Задача №26

```
L = 20
M = 30
X = 2

RO = L/M

F = 1
R = 1
S = 1

for i in range(1,X+1):
    F = F * i
    R = R * RO
    S = S + R/F
S = S + (R * RO)/(F * (X - RO))
P0 = 1/S
Y1 = (R * RO * P0)/((F/X)*(X-RO)*(X-RO))
Y2 = Y1 + RO
Y3 = Y1/L
Y4 = Y2/L

print("P0 = ", str(P0))
print()

F = 1
R = 1
Pall = P0
for i in range(1,X):
    F = F * i
    R = R * RO
    PI = R/F*P0
    print("P",str(i)," = ", str(PI))
    #print(PI)
    print()
    Pall += PI


print("1-summ(P) = ", str(1-Pall))
print()
print("Y1 =")
print(Y1)
print("Y2 =")
print(Y2)
print("Y3 =")
print(Y3)
print("Y4 =")
print(Y4)
```

Необходимо чтобы параметр 1-summ(P) был меньше 0,05

При x=2 получается 0.16

```
P0 =  0.5

P 1  =  0.3333333333333333

1-summ(P) =  0.16666666666666674

Y1 =
0.08333333333333331
Y2 =
0.75
Y3 =
0.004166666666666666
Y4 =
0.0375
```

При x = 3 получается 0.032

```
P0 =  0.5121951219512195

P 1  =  0.3414634146341463

P 2  =  0.11382113821138211

1-summ(P) =  0.0325203252032521

Y1 =
0.009291521486643434
Y2 =
0.6759581881533101
Y3 =
0.0004645760743321717З
Y4 =
0.033797909407665506
```

Ответ: Необходимо три полосы

Задача №10

x1 – кол-во пиломатериалов, м^3

x2 – кол-во фанеры, м^2

кол-во еловых лесоматериалов: x1+5x2, м^3

кол-во пихтовых лесоматериалов: 2,5x1+10x2, м^3

Таким образом, ограничения:

x1+5x2≤80

2,5x1+10x2≤180

x1≥10

x2≥12

x1, x2 ≥0

Целевая функция:

F=16x1+60x2→мах

Решение с помощью сервиса «math.semestr.ru»:

$x_1+5x_2+x_3 = 80$

$2.5x_1+10x_2+x_4 = 180$

$x_1-x_5 = 10$

$x_2-x_6 = 12$

1	5	1	0	0	0	80
2.5	10	0	1	0	0	180
-1	0	0	0	1	0	-10
0	-1	0	0	0	1	-12

Поскольку в системе имеется единичная матрица, то в качестве базисных переменных принимаем X = (3,4,5,6).

Выразим базисные переменные через остальные:

$x_3 = -x_1-5x_2+80$

$x_4 = -2.5x_1-10x_2+180$

$x_5 = x_1-10$

$x_6 = x_2-12$

Подставим их в целевую функцию:

$F(X) = 16x_1+60x_2$

Среди свободных членов b_i имеются отрицательные значения, следовательно, полученный базисный план не является опорным.

Вместо переменной x_6 следует ввести переменную x_2.

Выполняем преобразования симплексной таблицы методом Жордано-Гаусса.

Базис	B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_3	20	1	0	1	0	0	5
x_4	60	2.5	0	0	1	0	10
x_5	-10	-1	0	0	0	1	0
x_2	12	0	1	0	0	0	-1
F(X0)	-720	16	0	0	0	0	60

Представим расчет каждого элемента в виде таблицы:

B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
80-(-12*5):-1	1-(0*5):-1	5-(-1*5):-1	1-(0*5):-1	0-(0*5):-1	0-(0*5):-1	0-(1*5):-1
180-(-12*10):-1	2.5	10-(-1*10):-1	0-(0*10):-1	1-(0*10):-1	0-(0*10):-1	0-(1*10):-1
-10-(-12*0):-1	-1-(0*0):-1	0-(-1*0):-1	0-(0*0):-1	0-(0*0):-1	1-(0*0):-1	0-(1*0):-1
-12 : -1	0 : -1	-1 : -1	0 : -1	0 : -1	0 : -1	1 : -1

Среди свободных членов b_i имеются отрицательные значения, следовательно, полученный базисный план не является опорным.

