabweichung.

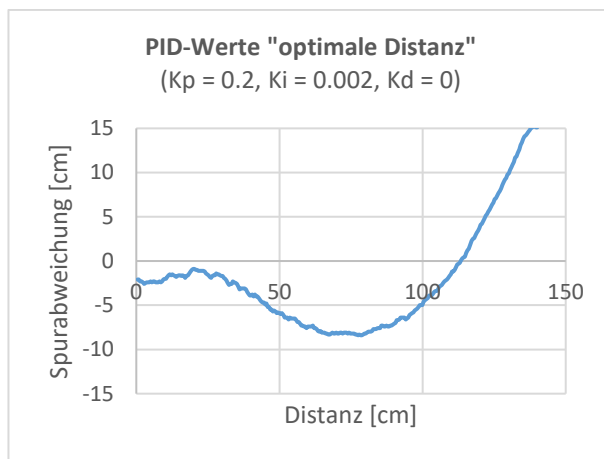


Abbildung 11: PID-Werte "maximale Distanz"

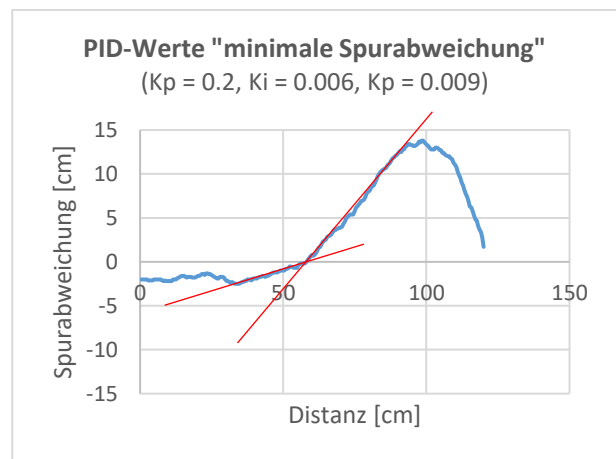


Abbildung 12: PID-Werte "minimale Spurabweichung"

Auf Grund dieser Diskrepanz konnte ein Konzeptionsproblem des Roboters eruiert werden, welches das Phänomen erklärt. Die beidseitige Distanzmessung ist auch bei Schräglage des Roboters identisch, wie in Abbildung 13 verdeutlicht. In Abbildung 12 sieht man, dass der Roboter in einzelnen Abschnitten sehr geradlinig fährt, jedoch weist er einen Knick auf. Wird die Spurabweichung zu gross wechselt der Roboter seine Fahrtrichtung und fährt daher geradlinig weiter. Dadurch folgt eine verspätete Korrektur des PID-Reglers und der Roboter fährt einen grossen Bogen.

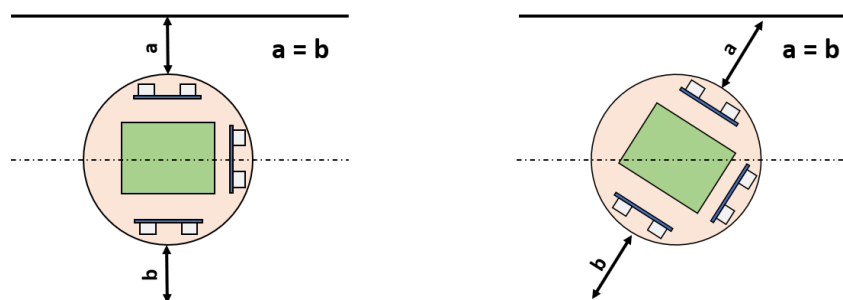


Abbildung 13: Distanzmessung Roboter

Im Rahmen einer Bachelorthesis wäre dieses konstruktive Problem am Roboter behoben worden und anschliessend die Versuche noch einmal durchgeführt worden. Zudem hätte der Versuch mehrfach durchgeführt werden können, um eine grössere Datengrundlage zu haben. Die Durchführung des Versuches und die Auswertung würden dabei identisch sein, um zuverlässige Ergebnisse für eine mögliche Verbesserung der konstruktiven Massnahmen zu erhalten.

## 7 Zusatzfragen

### 7.1 Beantwortung der Fragestellung durch KI

Die Fragestellung hätte ohne grösseren Aufwand durch eine KI teilweise beantwortet werden können. Das Verhalten des Roboters kann durch ein detailliertes 3D-Modell im Programm Gazebo simuliert werden können. Die KI könnte in Gazebo eine enorme Anzahl von Faktorkombinationen durchprobieren, um den theoretisch optimalen Wert zu finden. Mit verhältnismässigem Aufwand können jedoch keine Optimierungen mit dem realen Roboter gemacht werden, da eine automatische Messwertaufzeichnung und das autonome Zurückfahren des Roboters in die Ausgangslage zu aufwendig wären. Die theoretischen Werte können aber helfen, um den PID-Regler des Roboters in der Praxis schneller einzustellen.

### 7.2 Wahrscheinlichkeitsberechnung bei «Among Us»

- 1) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie zweimal nacheinander Impostor werden?

$$\left(\frac{2}{10}\right)^2 = \frac{1}{25} = 0.04 = 4\%$$

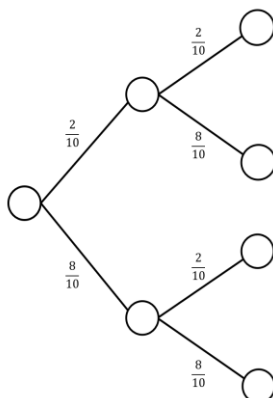
- 2) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie dreimal nacheinander Impostor werden?

$$\left(\frac{2}{10}\right)^3 = \frac{1}{125} = 0.008 = 0.8\%$$

- 3) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie min. zweimal in fünf Spielen Impostor werden?

$$1 - \left[ \left(\frac{4}{5}\right)^5 + \left(\frac{4}{5}\right)^4 \cdot \frac{1}{5} \right] = \frac{369}{625} = 0.5904 = 59.04\%$$

- 4) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie zweimal nacheinander Impostor werden?



$$\frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 0.2 = 20\%$$

## 8 Quellenverzeichnis

*Shewart-Regelkarte.* (16. 12 2020). Von <https://de.wikipedia.org/wiki/Shewart-Regelkarte> abgerufen

*Statsoft.* (16. 12 2020). Von <https://www.statsoft.de/glossary/X/XandMovingRangeIMRQCCharts.htm> abgerufen

## 9 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Schematische Darstellung eines PID-Reglers.....	1
Abbildung 2: Fahrerergebnissen bei Versuchsbeginn (PID-Regler nicht justiert) .....	2
Abbildung 3: Weite Fahrdistanz mit hoher Spurhaltung (PID-Regler justiert) .....	2
Abbildung 4: Teststecke (Länge: 180cm) .....	3
Abbildung 5: Startpositionsmarkierung .....	3
Abbildung 6: 2D-Höhenlinienplott Kp & Ki .....	3
Abbildung 7: 2D-Höhenlinienplott Kp & Kd .....	3
Abbildung 8: 3D-Höhenlinienplott Kp, Ki & Kd .....	4
Abbildung 9: Korrelation Zielgrößen Fahrversuche .....	5
Abbildung 10: Kontrollkarte Fahrresultate.....	6
Abbildung 11: PID-Werte "maximale Distanz" .....	7
Abbildung 12: PID-Werte "minimale Spurabweichung" .....	7
Abbildung 13: Distanzmessung Roboter.....	7

## 10 Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Ermittelte optimale PID-Einstellungen .....	4
--	---