Operations Research

1 Einführung

Die Anfänge von Operations Research gab es ab 1940, als in England und den USA während des zweiten Weltkrieges mathematische Methoden zur Analyse von kriegsstrategischen Entscheidungen (z. B. optimaler Einsatz von Flugzeugen, ...) eingesetzt wurden.
Nach dem 2. Weltkrieg wurden solche mathematischen Planungsmethoden auf die Lösung wirtschaftlicher Probleme übertragen.

1.1 Definition

Unter Operations Research versteht man die Anwendung von wissenschaftlichen Erkenntnissen auf das Problem der Entscheidungsfindung in der Unsicherheits- oder Risikosituation, mit dem Ziel, den Entscheidungsträgern bei der Suche nach optimalen Lösungen eine quantitative Basis zu liefern.

Prinzipielle Arbeitsweise bei OR-Verfahren:

Reales Problem

| Abstraktion

mathematisches Modell

| Rechnung

Modell-Lösung

| Interpretation

Lösungsvorschlag für reales Problem

Ein Modell als gedankliches Hilfsmittel dient zur Abstraktion und Vereinfachung des Realproblems, da eine detaillierte Beschreibung der Realität mit allen Ursachen und Zusammenhängen wegen ihrer Komplexität nicht möglich ist. Im Modell müssen wesentliche Eigenschaften und Beziehungen der Realität erhalten sein.

2 Lineare Optimierung

Die lineare Optimierung oder lineare Programmierung ist eines der Hauptverfahren des Operations Research und beschäftigt sich mit der Optimierung linearer Zielfunktionen über einer Menge, die durch lineare Gleichungen und Ungleichungen eingeschränkt ist.

2.1 Graphische Lösung von LO-Problemen

Es ist das gewinnmaximale Produktionsprogramm für einen Kleinbetrieb zu ermitteln. Es können zwei Artikel 1 und 2 mit einem Gewinn pro Stück von $g_1 = 500$ EUR und $g_2 = 800$ EUR gefertigt werden.

Zur Produktion stehen zwei Maschinengattungen A und B zur Verfügung. Gelernte Montagekräfte sind ebenfalls nur in geringer Zahl vorhanden. Die speziellen technischen Daten sind in einer Tabelle zusammengefasst.

	Artikel 1	Artikel 2	Kapazität pro Tag
Maschine A	5	2	24 Stunden
Maschine B	1	5	24 Stunden
Montagegruppe	6	6	36 Stunden
Gewinn pro Stück	500	800	

Die Zahlen im mittleren Bereich der Tabelle geben die Belastung der Maschinen durch die Artikel (in Stunden pro Stück) an. So benötigt man z. B. für die Herstellung eines Stückes des Artikels 1 fünf Stunden die Maschine A, eine Stunde die Maschine B und sechs Montagestunden.

Gesucht sind die Mengen x_1 und x_2 der Artikel 1 und 2, die gefertigt werden müssen, um den Gewinn zu maximieren.

Datum: ______________________

Übung 1

Ein Unternehmen sucht nach einem optimalen Produktionsprogramm.

Folgende Bedingungen sind gegeben:

1. Eine Maschine, die in der Produktionsperiode 1200 Stunden eingesetzt werden kann.
2. Ein Rohstoff, von dem in der Produktionsperiode 3000 Mengeneinheiten zur Verfügung stehen.
3. Für die Fertigung einer Mengeneinheit des
   Produktes P1 werden 3 Maschinenstunden und 5 Mengeneinheiten des Rohstoffes benötigt.
   Produktes P2 werden 2 Maschinenstunden und 10 Mengeneinheiten des Rohstoffes benötigt.
4. P2 wird am Markt nur in Doppelpackungen angeboten und es können höchstens 125 solcher Doppelpackungen abgesetzt werden.
5. Der Gewinn pro Mengeneinheit beträgt bei P1 3 EUR, bei P2 4 EUR.