Вместо переменной x_5 следует ввести переменную x_1.

Выполняем преобразования симплексной таблицы методом Жордано-Гаусса.

Базис	B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_3	10	0	0	1	0	1	5
x_4	35	0	0	0	1	2.5	10
x_1	10	1	0	0	0	-1	0
x_2	12	0	1	0	0	0	-1
F(X1)	-880	0	0	0	0	16	60

Представим расчет каждого элемента в виде таблицы:

B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
20-(-10*1):-1	1-(-1*1):-1	0-(0*1):-1	1-(0*1):-1	0-(0*1):-1	0-(1*1):-1	5-(0*1):-1
60	2.5	0	0	1	0	10
-10 : -1	-1 : -1	0 : -1	0 : -1	0 : -1	1 : -1	0 : -1
12-(-10*0):-1	0-(-1*0):-1	1-(0*0):-1	0-(0*0):-1	0-(0*0):-1	0-(1*0):-1	-1-(0*0):-1

Выразим базисные переменные через остальные:

$x_3 = -x_5-5x_6+10$

$x_4 = -2.5x_5-10x_6+35$

$x_1 = x_5+10$

$x_2 = x_6+12$

Подставим их в целевую функцию:

$F(X) = 16(x_5+10)+60(x_6+12)$
$F(X) = 16x_5+60x_6+880$

$x_3+x_5+5x_6=10$

$x_4+2.5x_5+10x_6=35$

$x_1-x_5=10$

$x_2-x_6=12$

При вычислениях значение Fc = 880 временно не учитываем.

Матрица коэффициентов A = a(ij) этой системы уравнений имеет вид:

A =

0	0	1	0	1	5
0	0	0	1	2,5	10
1	0	0	0	-1	0
0	1	0	0	0	-1

Полагая, что **свободные переменные** равны 0, получим первый опорный план:

X0 = (10,12,10,35,0,0)

Базисное решение называется допустимым, если оно неотрицательно.

Базис	B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_3	10	0	0	1	0	1	5
x_4	35	0	0	0	1	2.5	10
x_1	10	1	0	0	0	-1	0
x_2	12	0	1	0	0	0	-1
F(X0)	0	0	0	0	0	-16	-60

Переходим к основному алгоритму симплекс-метода.
Итерация №0.
1. Проверка критерия оптимальности.
Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты.
2. Определение новой базисной переменной.
В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x_6, так как это наибольший коэффициент по модулю.
3. Определение новой свободной переменной.
Вычислим значения D_i по строкам как частное от деления: b_i / a_{i6}
и из них выберем наименьшее:
min (10 : 5 , 35 : 10 , - , -) = 2
Следовательно, 1-ая строка является ведущей.
Разрешающий элемент равен (5) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

Базис	B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	min
x_3	10	0	0	1	0	1	5	2
x_4	35	0	0	0	1	2.5	10	7/2
x_1	10	1	0	0	0	-1	0	-
x_2	12	0	1	0	0	0	-1	-
F(X1)	0	0	0	0	0	-16	-60	0

4. Пересчет симплекс-таблицы.
Формируем следующую часть симплексной таблицы. Вместо переменной x_3 в план 1 войдет переменная x_6.

Получаем новую симплекс-таблицу:

Базис	B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_6	2	0	0	1/5	0	1/5	1
x_4	15	0	0	-2	1	0.5	0
x_1	10	1	0	0	0	-1	0
x_2	14	0	1	1/5	0	1/5	0
F(X1)	120	0	0	12	0	-4	0

Итерация №1.

1. Проверка критерия оптимальности.

Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты.

2. Определение новой базисной переменной.

В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x_5, так как это наибольший коэффициент по модулю.

3. Определение новой свободной переменной.

Вычислим значения D_i по строкам как частное от деления: b_i / a_{i5}

и из них выберем наименьшее:

min (2 : 1/5 , 15 : 0.5 , - , 14 : 1/5) = 10

Следовательно, 1-ая строка является ведущей.

