

# 1 Описание игры

Рассмотрим два поля размера  $L \times L$ , на которых агенты играют в модификацию игры со средним полем с выигрышами  $b_1$  и  $b_2$  соответственно. Плотность кооператоров на полях равна  $f_1$  и  $f_2$ . Модификация игры заключается в том, что вместо игры со средним кооператором на этом же самом поле, он играет против среднего кооператора с другого поля. (В таблице 2 представлен выигрыш агента с поля 1, при игре против агента с поля 2)

Таблица 1: Выигрыш агента при игре с соседями

		Агент	
		$\mathcal{D}$	$\mathcal{C}$
Сосед	$\mathcal{D}$	0	0
	$\mathcal{C}$	$b_1$	1

Таблица 2: Выигрыш агента с первого поля при игре против среднего кооператора со второго поля

		Агент	
		$\mathcal{D}$	$\mathcal{C}$
Сосед	$\mathcal{D}$	0	0
	$\mathcal{C}$	$b_1 f_2$	$f_2$

## 2 Как считались данные

Для моделирования было сгенерировано 40 различных пар начальных полей  $100 \times 100$  с начальной плотностью кооператоров равной 0.9. В каждой паре полей оба поля были идентичными. Моделирование проводилось на парах  $(b_1, b_2)$ , где  $b_2 \geq b_1$  и  $b_1, b_2$  брались из интервала  $[0.9, 2.0]$ . Значение  $\frac{f_1 + f_2}{2}$  рассчитывалось как средняя плотность 40 полей с 10000 до 16000 шага. Так как оба поля в начальный момент времени совпадают, то поведение на первом и втором поле при параметрах  $(b_1, b_2)$  будет совпадать с поведением на втором и первом поле соответственно при параметрах  $(b_2, b_1)$ , что было использовано при моделировании.

## 3 Что не ожидаем увидеть?

Для начала обсудим, какие значения  $\frac{f_1 + f_2}{2}$  мы **не ожидаем** увидеть. Так как плотность кооператоров на первом поле зависит от распределения кооператоров на поле и плотности кооператоров на втором поле, то  $f_1$  должно отличаться от плотности, если бы поля "не взаимодействовали". Аналогичные рассуждения верны для  $f_2$ . Предположим что это не так, тогда  $\frac{f_1 + f_2}{2}$  будет принимать значения, показанные на рис. 1

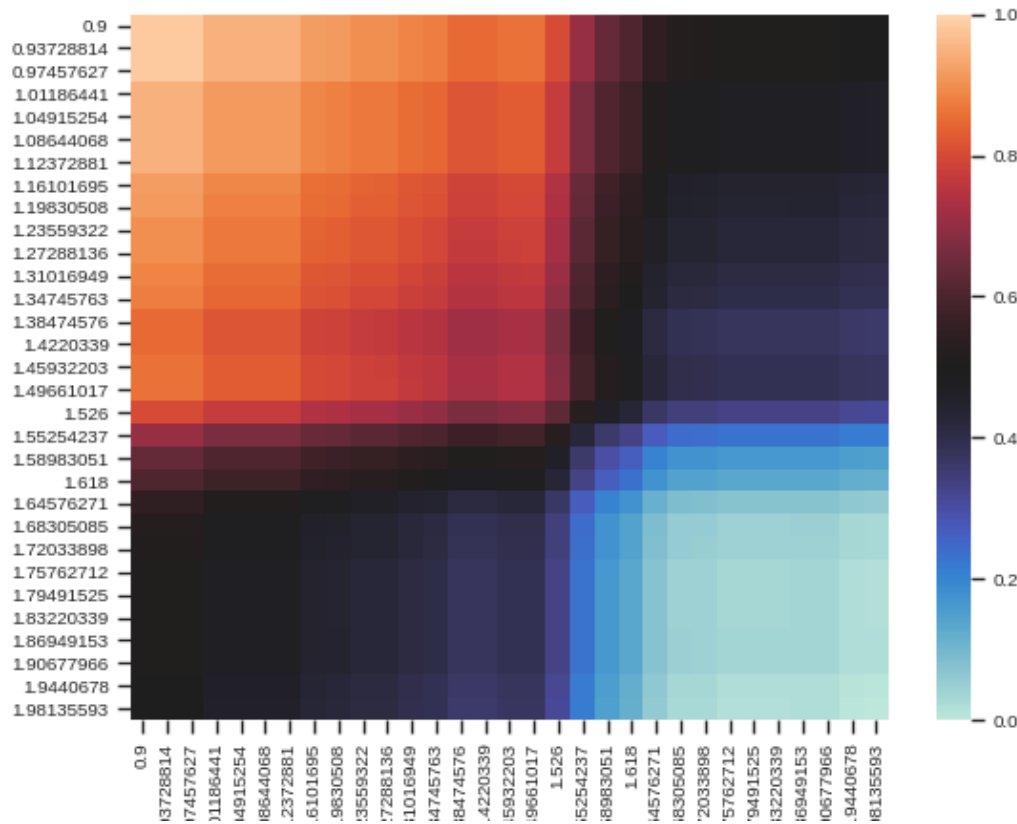


Рис. 1: Средняя плотность кооператоров на несвязанных полях. Цветом отмечена средняя плотность на двух полях. Данные показаны для точек, отличных от точек на других рисунках.

