

## 6 Zeitreihenanalyse

Eine Reihe von Beobachtungswerten über den gleichen Sachverhalt, die Zeitpunkten (oder Zeiträumen) zugeordnet wird, heißt **Zeitreihe**.

Beispiele:

Meist liegen Zeitreihen äquidistante Messungen zugrunde.

### 6.1 Grundbegriffe

#### 6.1.1 Die Komponenten einer Zeitreihe:

##### 1. Der Trend

##### 2. Die zyklische Komponente

##### 3. Die Saisonkomponente

##### 4. Die Restkomponente

### **6.1.2 Die Verknüpfung der Komponenten**

Additive Verbundenheit

Multiplikative Verbundenheit

## 6.2 Trendbestimmung

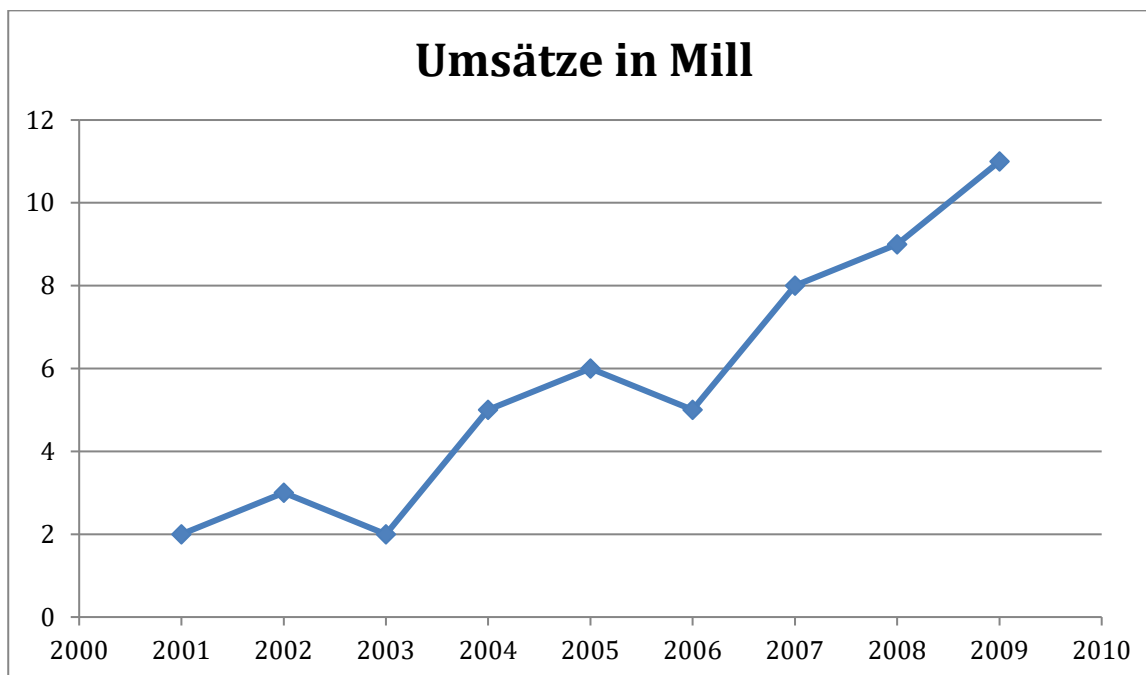
### 6.2.1 Methode der gleitenden Mittelwerte (gleitende Durchschnitte)

Grundidee dieser Methode zur Trendbestimmung ist es, durch Bildung von Durchschnitten die Schwankungen abzuschwächen und einen Trend zu erhalten.

Hierbei wird eine Zeitreihe z. B. in dreigliedrige Abschnitte zerlegt und die jeweiligen Mittelwerte ermittelt.

Beispiel:

t	Umsätze in Mill.	$T_i(3)$ = Trendwerte
2001	2	
2002	3	
2003	2	
2004	5	
2005	6	
2006	5	
2007	8	
2008	9	
2009	11	



Datum: \_\_\_\_\_

### Methode der gleitenden Mittelwerte

Bei der Methode der gleitenden Mittelwerte ist zu unterscheiden, ob die Durchschnitte aus einer ungeraden oder geraden Anzahl von Merkmalswerten berechnet werden.