Mit welchen Mengen von P1 und P2 wird der maximale Gewinn erzielt?

Übung 2

Lösen Sie das folgende LO-Problem graphisch:

Ein Großhändler beabsichtigt, sein Sortiment um zwei Küchenmaschinenmodelle zu erweitern. Modell A kostet im Einkauf 60,- EUR, Modell B 40,- EUR. Die Anzahl der Modelle A soll wenigstens 2 Drittel und höchstens das Doppelte der Anzahl der Modelle B betragen.
Insgesamt stehen zum Einkauf der beiden Modelle höchstens 9 600,- EUR zur Verfügung.
Der Gewinn je Stück beträgt bei Modell A 7,50 EUR, bei Modell B 6,- EUR. Wie viel Stück sind von jedem Modell einzukaufen, wenn der Gesamtgewinn möglichst groß sein soll?

a) Stellen Sie die Gleichung der Zielfunktion auf und drücken Sie die Nebenbedingungen durch ein System von Ungleichungen aus.
b) Bestimmen Sie die Mengen x_1 und x_2 optimal.
c) Berechnen Sie für die ermittelten optimalen Stückzahlen die Einkaufssumme und den Gesamtgewinn.

Übung 3

Lösen Sie das folgende LO-Problem graphisch:

Für den Transport einer Ware in eine Stadt stehen zwei Auslieferungslager zur Verfügung. Es werden täglich x_1 Stück vom ersten Lager, x_2 Stück vom 2. Lager geliefert, wobei folgende Nebenbedingungen zu erfüllen sind:

a) $x_1 \geq 100$

b) $x_2 \geq 100$

c) $x_1 + x_2 \geq 500$

d) $x_1 + 3x_2 \geq 900$

e) $3x_1 + 2x_2 \geq 1200$

Bei welchen Anzahlen x_1 und x_2 sind die Transportkosten <u>minimal</u>, wenn für den Transport aus dem 1. Lager 2 EUR pro Stück, für den Transport aus dem 2. Lager 8 EUR pro Stück anzusetzen sind?

Übung 4

Lösen Sie das folgende LO-Problem graphisch:

In den Geschäftsräumen eines Großbetriebes sollen 4 500 Quadratmeter Bodenfläche neu belegt werden.
Zur Auswahl steht Bodenbelag A zu 18 EUR je m^2 und Belag B zu 30,- EUR je m^2.
Die Anschaffungskosten sollen höchstens 120 000,- EUR und wenigstens 105 000,- EUR betragen. An jährlichen Reinigungskosten fallen je m^2 für Belag A 4,- EUR, für Belag B 2,- EUR an.
Wie viel m^2 sind von jeder Sorte zu nehmen, wenn die jährlichen Reinigungskosten möglichst niedrig gehalten werden sollen?

a) Stellen Sie die Gleichung der Zielfunktion und das System von Ungleichungen und Gleichungen auf.
b) Bestimmen Sie das Kostenminimum.
c) Berechnen Sie für die Zahlenpaare (1250, 3250) und (2500, 2000) die jeweiligen Gesamtreinigungskosten und die Anschaffungskosten.

2.2 Lineare Gleichungssysteme

Das Lösen von linearen Gleichungssystemen ist eine nützliche Vorbereitung für das Simplexverfahren.

Das Eliminationsverfahren besteht darin, auf ein lineares Gleichungssystem schrittweise geeignete Umformungen anzuwenden.
Denn in einem linearen Gleichungssystem ändern

- das Vertauschen zweier Gleichungen,
- die Multiplikation beider Seiten einer Gleichung mit einer Zahl ungleich Null und
- die Addition zweier Gleichungen

die Lösungsmenge des LGS nicht.