Разрешающий элемент равен (1/5) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

Базис	B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	min
x_6	2	0	0	1/5	0	1/5	1	10
x_4	15	0	0	-2	1	0.5	0	30
x_1	10	1	0	0	0	-1	0	-
x_2	14	0	1	1/5	0	1/5	0	70
F(X2)	120	0	0	12	0	-4	0	0

4. Пересчет симплекс-таблицы.

Формируем следующую часть симплексной таблицы. Вместо переменной x_6 в план 2 войдет переменная x_5.

Получаем новую симплекс-таблицу:

Базис	B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_5	10	0	0	1	0	1	5
x_4	10	0	0	-2.5	1	0	-2.5
x_1	20	1	0	1	0	0	5
x_2	12	0	1	0	0	0	-1
F(X2)	160	0	0	16	0	0	20

1. Проверка критерия оптимальности.

Среди значений индексной строки нет отрицательных. Поэтому эта таблица определяет оптимальный план задачи.

Окончательный вариант симплекс-таблицы:

Базис	B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_5	10	0	0	1	0	1	5
x_4	10	0	0	-2.5	1	0	-2.5
x_1	20	1	0	1	0	0	5
x_2	12	0	1	0	0	0	-1
F(X3)	160	0	0	16	0	0	20

Оптимальный план можно записать так:

$x_1 = 20$, $x_2 = 12$

F(X) = 16*20 + 60*12 = 1040

Задача №21

Расширенная матрица системы ограничений-равенств данной задачи:

8	2	-1	-1	0	0	0
5	3	-1	0	-1	0	0
3	6	-1	0	0	-1	0
1	1	0	0	0	0	1

Приведем систему к единичной матрице методом жордановских преобразований.

Выразим базисные переменные через остальные:

$x_1 = -2/11x_6+{}^1/_{11}$

$x_4 = 4/3x_5-25/33x_6+{}^7/_{33}$

$x_2 = -1/3x_5+7/33x_6+{}^2/_{33}$

$x = x_3+7/3x_5+8/33x_6+{}^7/_{33}$

Подставим их в целевую функцию:

$F(X) = x_3$

или

$F(X) = -2x_5-3/11x_6$

$x_1+2/11x_6={}^1/_{11}$

$x_4-4/3x_5+25/33x_6={}^7/_{33}$

$x_2+1/3x_5-7/33x_6={}^2/_{33}$

$-x_3-7/3x_5-8/33x_6={}^7/_{33}$

Матрица коэффициентов A = a(ij) этой системы уравнений имеет вид:

A =

1	0	0	0	0	2/11
0	0	0	1	-4/3	25/33
0	1	0	0	1/3	-7/33
0	0	-1	0	-7/3	-8/33

Полагая, что **свободные переменные** равны 0, получим первый опорный план:

X0 = ($^{1}/_{11}$,$^{2}/_{33}$,0,$^{7}/_{33}$,0,0)

Базисное решение называется допустимым, если оно неотрицательно.

Базис	B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	1/11	1	0	0	0	0	2/11
x_4	7/33	0	0	0	1	-4/3	25/33
x_2	2/33	0	1	0	0	1/3	-7/33
x	7/33	0	0	-1	0	-7/3	-8/33
F(X0)	0	0	0	0	0	2	3/11

Переходим к основному алгоритму симплекс-метода.

1. Проверка критерия оптимальности.

Среди значений индексной строки нет отрицательных. Поэтому эта таблица определяет оптимальный план задачи.

Окончательный вариант симплекс-таблицы:

Базис	B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	1/11	1	0	0	0	0	2/11
x_4	7/33	0	0	0	1	-4/3	25/33
x_2	2/33	0	1	0	0	1/3	-7/33
x	7/33	0	0	-1	0	-7/3	-8/33
F(X1)	0	0	0	0	0	2	3/11

Оптимальный план можно записать так:

x_1 = $^{1}/_{11}$, x_2 = $^{2}/_{33}$, x_3 = 0

F(X) = 1*0 = 0

Задача №22

Задача коммивояжера

	База	Точка 1	Точка2	Точка 3	Точка 4	Точка 5
База	0	12	8	6	10	7
Точка 1	12	0	5	13	6	10
Точка 2	8	5	0	8	4	3
Точка 3	6	13	8	0	8	15
Точка 4	10	6	4	8	0	6
Точка 5	7	10	3	15	6	0

