MATRIZES

Conceitos e Tipologia

1

MATRIZ RETANGULAR ⇒ m ≠ n

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 6 & 9 & 0 \end{vmatrix}$$

2x3

Matriz

Toda tabela de números organizados em m linhas e n colunas

$$B = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 6 & 9 & 0 \\ -2 & 13 & 7 \end{vmatrix}$$

3x3

MATRIZ QUADRADA ⇒ m = n

MATRIZ RETANGULAR $\Rightarrow m \neq n$

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 6 & 9 & 0 \end{vmatrix}_{2x3}$$

$n(A) = m \times n$

MATRIZ QUADRADA $\Rightarrow$ m = n

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 6 & 9 & 0 \\ -2 & 13 & 7 \end{vmatrix}$$

3x3

n(A) = **m** x **n**

MATRIZ QUADRADA ⇒ m = n

diagonal principal

diagonal secundária

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 6 & 9 & 0 \\ -2 & 13 & 7 \end{bmatrix}_{3x3}$$

MATRIZ QUADRADA $\Rightarrow$ m = n

diagonal principal

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 6 & 9 & 0 \\ -2 & 13 & 7 \end{vmatrix}$$

3x3

Traço de uma matriz

∑ elementos na diagonal principal

Traço de A = 1 + 9 + 7 = 17

Matriz

Toda tabela de números organizados em **m** linhas e **n** colunas

$$A = (a_{ij})mxn$$

Matriz A é um conjunto de elementos **aij** organizados em **m** linhas e **n** colunas

Tal que **i** = posição de **a** na **linha**
Tal que **j** = posição de **a** na **coluna**
e **m** = nº de linhas e **n** = nº de colunas

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 6 & 9 & 0 \end{vmatrix}_{2x3}$$

$$A = (a_{ij})_{mxn}$$

Matriz A é um conjunto de elementos **aij** organizados em **m** linhas e **n** colunas

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 6 & 9 & 0 \end{vmatrix}_{2x3}$$

Tal que **i** = posição de **a** na **linha**
Tal que **j** = posição de **a** na **coluna**
e **m** = nº de linhas e **n** = nº de colunas

$$A = \begin{vmatrix} a11 & a12 & a13 \\ a21 & a22 & a23 \end{vmatrix}_{2x3}$$

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 6 & 9 & 0 \\ -2 & 13 & 7 \end{vmatrix}$$

3x3

$$A = (a_{ij})mxn$$

Matriz A é um conjunto de elementos **aij** organizados em **m** linhas e **n** colunas

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 6 & 9 & 0 \\ -2 & 13 & 7 \end{vmatrix}_{3x3}$$

Tal que **i** = posição de **a** na **linha**

Tal que **j** = posição de **a** na **coluna**

e **m** = nº de linhas e **n** = nº de colunas

$$A = \begin{vmatrix} a11 & a12 & a13 \\ a21 & a22 & a23 \\ a31 & a32 & a33 \end{vmatrix}_{3x3}$$

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 6 & 9 & 0 \\ -2 & 13 & 7 \end{vmatrix}$$

3×3

Diagonal Principal

$i = j$

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

3×3

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 6 & 9 & 0 \\ -2 & 13 & 7 \end{vmatrix}$$

3x3

Triângulo Superior

$$A = \begin{vmatrix} a11 & a12 & a13 \\ a21 & a22 & a23 \\ a31 & a32 & a33 \end{vmatrix} \quad i<j$$

3x3

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 6 & 9 & 0 \\ -2 & 13 & 7 \end{vmatrix}$$

3x3

Triângulo Inferior

$$A = \begin{vmatrix} a11 & a12 & a13 \\ a21 & a22 & a23 \\ a31 & a32 & a33 \end{vmatrix}$$

i>j

3x3

Triângulo Superior

$i=j$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & b_{12} & b_{13} \\ a_{21} & a_{22} & b_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$i<j$

$i>j$

$3x3$

Triângulo Inferior

Exemplo 1)
Seja B uma matriz **2x3** tal que **$b_{ij} = i + j$**, determine B

$$B = \begin{vmatrix} b11 & b12 & b13 \\ b21 & b22 & b23 \end{vmatrix}_{2x3}$$

bij = i + j

b11	1+1=2
b12	1+2=3
b13	1+3=4
b21	2+1=3
b22	2+2=4
b23	2+3=5

$$\boxed{B = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}_{2x3}}$$

Exemplo 2)

