Министерство образования и науки Российской федерации

Алтайский государственный технический университет

им. И.И. Ползунова

Отчет

о лабораторной работе №2

по теме: «Моделирование систем массового обслуживания (СМО)»

предмет: Математические модели и методы поддержки принятия решений

Выполнил Студент группы 8ПИЭ-41

Хартов А.Е.

Проверил Блем А.Г.

Барнаул 2024

Цель работы - овладение навыками построения математических моделейсистем массового обслуживания (СМО), расчета характеристик СМО и нахождения оптимальных управленческих решений.

Под системой массового обслуживания (СМО) понимается некоторая система, предназначенная для обслуживания поступающих в систему заявок.

Элементы СМО называются обслуживающими каналами. Заявки в систему поступают в случайные моменты времени, продолжительность обслуживания одной заявки также является случайной величиной.

Интенсивность (скорость) потока обозначается символом $\boldsymbol{\lambda}$, и представляет собой среднее число событий, приходящееся на единицу времени.

Поток событий называется стационарным, если его вероятностные характеристики не зависят от времени. Например, поток покупателей в магазине между 17 и 18 часами можно считать стационарным, тот же поток в течение всего рабочего дня таковым не является.

Поток событий называется ординарным, если события в нем появляются поодиночке, а не группами по нескольку сразу.

Поток событий называется без последействия, если для любых непересекающихся интервалов времени число событий, попадающих на один из них, не зависит от того, сколько событий попало на другой.

Поток событий называется простейшим (стационарным пуассоновским), если он обладает свойствами стационарности, ординарности и не имеет последействия.

По количеству обслуживающих каналов различают одноканальные (состоящие из одного обслуживающего канала) и многоканальные (состоящие из нескольких каналов) СМО.

По тому, что происходит с заявками, если они поступают в систему, когда все обслуживающие каналы заняты, различают «СМО с отказами» (заявки получают отказ и покидают систему) и «СМО с ожиданием (очередью)» (заявки встают в очередь на обслуживание).

Входные переменные СМО:

λ -интенсивность (скорость) входного потока заявок (среднее количество заявок, поступающих в систему в единицу времени),

μ – интенсивность (скорость) обслуживания (среднее количество заявок, которое может обслужить один канал в единицу времени)

Примечание. В аналитических моделях СМО предполагается, что производительность всех обслуживающих каналов одинаковая.

x – количество обслуживающих каналов

μx – совокупная интенсивность (скорость) обслуживания (среднее количество заявок, которое могут обслужить все обслуживающие каналы, то есть вся СМО в единицу времени, при условии что все каналы имеют одинаковую производительность).

При этом переменные **λ** и **μ** являются неуправляемыми переменными, а переменная **x** управляемой переменной СМО.

Выходные переменные СМО:

Для систем с отказами основными выходными переменными являются:

Ротк – вероятность в отказе обслуживания поступившей заявки;

А – абсолютная пропускная способность СМО (среднее число заявок, обслуженных в единицу времени)

К – коэффициент загрузки СМО (доля каналов, занятых обслуживанием)

Для систем с ожиданием основными выходными переменными являются:

Y1 – средняя длина очереди (среднее количество заявок, ожидающих обслуживания);

Y2 – среднее количество заявок в системе (в очереди плюс на обслуживании);

Y3 – среднее время ожидания заявки (среднее время нахождения в очереди: от момента поступления заявки до начала обслуживания);

Y4 – среднее время нахождения заявки в системе (от момента поступления до окончания обслуживания);

Pi – вероятность того, что в системе находится i заявок (соответственно P0 – вероятность того, что в системе нет ни одной заявки);

К – коэффициент загрузки обслуживающих каналов

Задание.

Проектируется авторемонтная мастерская. Предполагается, что поток клиентов составит в среднем 10 заявок в неделю. Продолжительность ремонта в среднем составляет один рабочий день. Работа мастерской предполагается без выходных, то есть семь дней в неделю. Сколько обслуживающих каналов целесообразно предусмотреть в проектируемой автомастерской, если мы хотим, чтобы было обслужено не менее 90 процентов клиентов, обратившихся в мастерскую. (Предполагается, что если в момент обращения клиента все обслуживающие каналы заняты, клиент покидает систему не обслуженным.)

Решение:

$\lambda = 10$

$\mu = 7$

$x = ?$

```python
L = 10
M = 7
X = 1

RO = L/M

Potk  = 1
while (Potk > 0.1):
    X += 1
    F = 1
    R = 1
    S = 1

    for i in range(1,X+1):
        F = F * i
        R = R * RO
        S = S + R/F
    P0 = 1/S
    Potk = (R/F) * P0

print("P0 = ", str(P0))
print("Potk = ", str(Potk))
print("X = ", str(X))
```

Результат:

```
P0 =  0.24340215591525022
Potk =  0.042239718852431316
X =  4
```

Вывод:

Целесообразно предусмотреть 4 обслуживающих канала в автомастерской, тогда будет обслужено не менее 90 процентов клиентов