Код программы на python:

```
from itertools import permutations

# Матрица расстояний
distance_matrix = [
    [0, 12, 8, 6, 10, 7],   # База
    [12, 0, 5, 13, 6, 10],  # Точка 1
    [8, 5, 0, 8, 4, 3],     # Точка 2
    [6, 13, 8, 0, 8, 15],   # Точка 3
    [10, 6, 4, 8, 0, 6],    # Точка 4
    [7, 10, 3, 15, 6, 0]    # Точка 5
]

# Точки для посещения (1-5, без базы)
points = [1, 2, 3, 4, 5]

# Инициализируем минимальное расстояние и лучший маршрут
min_distance = float('inf')
best_route = []

# Перебор всех перестановок точек
for perm in permutations(points):
    # Добавляем путь из базы в первую точку и возвращение на базу
    current_distance = distance_matrix[0][perm[0]]  # База -> первая точка
    for i in range(len(perm) - 1):
        current_distance += distance_matrix[perm[i]][perm[i + 1]]  # Точки между
собой
    current_distance += distance_matrix[perm[-1]][0]  # Последняя точка -> база

    # Проверяем, является ли данный маршрут минимальным
    if current_distance < min_distance:
        min_distance = current_distance
        best_route = perm

# Конвертируем маршрут в читаемый формат (добавляем базу)
```

```
best_route_with_base = [0] + list(best_route) + [0]

print(min_distance, best_route_with_base)
```

Результат
(35, [0, 3, 4, 1, 2, 5, 0])

Оптимальный маршрут:
База → Точка 3 → Точка 4 → Точка 1 → Точка 2 → Точка 5 → База

Длина маршрута: **35 км**

Задача №23

Задача Джонсона

Номера станков	Номера деталей					
	1	2	3	4	5	6
1	7	3	5	8	2	4
2	3	5	2	5	2	7

Код программы на python:

```
# Исходные данные: время обработки деталей на двух станках
jobs = [
    (1, 7, 3),  # Деталь 1: Станок 1 = 7, Станок 2 = 3
    (2, 3, 5),  # Деталь 2: Станок 1 = 3, Станок 2 = 5
    (3, 5, 2),  # Деталь 3: Станок 1 = 5, Станок 2 = 2
    (4, 8, 5),  # Деталь 4: Станок 1 = 8, Станок 2 = 5
    (5, 2, 2),  # Деталь 5: Станок 1 = 2, Станок 2 = 2
    (6, 4, 7)   # Деталь 6: Станок 1 = 4, Станок 2 = 7
]

# Алгоритм Джонсона для двух станков
def johnson_algorithm(jobs):
    sequence = []
    jobs_copy = jobs.copy()

    while jobs_copy:
        # Найти минимальное время обработки
        min_time = min(min(job[1], job[2]) for job in jobs_copy)

        for job in jobs_copy:
            if job[1] == min_time:  # Время на станке 1 минимально -> начало
                sequence.insert(0, job[0])
                jobs_copy.remove(job)
                break
            elif job[2] == min_time:  # Время на станке 2 минимально -> конец
                sequence.append(job[0])
                jobs_copy.remove(job)
                break

    return sequence

# Получаем оптимальную последовательность
optimal_sequence = johnson_algorithm(jobs)
print(optimal_sequence)
```

Оптимальная последовательность обработки деталей:

6 → 2 → 5 → 3 → 1 → 4

Общее время обработки: **34 минуты**

Задача №24

Расчет сетевого графика

№ работы	Наименование работы (процесса)	Предшествующие работы	Длительность (дней)
1	Очистка строительного участка	-	1
2	Завоз оборудования	-	2
3	Земляные работы	1	1
4	Заливка фундамента	3	2
5	Наружные водопроводно-канализационные работы	3,4	6
6	Возведение каркаса дома	4	10
7	Прокладка электропроводки	6	3
8	Установка перекрытий	7	1
9	Создание каркаса крыши	6	1
10	Внутренние водопроводно-канализационные работы	5,8	5
11	Покрытие крыши	9	2
12	Наружные изоляционные работы	6,10	1
13	Установка окон и наружных дверей	6	2
14	Обкладка дома кирпичом	12,13	4
15	Штукатурка стен и потолков	7,10	2
16	Облицовка стен и потолков	15	2
17	Изоляция крыши	9,16	1
18	Окончательные внутренние отделочные работы	16	7
19	Окончательные наружные отделочные работы	9,14	7
20	Ландшафтные работы	19	3

1. Определим узлы и связи между ними

Каждая работа представляет собой узел в графике, а зависимости (предшествующие работы) — это связи (дуги), указывающие направление выполнения.