## 4 Что получилось

На рисунках 2, 4 и 5 показана зависимость  $\frac{f_1+f_2}{2}$  от параметра выигрыша. При сравнении рис. 1 и 2 хорошо видно, что при игре на связанных полях происходит более резкий переход, в сравнении с игрой на несвязанных полях. Особенно хорошо переход виден на рис. 5<sup>1</sup>. Для более конкретных выводов требуются данные из большего числа точек.

На рис. 3 показана плотность на первом и втором полях. Можно заметить, что при "больших" и "маленьких" значениях выигрыша, плотность кооператоров на соответствующем поле не зависит от выигрыша на другом. На рис. 6 показана плотность кооператоров на первом поле.

<sup>1</sup>Почему-то в первый раз форма графика напомнила висячие сады или фермы в горах(не помню название технологии)

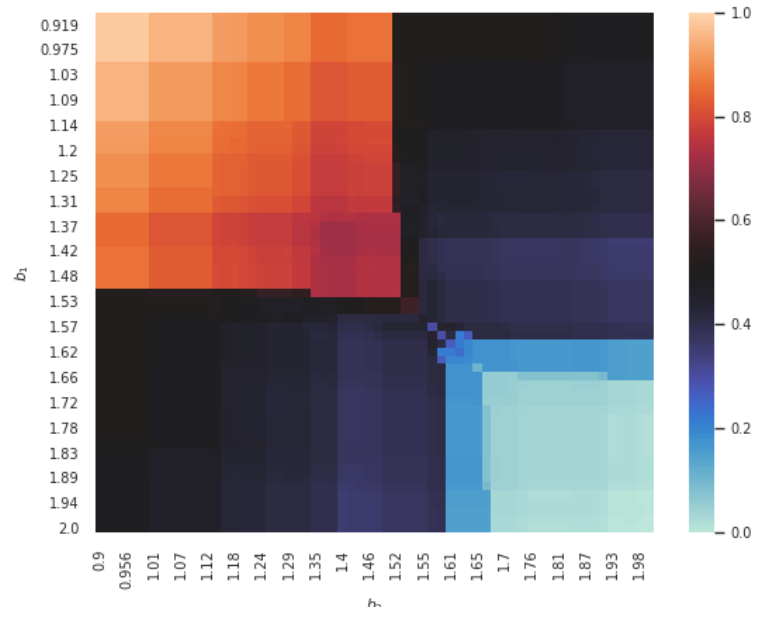


Рис. 2: Средняя плотность кооператоров на **связанных** полях. Цветом отмечена средняя плотность на двух полях.  $b_1$  по вертикали,  $b_2$  по горизонтали.