#### Durchschnitte ungerader Länge ( $2m+1$ )

Wir haben ein Unternehmen, das beim Umsatz nur mit den drei Jahresdritteln des Kalenderjahres arbeitet. Für die jeweiligen Jahresdritteln ergaben sich folgende Umsätze:

t	$y_t$ (in Mio.)	$\sum y_i$	$\bar{y}_t$	$\sum y_i$	$\bar{y}_t$
1	2				
2	11				
3	12				
4	9				
5	14				
6	12				
7	15				
8	17				
9	21				
10	22				

Berechnen sie den gleitenden 3-er Durchschnitt ( $m = 1$ ) und zeichnen Sie  $y_t$  und die ermittelten Werte in das Koordinatensystem ein.

Interpretation:

Berechnen Sie den gleitenden 5-er Durchschnitt ( $m = 2$ ) für das Beispiel und zeichnen Sie die ermittelten Werte ein.

Interpretation:

Formel für die Berechnung gleitender Durchschnitte ungerader Länge:

Datum: \_\_\_\_\_

Durchschnitte gerader Länge (2m)

Berechnen Sie den gleitenden 4-er Durchschnitt für das folgende Beispiel:

Jahr	Quartal (t)	$y_t$		
1	1	2,7		
	2	6,5		
	3	3,9		
	4	2,7		
2	5	4,2		
	6	6,3		
	7	5,0		
	8	3,6		
3	9	5,3		
	10	8,5		
	11	7,4		
	12	6,8		
4	13	8,8		
	14	12,0		

Datum: \_\_\_\_\_

Formel für die Berechnung gleitender Durchschnitte gerader Länge:

$$\bar{y}_{t-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2m} \sum_{i=t-m}^{t+m-1} y_i$$

Wichtige Anwendungen: Gleitender 4-er Durchschnitt:

Gleitender 12-er Durchschnitt:

Nachteile der Methode der gleitenden Durchschnitte:

### 6.2.2 Methode der kleinsten Quadrate

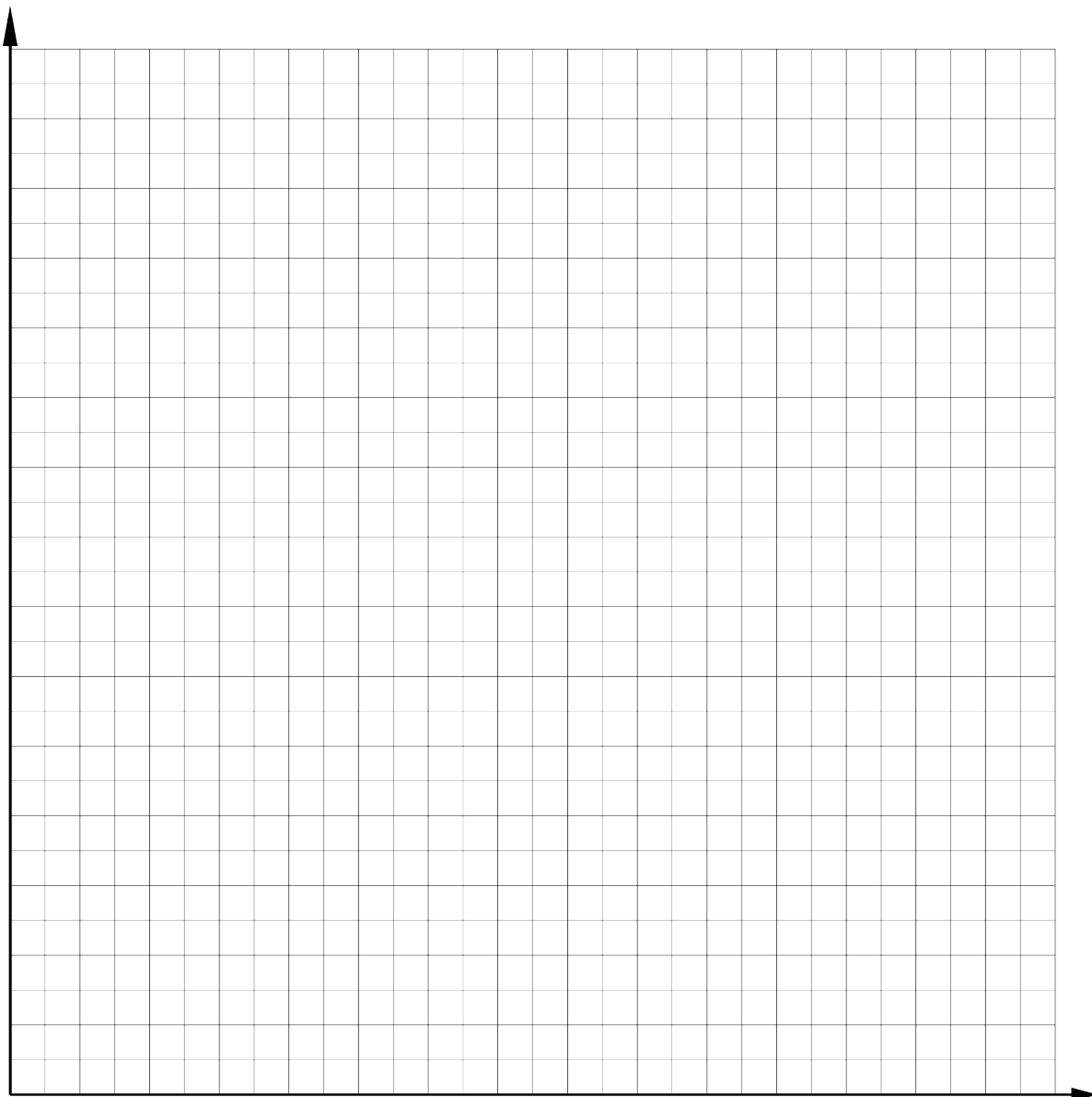
Ein Unternehmen hat in den Jahren 2001 bis 2010 folgende Umsätze gemacht:

Jahr	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Ums. in Tsd. Euro	4	8	16	20	22	18	18	20	24	30

Bestimmen Sie die Trendlinie

- nach der Methode der gleitenden Mittelwerte (5-er Mittel)
- nach der Methode der „kleinsten Quadrate“

Zeichnen Sie die ermittelten Trendlinien und die Umsätze in das Koordinatensystem ein:



### 6.3 Bestimmung der Saisonkomponente

Saisonindizes

Quartalsumsätze eines Unternehmens:

Jahr	Quartal	Quartalsumsätze	Jahresumsätze
i	j	$U_{i \cdot j}$	$\sum_{j=1}^4 U_{i \cdot j}$
1	1	20	120
	2	30	
	3	30	
	4	40	
2	1	25	140
	2	35	
	3	35	
	4	45	

Im ersten und im zweiten Jahr ergeben sich folgende durchschnittliche Quartalsumsätze:

Wir berechnen den Saisonindex:

Saisonindizes geben an, um wie viel die Werte einer Zeitreihe über oder unter einem Durchschnittswert liegen: Die saisonal beeinflussten Werte werden auf den Normalwert bezogen, z.B. den Jahresdurchschnitt. Dieser Wert wird gleich 100 gesetzt: die prozentuale Abweichung davon ist der Saisonindex.  $S_{i \cdot j} =$

Tabelle mit Umsätzen und Saisonindizes:

Jahr	Quartal	Quartalsumsätze	durchschnittlicher Quartalsumsatz des Jahres	Saisonindex
i	j	$U_{i \cdot j}$	$\bar{x}_i$	$S_{i \cdot j}$
1	1	20		
	2	30		
	3	30		
	4	40		
2	1	25		
	2	35		
	3	35		
	4	45		