1. Gegeben ist das lineare Gleichungssystem
Lösen Sie das lineare Gleichungssystem rechnerisch durch Addition der Gleichungen.

$$\begin{array}{rcrcr} x & - & y & = & -1 \\ 2x & - & y & = & 1 \end{array}$$

2. Bestimmen Sie rechnerisch die Lösungsmenge der folgenden linearen Gleichungssysteme.

a) $$\begin{array}{rcrcr} 2x & + & 5y & = & 5{,}7 \\ 3x & + & 11y & = & 11 \end{array}$$

b) $$\begin{array}{rcrcrcr} 5x & + & 3y & + & 4z & = & 5 \\ 3x & + & 4y & - & 2z & = & -8 \\ -4x & - & 5y & + & 3z & = & 10 \end{array}$$

Das Lösen von linearen Gleichungssystemen ist eine nützliche Vorbereitung für das Simplexverfahren.

Das Eliminationsverfahren besteht darin, auf ein lineares Gleichungssystem schrittweise geeignete Umformungen anzuwenden.
Denn in einem linearen Gleichungssystem ändern

- das Vertauschen zweier Gleichungen,
- die Multiplikation beider Seiten einer Gleichung mit einer Zahl ungleich Null und
- die Addition zweier Gleichungen

die Lösungsmenge des LGS nicht.

Beispielaufgabe

"normale" Rechnung	vereinfachte Schreibweise
$\begin{aligned} x + y - z &= 7 \\ 2x - y + z &= 8 \\ 3x + 2y - z &= 20 \end{aligned}$	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & -1 & 7 \\ 2 & -1 & 1 & 8 \\ 3 & 2 & -1 & 20 \end{array}\right)$
$\begin{aligned} x + y - z &= 7 \\ -3y + 3z &= -6 \\ -y + 2z &= -1 \end{aligned}$	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & -1 & 7 \\ 0 & -3 & 3 & -6 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \end{array}\right)$
$\begin{aligned} x + y - z &= 7 \\ -y + z &= -2 \\ -y + 2z &= -1 \end{aligned}$	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & -1 & 7 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \end{array}\right)$
$\begin{aligned} x &= 5 \\ -y + z &= -2 \\ z &= 1 \end{aligned}$	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$
$\begin{aligned} x &= 5 \\ -y &= -3 \\ z &= 1 \end{aligned}$	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$
$\begin{aligned} x &= 5 \\ y &= 3 \\ z &= 1 \end{aligned}$	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$
Lösung: $L = \{(5;3;1)\}$	

Gottlieb-Daimler-Schule 2
Technisches Schulzentrum Sindelfingen
mit Abteilung Akademie für Datenverarbeitung

2.3 Übungsaufgaben

1. $\begin{array}{rcrcr} 3x & + & 4y & = & 32 \\ 3x & + & 7y & = & 47 \end{array}$ $\quad L=\{(4;5)\}$

2. $\begin{array}{rcrcr} 4x & + & 7y & = & 21 \\ 3x & - & 4y & = & 25 \end{array}$ $\quad L=\{(7;-1)\}$

3. $\begin{array}{rcrcr} 3x & - & 17y & = & 18 \\ -11x & + & 8y & = & -66 \end{array}$ $\quad L=\{(6;0)\}$

4. $\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 9 \\ -x_1 & + & x_2 & + & 3x_3 & = & 13 \\ -x_1 & - & 2x_2 & + & 2x_3 & = & 0 \end{array}$ $\quad L=\{(2;3;4)\}$

5. $\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & 4x_2 & - & 5x_3 & = & 21 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & + & 4x_3 & = & -1 \\ x_1 & - & 6x_2 & - & 8x_3 & = & -3 \end{array}$ $\quad L=\{(-1;3;-2)\}$

6. $\begin{array}{rcrcrcr} 5x_1 & + & x_2 & - & 4x_3 & = & 0 \\ 3x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 110 \\ 2x_1 & - & 3x_2 & + & x_3 & = & 0 \end{array}$ $\quad L=\{(11;13;17)\}$