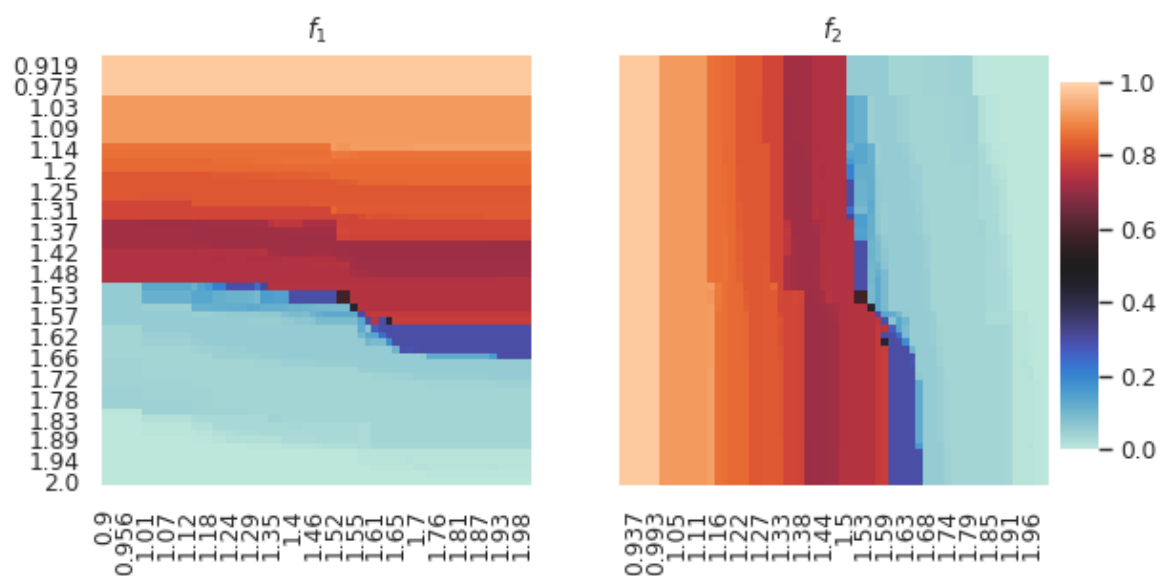


Рис. 3: Плотность кооператоров на первом и втором поле.  $b_1$  по вертикали,  $b_2$  по горизонтали.

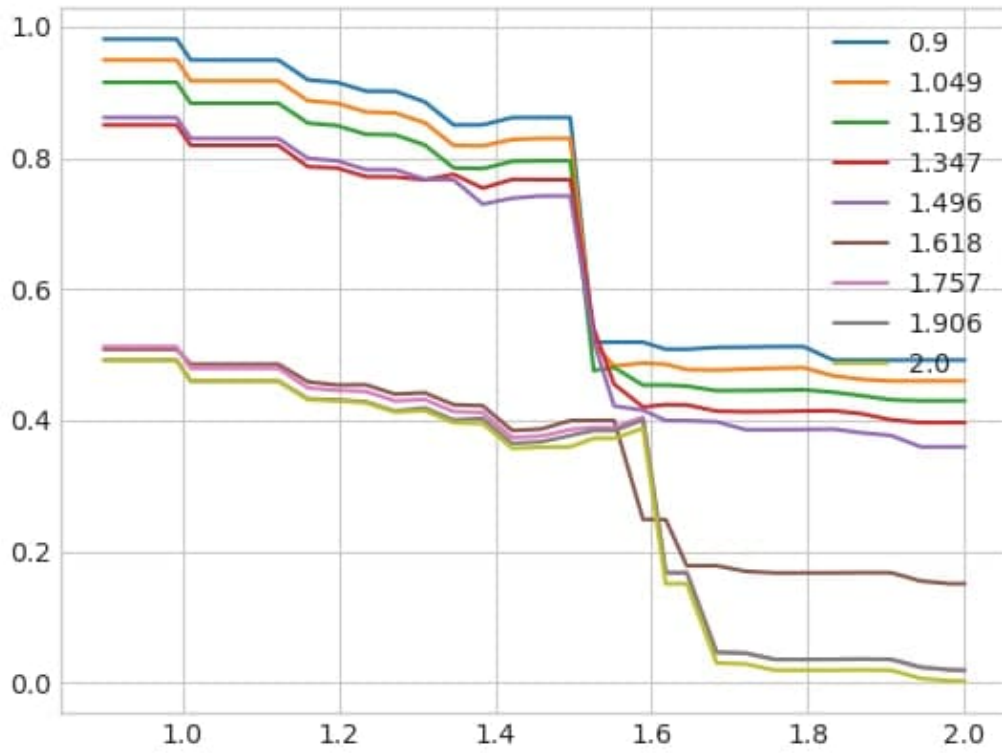


Рис. 4: Зависимость средней плотности кооператоров от  $b_2$  при фиксированном значении  $b_1$ .

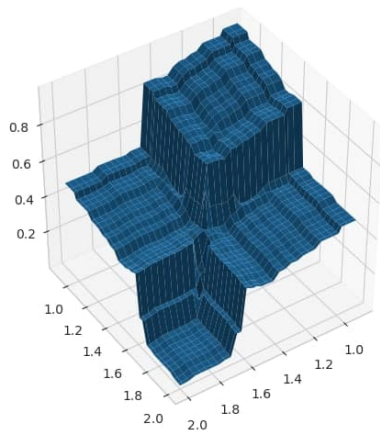


Рис. 5: Средняя плотность кооператоров на связанных полях. Тоже самое, что и рис. 2, но визуализированное по другому.

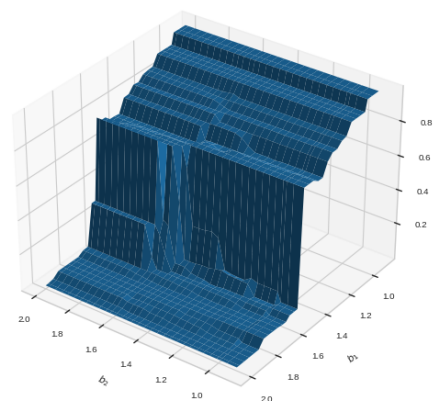


Рис. 6: Плотность кооператоров на первом поле.