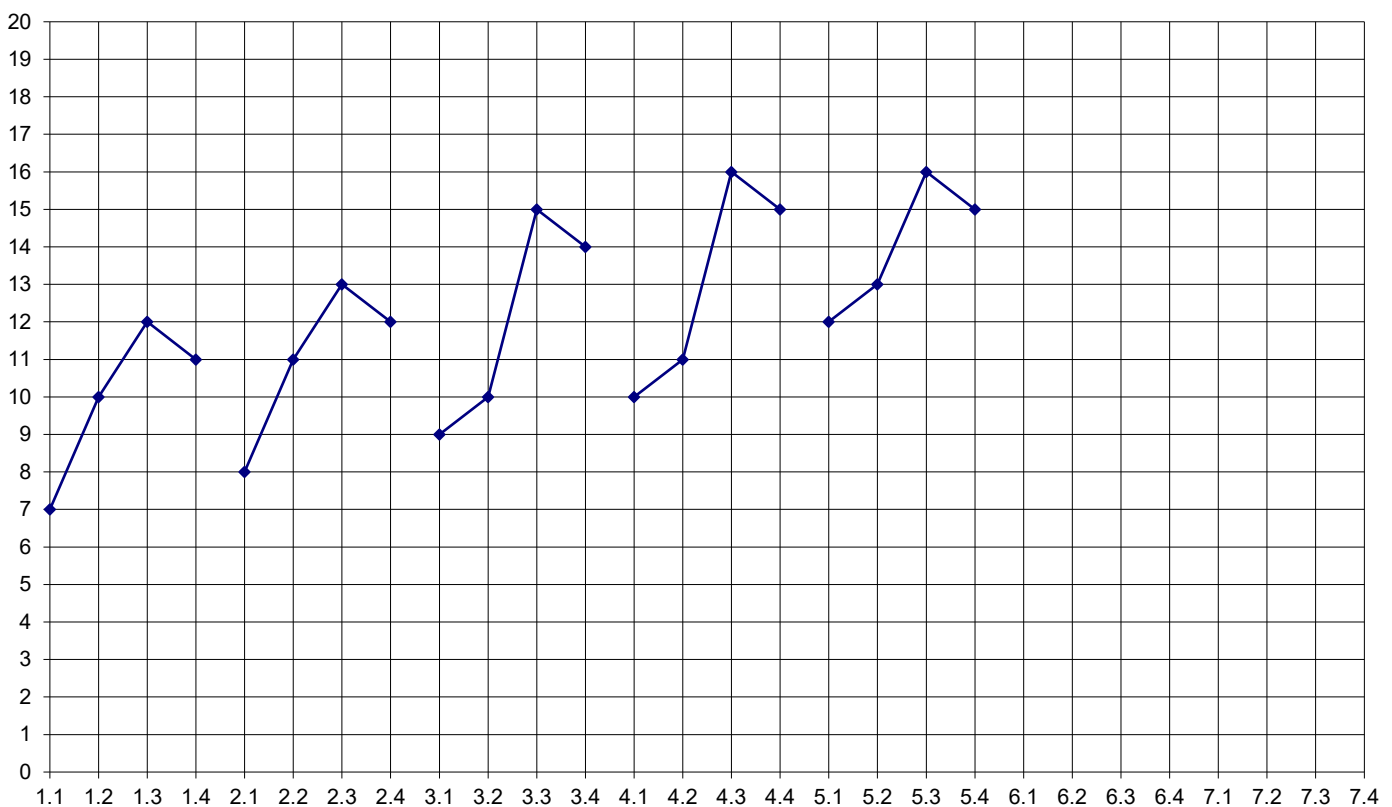


Datum: \_\_\_\_\_

## 6.4 Prognosen

**Beispiel:** In einem Unternehmen seien über einen Zeitraum von  $m=5$  Jahren folgende Quartalsumsätze beobachtet worden. Bestimmen Sie den Saisonindex in den Jahren (z. B. Anteil des ersten Quartals am durchschnittlichen Jahresumsatz) und den durchschnittlichen Saisonindex für das jeweilige Quartal.

Umsätze in											$\bar{s}_j$
Quartal j	Jahr i										
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
1	7	8	9	10	12						
2	10	11	10	11	13						
3	12	13	15	16	16						
4	11	12	14	15	15						
$\bar{x}_i$											



Prognostizieren Sie durchschnittlichen Jahresumsätze für die beiden Folgejahre und die Quartalsumsätze mit Hilfe der Saisonindizes.

### Aufgabe 1

Es wurde die folgende Entwicklung des Umsatzes (in Mio. DM) eines Unternehmens beobachtet.

Jahr	Umsatz	Jahr	Umsatz	Jahr	Umsatz	Jahr	Umsatz
2000	16	2003	20	2006	27	2009	31
2001	17	2004	22	2007	29	2010	33
2002	18	2005	24	2008	30	2011	36

Berechnen Sie eine Trendkurve der Umsatzentwicklung aus dem  
gleitenden Dreier-Mitteln  
gleitenden Fünfer-Mitteln.

Berechnen Sie eine lineare Trendfunktion der Umsatzentwicklung nach der Methode der kleinsten Quadrate.

Führen Sie mit Hilfe der unter b) berechneten Trendfunktion eine Prognose der Umsätze 2013 und 2015 durch.

### Aufgabe 2

Ein Unternehmen hat über 5 Jahre hinweg jeweils Halbjahresumsätze beobachtet:

Jahr i	Halbjahr j	Halbjahresumsatz z $U_{i,j}$
1	1	3
	2	7
2	1	5
	2	9
3	1	6
	2	12
4	1	6
	2	12
5	1	8
	2	14

Prognostizieren Sie mit Hilfe der durchschnittlichen Halbjahresumsätze der einzelnen Jahre die durchschnittlichen Halbjahresumsätze  $\bar{x}_6, \bar{x}_7, \bar{x}_8$  (Ansatz: linearer Trend).

Berechnen Sie die durchschnittlichen Saisonindizes des Beobachtungszeitraums.

Prognostizieren Sie die Halbjahresumsätze der Jahre 6, 7 und 8.