Seja C uma matriz **4x4** tal que

cij = 2, se i = j
cij = 3, se i < j
cij = 1, se i > j

determine C

$$C = \begin{vmatrix} c11 & c12 & c13 & c14 \\ c21 & c22 & c23 & c24 \\ c31 & c32 & c33 & c34 \\ c41 & c42 & c43 & c44 \end{vmatrix}$$

cij = 2, se i = j

cij = 3, se i < j

cij = 1, se i > j

$$C = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} \quad 4x4$$

$$\boxed{C = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} \quad 4x4}$$

Tipologia de Matrizes

MATRIZ RETANGULAR

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 6 & 9 & 0 \end{vmatrix}$$

2X3

MATRIZ QUADRADA

$$B = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 6 & 9 & 0 \\ -2 & 13 & 7 \end{vmatrix}$$

3X3

- MATRIZ LINHA (Vetor)
- MATRIZ COLUNA
- MATRIZ NULA
- MATRIZ OPOSTA
- MATRIZ TRANSPOSTA

Matriz Retangular

MATRIZ LINHA ⇒ $m = 1$ e $n \neq 1$

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -7 \end{vmatrix}_{1X3}$$

VETOR

Matriz Retangular

MATRIZ LINHA ⇒ $m = 1$ e $n \neq 1$

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -7 \end{vmatrix}$$

1X3

MATRIZ COLUNA ⇒ $m \neq 1$ e $n = 1$

$$D = \begin{vmatrix} 8 \\ 9 \\ -2 \\ 0 \\ 14 \end{vmatrix}$$

5X1

Matriz Retangular

MATRIZ NULA ⇒ oij = 0

$$O = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}_{3X2}$$

Matriz Nula corresponde
ao número “0” no universo dos números

Matriz Retangular

MATRIZ OPOSTA

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 6 & 9 & 0 \end{vmatrix}$$

2X3

$$-A = \begin{vmatrix} -1 & 2 & -4 \\ -6 & -9 & 0 \end{vmatrix}$$

2X3

$$A + -A = O$$

Matriz Retangular

MATRIZ TRANSPOSTA

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -7 \end{vmatrix}$$

1X3

$$C^t = \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ -7 \end{vmatrix}$$

3X1

Matriz Retangular

MATRIZ TRANSPOSTA

$$F = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 9 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} \quad 3X2$$

$$F^t = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 4 \\ 2 & 9 & 0 \end{vmatrix} \quad 2X3$$

Matriz Retangular

MATRIZ TRANSPOSTA

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 9 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \quad 3X2$$

$$F^t = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 4 \\ 2 & 9 & 0 \end{bmatrix} \quad 2X3$$

Matriz Retangular

MATRIZ TRANSPOSTA

Estruturalmente o que ocorre na transposição é:

$$F = \begin{vmatrix} f11 & f12 \\ f21 & f22 \\ f31 & f32 \end{vmatrix} \quad 3X2$$

$$F^t = \begin{vmatrix} f11 & f12 & f13 \\ f21 & f22 & f23 \end{vmatrix} \quad 2X3$$

Tipologia de Matrizes

MATRIZ RETANGULAR

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 6 & 9 & 0 \end{vmatrix}$$

2X3

- MATRIZ LINHA (Vetor)
- MATRIZ COLUNA
- MATRIZ NULA
- MATRIZ OPOSTA
- MATRIZ TRANSPOSTA

MATRIZ QUADRADA

$$B = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 6 & 9 & 0 \\ -2 & 13 & 7 \end{vmatrix}$$

3X3

- MATRIZ NULA
- MATRIZ OPOSTA
- MATRIZ TRANSPOSTA
- MATRIZ TRANSPOSTA SIMÉTRICA
- MATRIZ TRANSPOSTA ANTI-SIMÉTRICA
- MATRIZ DIAGONAL
- MATRIZ IDENTIDADE
- MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR e MATRIZ TRIANGULAR INFERIOR

Matriz Quadrada

MATRIZ NULA ⇒ oij = 0

$$O = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}_{2X2}$$

Matriz Nula corresponde
ao número “0” no universo dos números

Matriz Quadrada

MATRIZ OPOSTA

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -6 & 9 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix} \quad 3x3$$

$$-A = \begin{vmatrix} -1 & 2 & -4 \\ 6 & -9 & 0 \\ -2 & -3 & 1 \end{vmatrix} \quad 3x3$$

$$\boxed{A} + \boxed{-\quad A} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad 3x3$$

Matriz Quadrada

MATRIZ TRANSPOSTA

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -7 & 5 \end{vmatrix} \quad 2X2$$

$$C^t = \begin{vmatrix} 1 & -7 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} \quad 2X2$$

Matriz Quadrada

MATRIZ TRANSPOSTA

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 6 & 9 & 6 \\ 4 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

3X3

$$D^t = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 4 \\ 2 & 9 & 0 \\ 1 & 6 & 4 \end{bmatrix}$$