Работы и зависимости:

1. **1 → 3 → 4 → 6**
2. **1 → 3 → 5**
3. **6 → 7 → 8**
4. **6 → 9 → 11**
5. **5, 8 → 10**
6. **6, 10 → 12**
7. **6 → 13**
8. **12, 13 → 14**
9. **7, 10 → 15 → 16**
10. **9, 16 → 17**
11. **16 → 18**
12. **9, 14 → 19**
13. **19 → 20**

2. Упрощённое представление графика

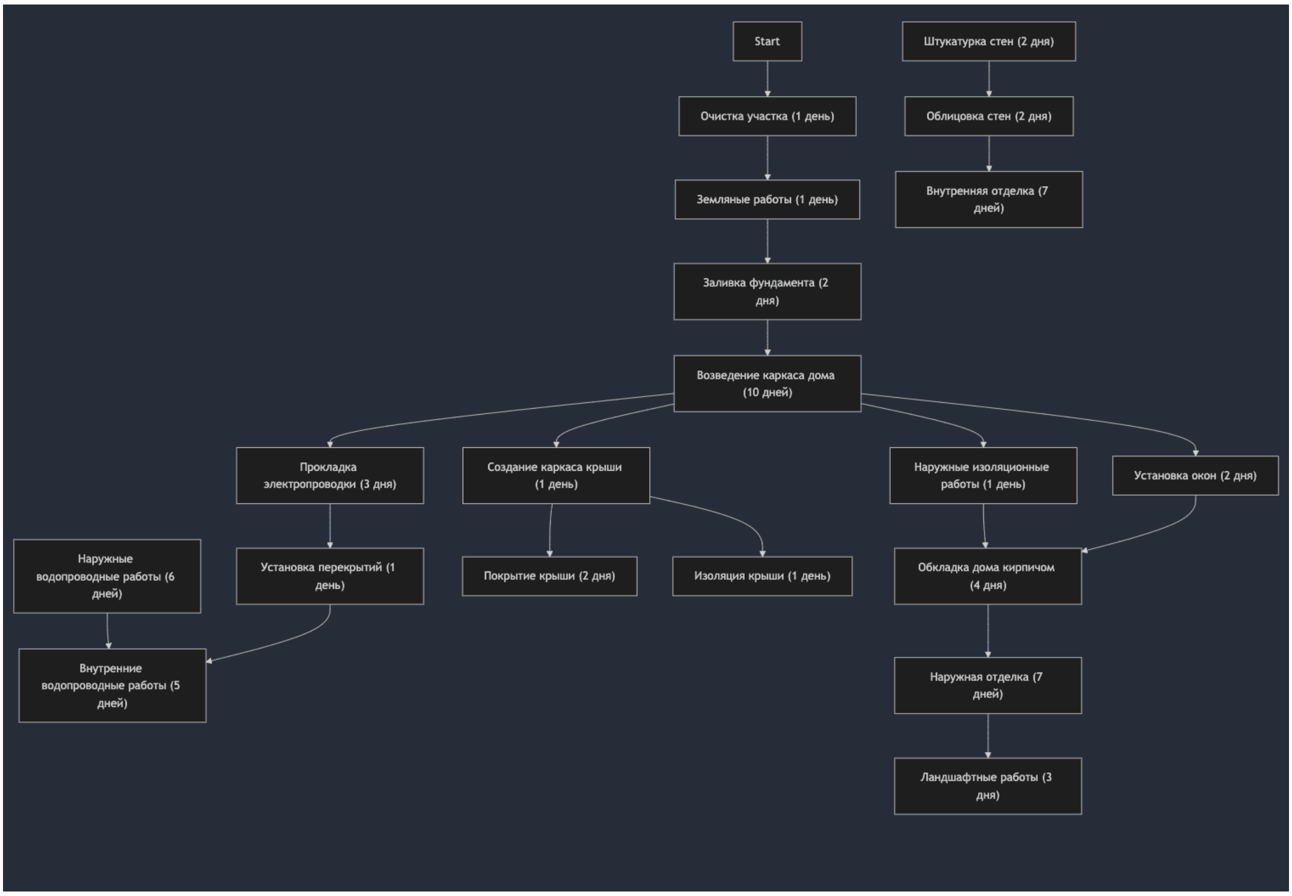
Начало → Очистка участка (**1**) и Завоз оборудования (**2**).