## 5 Persistence

Чтобы посмотреть на поведение игры при различных значениях выигрыша мы посчитали persistence. Полученные данные отображены на рис. 7. Около крайних значений параметра выигрыша(0.9, 2) значение *persistence* на поле никак не зависит от выигрыша на другом поле, но при остальных значениях от параметра выигрыша на втором поле зависит наличие хаотического режима на первом поле и наоборот.

На рис. 8 показана зависимость *persistence* на втором поле от  $b_2$  при некоторых значениях  $b_1$ . При определенных значениях  $b_1$  можно наблюдать возникновение хаотического режима в одной точке. Чтобы прояснить поведение в данной точке было взято несколько значений  $b_1$  вокруг данной точки и для них был посчитан persistence при 1000, 2000, 10000 и 15000 шагах. Я не привожу графики для последних трех, так как они полностью совпадают с 1000.(рис. 9)

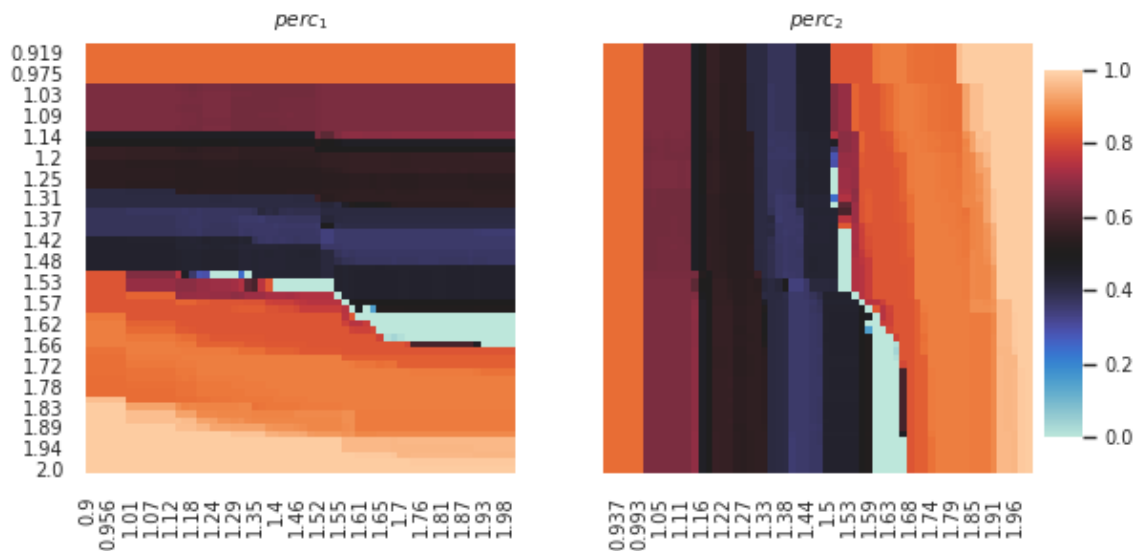


Рис. 7: persistence на первом и втором полях.