7. $\begin{array}{rcrcrcr} -3x_1 & - & x_2 & - & 2x_3 & = & -40 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & = & 42 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 32 \end{array}$ $\quad L=\{(9;7;3)\}$

8. Ergänzen Sie die Rechenoperationen

1) $\left(\begin{array}{rrr\|r} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 7 & 6 & 7 & 100 \\ 3 & 1 & -2 & 0 \end{array}\right)$	4) $\left(\begin{array}{rrr\|r} 1 & 0 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 35 \end{array}\right)$
2) $\left(\begin{array}{rrr\|r} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 20 & 0 & 100 \\ 0 & 7 & -5 & 0 \end{array}\right)$	5) $\left(\begin{array}{rrr\|r} 1 & 0 & 1 & 10 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \end{array}\right)$
3) $\left(\begin{array}{rrr\|r} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 7 & -5 & 0 \end{array}\right)$	6) $\left(\begin{array}{rrr\|r} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \end{array}\right)$ $L=\{(3\ ;5\ ;7\ )\}$

2.4 Rechnerische Lösung von LO-Problemen

Ein Unternehmen sucht nach einem optimalen Produktionsprogramm.

Folgende Bedingungen sind gegeben:

1. Eine Maschine, die in der Produktionsperiode 1200 Stunden eingesetzt werden kann.
2. Ein Rohstoff, von dem in der Produktionsperiode 3000 Mengeneinheiten zur Verfügung stehen.
3. Für die Fertigung einer Mengeneinheit des

   Produktes P1 werden 3 Maschinenstunden und 5 Mengeneinheiten des Rohstoffes benötigt.

   Produktes P2 werden 2 Maschinenstunden und 10 Mengeneinheiten des Rohstoffes benötigt.
4. P2 wird am Markt nur in Doppelpackungen angeboten und es können höchstens 125 solcher Doppelpackungen abgesetzt werden.
5. Der Gewinn pro Mengeneinheit beträgt bei P1 3 EUR, bei P2 4 EUR.

Mit welchen Mengen von P1 und P2 wird der maximale Gewinn erzielt?

Simplex-Algorithmus

Der Simplex-Algorithmus startet mit einer 1. zulässigen Basislösung (z. B. Null-Programm) und tauscht dann jeweils so lange eine Basis-Variable gegen eine Nicht-Basis-Variable aus, so dass mit jeder Iteration eine Verbesserung der Zielfunktion erreicht wird.
Der Variablen-Austausch erfolgt so lange, bis keine Verbesserung der Zielfunktion mehr möglich ist.
Der Austausch wird so vorgenommen, dass man immer zulässige Basislösungen erhält: Nur Eckpunkte des Lösungsbereiches und nicht beliebige Schnittpunkte der einzelnen Geraden miteinander werden ausgewählt.

Tableau I (Ausgangstableau)

BV	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	RS
s_1	3	2	1	0	0	1200
s_2	5	10	0	1	0	3000
s_3	0	0,5	0	0	1	125
-G	3	4	0	0	0	0

Datum: ______________________

Tableau II

BV	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	RS
s_1	3	0	1	0	-4	700
s_2	5	0	0	1	-20	500
x_2	0	1	0	0	2	250
-G	3	0	0	0	-8	-1000

Tableau III

BV	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	RS

Tableau IV

BV	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	RS

Übung

Lösen Sie das folgende Optimierungsproblem (Vgl. Ü1) rechnerisch.

Es ist das gewinnmaximale Produktionsprogramm für einen Kleinbetrieb zu ermitteln. Es können zwei Artikel 1 und 2 mit einem Gewinn pro Stück von $g_1 = 500$ EUR und $g_2 = 800$ EUR gefertigt werden.

Zur Produktion stehen zwei Maschinengattungen A und B zur Verfügung. Gelernte Montagekräfte sind ebenfalls nur in geringer Zahl vorhanden. Die speziellen technischen Daten sind in einer Tabelle zusammengefasst.