3X3

Matriz Quadrada

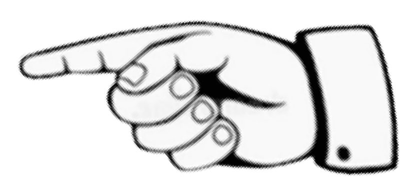
MATRIZ TRANSPOSTA SIMÉTRICA

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad 2X2$$

$$E^t = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad 2X2$$

se e somente se
as duas matrizes
forem **iguais entre si**

$E^t = E$



Matriz Quadrada

MATRIZ TRANSPOSTA ANTI-SIMETRICA

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

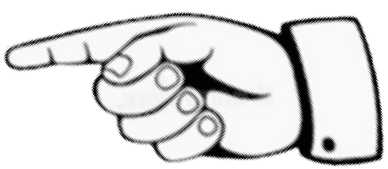
2X2

$$F^t = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

2X2

a transposta for
a **oposta** da
matriz original

$$F^t = -F$$



Matriz Quadrada

MATRIZ DIAGONAL (i < j e i > j → aij = 0)

$$G = \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$$

2X2

$$H = \begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$$

3X3

Matriz Quadrada

MATRIZ DIAGONAL (i < j e i > j → **aij = 0**)

$$G = \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$$

2X2

$$H = \begin{vmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$$

3X3

Matriz Quadrada

MATRIZ DIAGONAL (i < j e i > j → **aij = 0**)

$$K = \begin{vmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \quad \mathbf{2X2}$$

Matriz Quadrada

MATRIZ DIAGONAL (i < j e i > j → **aij = 0**)

$$K = \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2X2

Matriz Quadrada

MATRIZ DIAGONAL (i < j e i > j → **aij = 0**)

$$K = \begin{vmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

2X2

$$L = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

3X3

Matriz Quadrada

MATRIZ DIAGONAL (i < j e i > j → aij = 0)

$$K = \begin{vmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

2X2

$$L = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

3X3

Observação: Uma Matriz Quadrada Nula também pode ser classificada como Matriz Diagonal

Matriz Quadrada

MATRIZ IDENTIDADE

$$I_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \quad 2X2$$

$I_2 =$ identidade de ordem 2

$$I_3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

3X3

$I_3 =$ identidade de ordem 3

Matriz Quadrada

MATRIZ IDENTIDADE

$$I_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \quad 2X2$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad 3X3$$

Matriz Identidade corresponde ao número “1” no universo dos números

Matriz Quadrada

MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR

$$P = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 5 & 9 \\ 0 & 2 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}_{4x4}$$

Matriz Quadrada

MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 5 & 9 \\ 0 & 2 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}_{4x4}$$

Todos os elementos
do triângulo **INFERIOR**
são iguais a zero

Matriz Quadrada

MATRIZ TRIANGULAR INFERIOR

$$Q = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 0 & 0 \\ 6 & 2 & 0 & 0 \\ 7 & 1 & 6 & 4 \end{vmatrix}$$

4x4

Matriz Quadrada

MATRIZ TRIANGULAR INFERIOR

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 0 & 0 \\ 6 & 2 & 0 & 0 \\ 7 & 1 & 6 & 4 \end{bmatrix}$$

4x4

Todos os elementos
do triângulo **SUPERIOR**
são iguais a zero

Matriz Quadrada

MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR E INFERIOR

$$P = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}_{4x4}$$

Matriz Quadrada

MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR E INFERIOR

$$P = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}_{4x4}$$

Observação: Uma Matriz Quadrada Nula, além de também ser Diagonal, pode ser classificada como sendo, **simultaneamente**, Matriz Triangular Inferior e Matriz Triangular Superior

Tipologia de Matrizes

MATRIZ RETANGULAR

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 6 & 9 & 0 \end{vmatrix}$$

2X3

- MATRIZ LINHA (Vetor)
- MATRIZ COLUNA
- MATRIZ NULA
- MATRIZ OPOSTA
- MATRIZ TRANSPOSTA

MATRIZ QUADRADA

$$B = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 6 & 9 & 0 \\ -2 & 13 & 7 \end{vmatrix}$$

3X3

- MATRIZ NULA
- MATRIZ OPOSTA
- MATRIZ TRANSPOSTA
- MATRIZ TRANSPOSTA SIMÉTRICA
- MATRIZ TRANSPOSTA ANTI-SIMÉTRICA
- MATRIZ DIAGONAL
- MATRIZ IDENTIDADE
- MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR e MATRIZ TRIANGULAR INFERIOR

MATRIZES

Conceitos e Tipologia

1