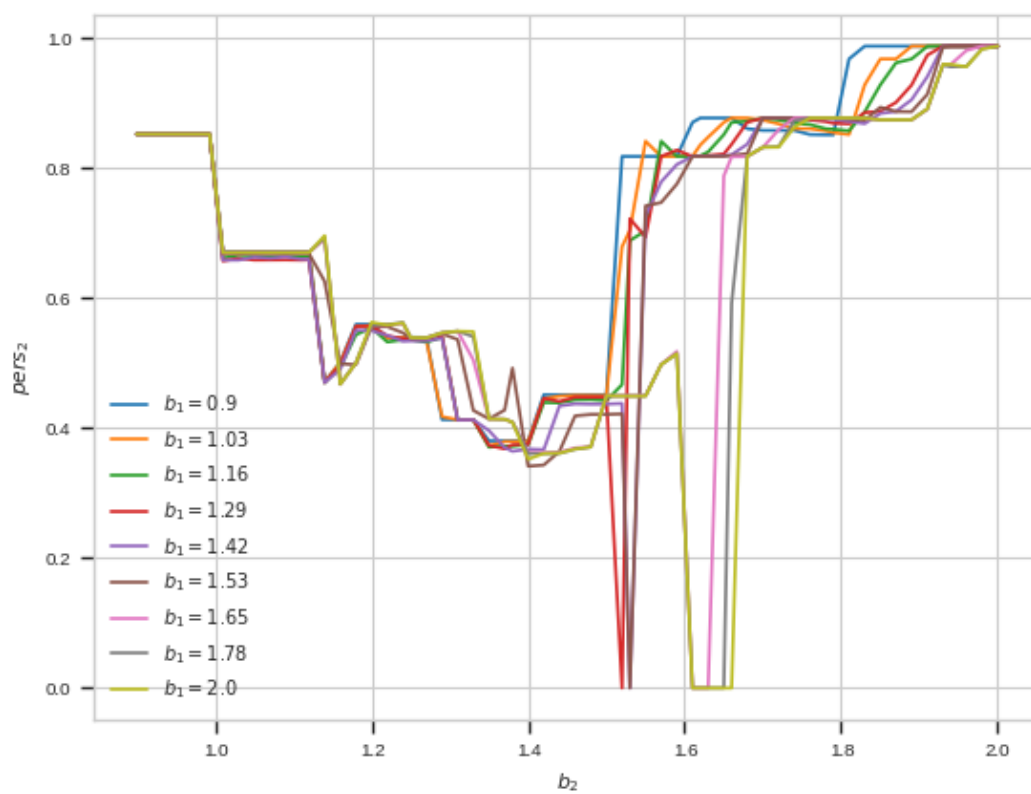


Рис. 8: persistence на втором поле при различных  $b_1$ .

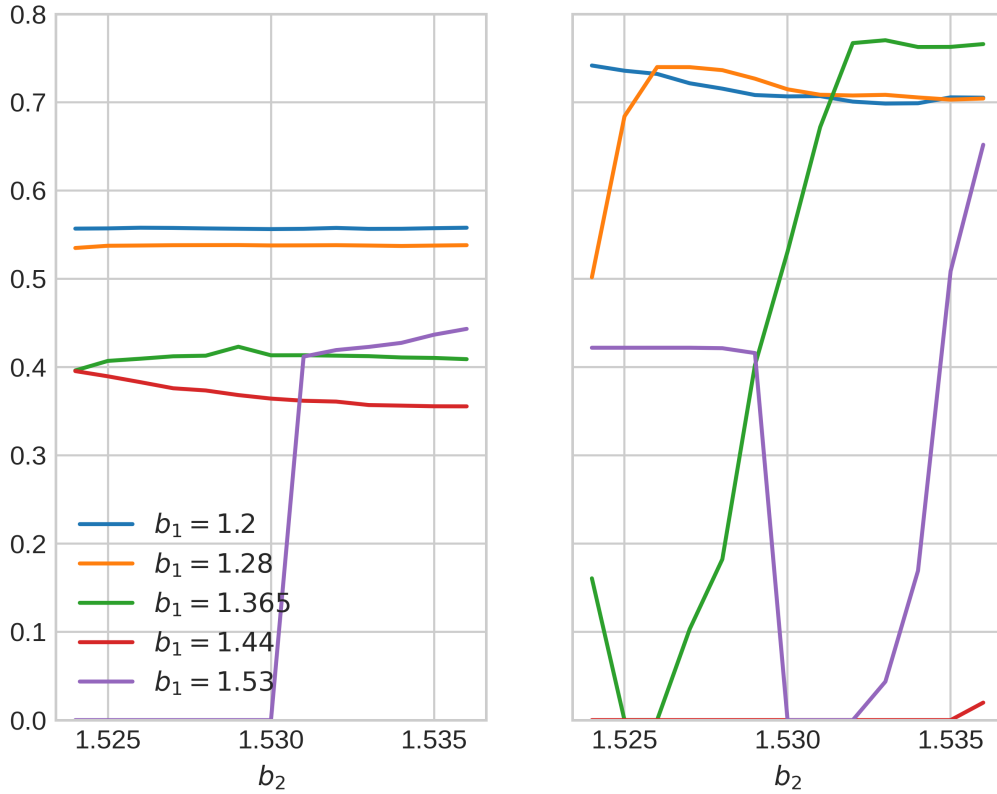


Рис. 9: persistence на первом и втором поле при различных  $b_1$  около  $b_2 = 1.53$ .

### 5.1 Смена persistence

Наиболее интересным случаем для рассмотрения является  $b_1 = 1.53$ . При  $b_2 < 1.53$  на первом поле агенты находятся в "хаотическом режиме" с крупными кластерами кооператоров (синие), в то время как на втором поле дефекторы образуют сеть каналов, с крупными кластерами кооператоров. При  $b_2 = 1.53$  агенты на обоих полях находятся в хаотическом режиме с небольшими кластерами кооператоров и дефекторов. При  $b_2 > 1.53$  ситуация на полях меняется и на первом поле дефекторы образуют сеть каналов, а на втором поле агенты находятся в хаотическом режиме с крупными кластерами кооператоров. (рис. 13)

Похожий переход для значения  $b_1 = 1.56$  представлен ниже (см. 6.1)