	Artikel 1	Artikel 2	Kapazität pro Tag
Maschine A	5	2	24 Stunden
Maschine B	1	5	24 Stunden
Montagegruppe	6	6	36 Stunden
Gewinn pro Stück	500	800	

Die Zahlen im mittleren Bereich der Tabelle geben die Belastung der Maschinen durch die Artikel (in Stunden pro Stück) an. So benötigt man z. B. für die Herstellung eines Stückes des Artikels 1 fünf Stunden die Maschine A, eine Stunde die Maschine B und sechs Montagestunden.

Gesucht sind die Mengen x_1 und x_2 der Artikel 1 und 2, die gefertigt werden müssen, um den Gewinn zu maximieren.

Tableau I

BV	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	RS

Datum: ______________________

Tableau II

BV	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	RS

Tableau III

BV	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	RS

Übung

Maximiere $G = 300x_1 + 500x_2 - 36000$ unter folgenden Nebenbedingungen:

1) $x_1 + 2x_2 \le 170$

2) $x_1 + x_2 \le 150$

3) $3x_2 \le 180$ $\qquad x_1, x_2 \ge 0$

Tableau I

BV	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	RS	

Tableau II

BV	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	RS	

Tableau III

BV	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	RS	

Tableau IV

BV	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	RS	

Datum: ______________________

Gottlieb-Daimler-Schule 2
Technisches Schulzentrum Sindelfingen
mit Abteilung Akademie für Datenverarbeitung

2.5 Simplexkriterien: Steepest UnitAscent und Greatest Change

Nach dem ersten Simplexkriterium wählt man zunächst die Nichtbasisvariable, die in die Basis gelangen soll. Man nimmt diejenige, die eine möglichst schnelle Gewinnerhöhung verspricht. Das ist die mit dem absolut größten positiven Koeffizienten in der Zielfunktion. Dieses übliche Kriterium der Auswahl der Nichtbasisvariable heißt „**Steepest Unit Ascent**"–Kriterium.
Nun sagt aber der Anstieg pro Einheit noch nichts darüber aus, wie stark der Gewinn tatsächlich vergrößert wird. Das hängt vielmehr ebenfalls davon ab, um wieviel die Nichtbasisvariable wächst. Diesen Wert erhält man aus dem kleinsten positiven Quotienten, mit dem die Pivotzeile festgelegt wird.
Bei der „**Greatest Change**"–Version wird nun für jede Spalte des Tableaus mit positivem Zielfunktionskoeffizienten dieser kleinste Quotient gebildet und mit dem Zielfunktionskoeffizienten multipliziert. Das das Produkt die tatsächliche Änderung des Gewinns angibt, wird als Pivotspalte diejenige mit dem größten Produkt gewählt.

Tableau I

BV	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	RS			

Tableau II

BV	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	RS			

Tableau III

BV	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	RS			

2.6 Probleme mit unzulässiger Ausgangslösung

Das obige Maximierungsproblem wird um folgende Nebenbedingungen erweitert:

4) $x_1 + 3x_2 \geq 210$

5) $x_1 + x_2 \geq 110$

Neues Tableau I

BV	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	RS

Tableau II

BV	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	RS

Tableau III

BV	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	RS

Tableau IV

BV	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	RS

Übung

Lösen Sie das Maximierungs-Problem mit dem Simplex-Algorithmus:

1) $x_1 + x_2 \leq 10$

2) $x_1 + 2x_2 \leq 14$

3) $x_1 \leq 8$

4) $x_2 \leq 5$

Maximiere $G = 300x_1 + 600x_2$

Übung

Lösen Sie folgendes Maximierungsproblem mit dem Zwei-Phasen-Verfahren und wenn möglich mit dem Greatest-Change Prinzip.