1 → 3 → 4 → 6 (ветка для строительства каркаса).
Параллельные работы:

- **6 → 7 → 8** (электропроводка и перекрытия),
- **6 → 9 → 11** (каркас и покрытие крыши),
- **6 → 13** (установка окон и дверей),
- **5, 8 → 10** (внутренние водопроводные работы).

Завершающие работы:

- **12, 13 → 14** (обкладка кирпичом),
- **7, 10 → 15 → 16** (штукатурка и облицовка стен),
- **16 → 18** (внутренняя отделка),
- **9, 16 → 17** (изоляция крыши),
- **9, 14 → 19 → 20** (наружная отделка и ландшафтные работы).



Ранние сроки:

№ работы	Предшествующие	Длительность	ES (ранний старт)	EF (раннее завершение)
1	-	1	0	1
2	-	2	0	2
3	1	1	1	2
4	3	2	2	4
5	3, 4	6	4	10
6	4	10	4	14
7	6	3	14	17
8	7	1	17	18
9	6	1	14	15
10	5, 8	5	18	23
11	9	2	15	17
12	6, 10	1	23	24
13	6	2	14	16
14	12, 13	4	24	28
15	7, 10	2	18	20
16	15	2	20	22
17	9, 16	1	22	23
18	16	7	22	29
19	9, 14	7	28	35
20	19	3	35	38

Поздние сроки:

№ работы	Длительность	LF (позднее завершение)	LS (поздний старт)
20	3	38	35
19	7	35	28
18	7	29	22
17	1	23	22
16	2	22	20
15	2	20	18
14	4	28	24
13	2	24	22
12	1	24	23
11	2	17	15
10	5	23	18
9	1	15	14
8	1	18	17
7	3	17	14
6	10	14	4
5	6	18	12
4	2	4	2
3	1	2	1
2	2	2	0
1	1	1	0

Критический путь:
1 → 3 → 4 → 6 → 7 → 8 → 10 → 12 → 14 → 19 → 20
Общее время выполнения проекта: **38 дней**.

Задача №11

x1 – количество использования процесса 1

x2 - количество использования процесса 2

$x1+4x2 \le 100$

$3x1+2x2 \le 150$

$5x1+3x2 \ge 200$

$2x1+8x2 \ge 75$

$x1, x2 \ge 0$

Целевая функция:

$F=15*7x1+20*11x2 \rightarrow max$

Решим с помощью симплекс-метода:

Полагая, что **свободные переменные** равны 0, получим первый опорный план:

$X0 = (^{500}/_{17}, ^{300}/_{17}, 0, ^{450}/_{17}, 0, 125)$

Базисное решение называется допустимым, если оно неотрицательно.

Базис	B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	500/17	1	0	-3/17	0	-4/17	0
x_4	450/17	0	0	-1/17	1	10/17	0
x_2	300/17	0	1	5/17	0	1/17	0
x_6	125	0	0	2	0	0	1
F(X0)	0	0	0	785/17	0	-200/17	0

Окончательный вариант симплекс-таблицы:

Базис	B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	40	1	0	-1/5	2/5	0	0
x_5	45	0	0	-1/10	17/10	1	0
x_2	15	0	1	3/10	-1/10	0	0
x_6	125	0	0	2	0	0	1
F(X2)	9000/17	0	0	45	20	0	0

Оптимальный план можно записать так:

$x_1 = 40$, $x_2 = 15$

F(X) = 105*40 + 220*15 = 7500