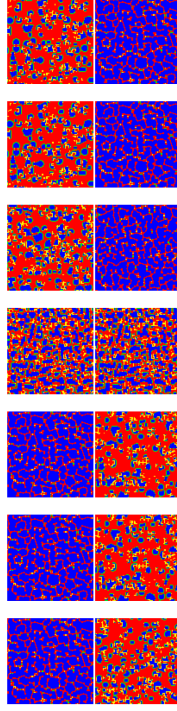


Рис. 10: Окрашенные поля при  $b_1 = 1.53$  и  $b_2 = 1.527, 1.528, 1.529, 1.53, 1.531, 1.532, 1.533$

## 5.2 Persistence вблизи диагонали с хаосом

Для более подробного изучения перехода был рассмотрен *persistence* на втором поле при значениях, близких к хаотическому режиму при игре на одном поле. На рис. 11, 12 показано значение *persistence* при смещении на  $\Delta$  перпендикулярно диагонали в точке  $(b, b)$ . Как видно из графика, при проходе через диагональ *persistence* меняется скачком. Те при  $\Delta \neq 0$  (при большинстве значений) большинство агентов не меняет свою стратегию и "стабильны" но при  $\Delta = 0$  наступает режим "хаоса" и все агенты меняют свою стратегию. Существуют значения параметра выигрыша, при которых либо с одной, либо с обеих сторон сохраняется хаос, но при отдалении от диагонали он пропадает таким же резким скачком.

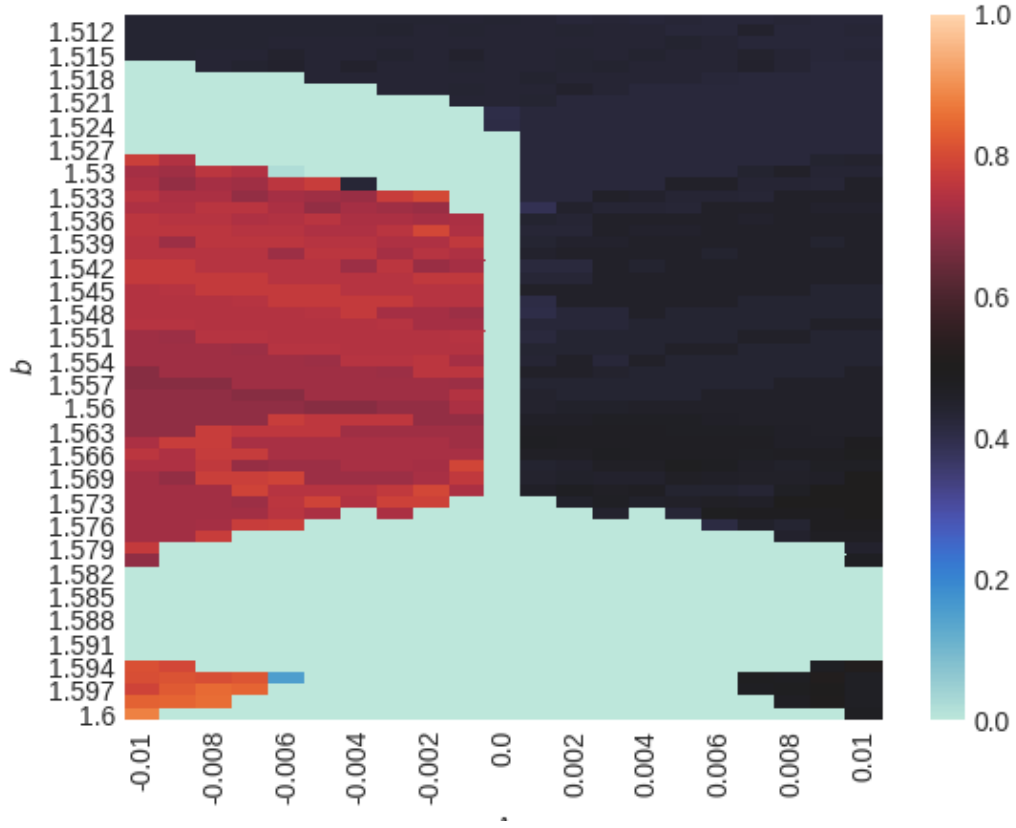


Рис. 11: Persistence на втором поле вблизи диагонали  $(b, b)$ . По вертикальной оси значение  $b$ , по горизонтали расстояние от диагонали  $\Delta$   $((b_1, b_2) = (b, b) + (1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2})\Delta)$ . Цветом обозначен *persistence*.  $\Delta$  с шагом 0.001

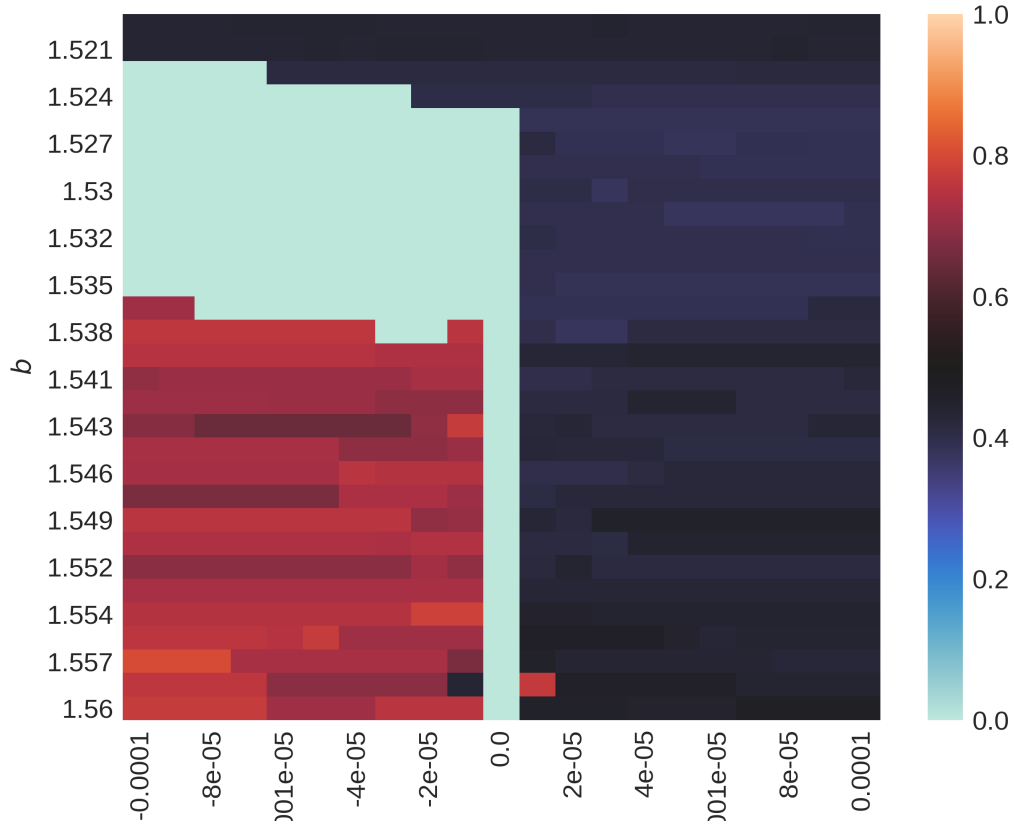


Рис. 12: Persistence вблизи диагонали  $(b, b)$ .  $\Delta$  с шагом 0.00001

## 6 Конфигурации поля

Так как существуют значения  $(b_1, b_2)$  при которых persistence не 0 и не 1 одновременно, было интересно посмотреть на конфигурации при различных значениях выигрыша. На рис. 13 показаны конфигурации поля на большом времени при  $b_1, b_2 \in \{0.9, 1.24, 1.4, 1.55, 1.7, 1.98\}$ . Предварительно нельзя говорить о появлении каких-либо новых конфигураций по сравнению с обычной игрой со средним полем.

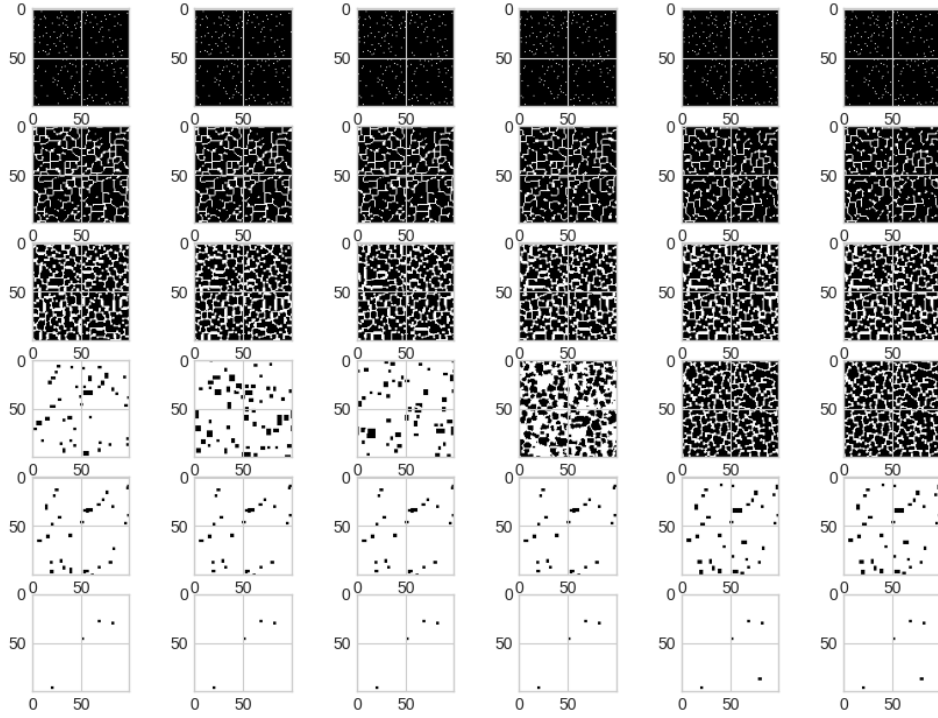


Рис. 13: Конфигурации поля.

### 6.1 Еще пример изменения конфигураций

На рис. 15 показаны поле 1 и 2 при различных значениях  $b_2$ . Как видно из рисунка, при  $b_2 \neq b_1$ , на обоих полях наблюдаются устойчивые конфигурации, причем при  $b_2 < b_1$ , на первом поле кооператоры образуют прямоугольные кластеры, а на втором дефекторы образуют сеть каналов с крупными кластерами кооператоров. При  $b_2 = b_1$  на обоих полях агенты находятся в хаотическом режиме.

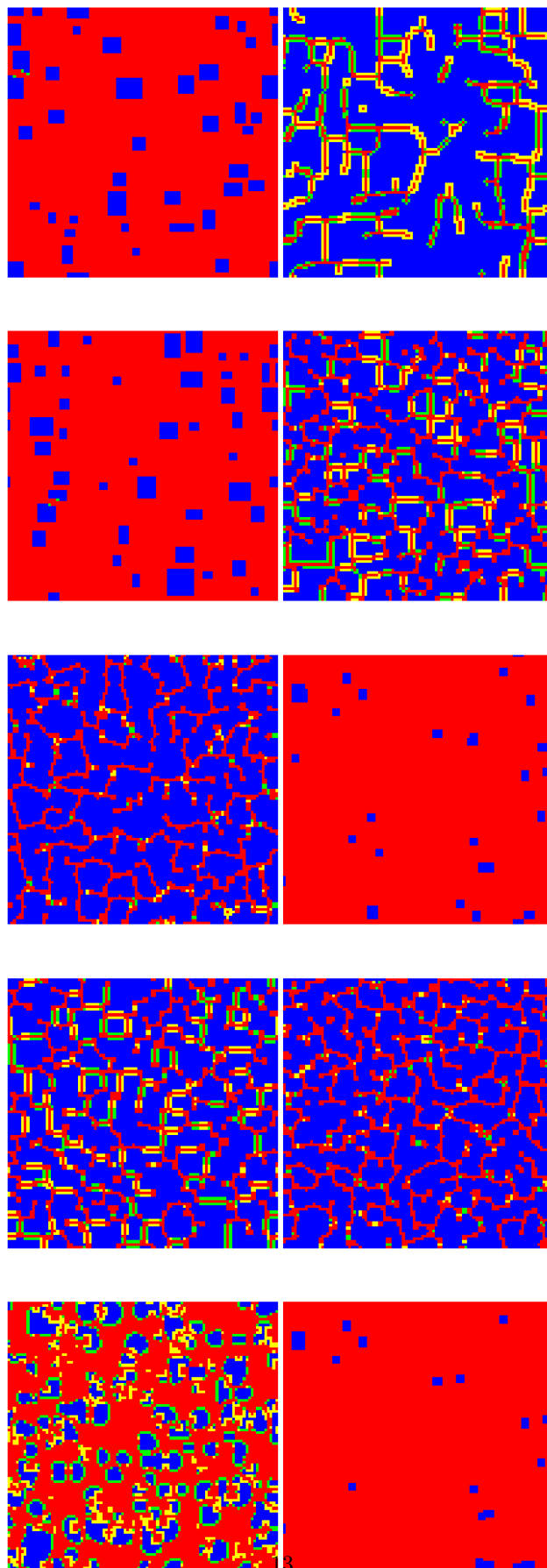


Рис. 14: Окрашенные поля при  $((1.53, 1.38), (1.56, 1.46), (1.56, 1.7), (1.37, 1.46), (1.6, 1.8))$ .

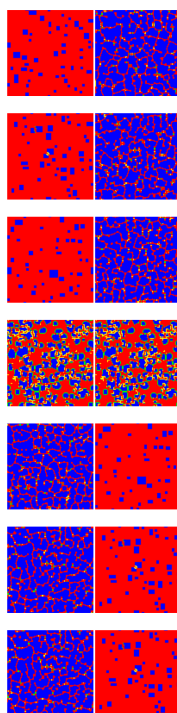


Рис. 15: Окрашенные поля при  $b_1 = 1.56$  и  $b_2 = 1.557, 1.558, 1.559, 1.56, 1.561, 1.562, 1.563$