Zielfunktion: $G = x_1 + 2x_2$

Nebenbedingungen:

1) $x_2 \leq 10$
2) $x_1 \leq 10$
3) $x_1 + x_2 \leq 12$
4) $x_1 + x_2 \geq 11$ $\qquad x_1, x_2 \geq 0$

Tableau I

BV	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	RS		

Tableau II

BV	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	RS		

Datum: ______________________

Tableau III

BV	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	RS		

Tableau IV

BV	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	RS		

Übung

Ein Betrieb produziert vier Produkte, zwei Haupt- und zwei Nebenprodukte, die folgenden Beschränkungen unterliegen:

$x_1 + x_2 + x_4 \leq 170$

$x_2 + x_3 \leq 150$

$2x_2 + x_4 \leq 180$ $\qquad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

Zusätzlich wird jeweils das Hauptprodukt I nur zusammen mit Nebenprodukt I und das Hauptprodukt II nur mit Nebenprodukt II abgesetzt.

Daraus ergeben sich weitere Nebenbedingungen:

Maximiere $G = 300x_1 + 500x_2 - 36000$.

Tableau I

BV	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	RS

Datum: ______________________

BV	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	RS

BV	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	RS

2.7 Dual-Simplex-Verfahren

Lösen Sie das folgende Problem zur Minimum-Optimierung rechnerisch:
Für den Transport einer Ware in eine Stadt stehen zwei Auslieferungslager zur Verfügung. Es werden täglich x_1 Stück vom 1. Lager, x_2 Stück vom 2. Lager geliefert, wobei folgende Nebenbedingungen zu erfüllen sind:

1. $x_1 \geq 100$
2. $x_2 \geq 100$
3. $x_1 + x_2 \geq 500$
4. $x_1 + 3x_2 \geq 900$
5. $3x_1 + 2x_2 \geq 1200$

Bei welchen Anzahlen x_1 und x_2 sind die Transportkosten minimal, wenn für den Transport aus dem 1. Lager 2 EUR pro Stück, für den Transport aus dem 2. Lager 8 EUR pro Stück anzusetzen sind?
Zielfunktion:

Da eine Kostenminimierung immer einer Gewinnmaximierung entspricht, gilt nach dem „Dualitätssatz“: Besitzen zwei zueinander duale Modelle zulässige Lösungen, dann ist der Minimalwert der Zielfunktion der Minimierungsaufgabe gleich dem Maximalwert der Zielfunktion der Maximierungsaufgabe: $G_{max} = K_{min}$
Es existiert daher ein Beweis, dass dem vorgegebenen Minimierungsproblem folgendes Dualproblem entspricht – und es mit der Dual-Simplex-Methode zu lösen ist.
Duales Problem:
Aus den Zeilen des primalen Gleichungssystems werden die Spalten des dualen Gleichungssystems und aus $\geq$ wird $\leq$.

Tableau I

BV	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	s_1	s_2	RS
s_1								
s_2								
-G								

Gottlieb-Daimler-Schule 2
Technisches Schulzentrum Sindelfingen
mit Abteilung Akademie für Datenverarbeitung

Tableau II

BV	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	s_1	s_2	RS
-G								

Tableau III

BV	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	s_1	s_2	RS
-G								

Tableau IV

BV	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	s_1	s_2	RS
-G								

Übung

Dual-Simplex-Verfahren

Lösen Sie das folgende Problem mit dem Dual-Simplex-Algorithmus:

$$
\begin{array}{ccccccccc}
4x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & \geq & 2 & & \\
3x_1 & + & 2x_2 & + & 7x_3 & \geq & 3 & & x_1, x_2 \geq 0 \\
600x_1 & + & 320x_2 & + & 840x_3 & = & K \rightarrow \text{Min} & &
\end{array}
$$

Das zugehörige duale System lautet:

Tableau I

BV	u_1	u_2	s_1	s_2	s_3	RS
s_1						
s_2						
s_3						
-G						

Tableau II

BV	u_1	u_2	s_1	s_2	s_3	RS
-G						

Tableau III

BV	u_1	u_2	s_1	s_2	s_3	RS
-G						

Lösung: