

IMT2220 Cálculo para Ciencia de Datos – 2025-2

Tarea 1

Ignacio Labarca

Fecha de entrega: Martes 6 de Octubre de 2025 (por Canvas)

Tarea

Esta tarea contempla la implementación del método de descenso de gradiente.

1. Para cada una de las funciones siguientes, calcule (a mano) el vector gradiente, todos los puntos críticos y caracterice con el criterio de la matriz Hessiana. Escriba el resultado en el Jupyter notebook de entrega.

$$f(x, y) = x^4 - 2x^2 + \frac{1}{2}y^2 \quad (1)$$

$$g(x, y) = x^2 - 2y^2 \quad (2)$$

$$h(x, y) = x^2 + y^2 + xy - 3x - 3y + 3 \quad (3)$$

2. Obtenga el gráfico de cada función usando la librería `matplotlib.pyplot` en Python.
3. Obtenga (en otra figura) varias curvas de nivel para cada función.
Use la función `contour` de `matplotlib`.
4. Agregue todos los puntos críticos calculados para cada función como un *marker* en la figura anterior.
Use un color diferente para aquellos que sean mínimos locales.
5. Implemente el método de descenso de gradiente.
6. Ejecute el algoritmo para los casos siguientes:

- a) $f(x, y); \quad \gamma = 0,1; \quad \mathbf{x}_0 = (1, 1).$
- b) $f(x, y); \quad \gamma = 0,1; \quad \mathbf{x}_0 = (-1, -1).$
- c) $f(x, y); \quad \gamma = 0,1; \quad \mathbf{x}_0 = (0, 0,1).$
- d) $g(x, y); \quad \gamma = 0,1; \quad \mathbf{x}_0 = (1, 0).$
- e) $g(x, y); \quad \gamma = 0,1; \quad \mathbf{x}_0 = (0, 1).$
- f) $h(x, y); \quad \gamma = 0,1; \quad \mathbf{x}_0 = (0, 0).$

En todos los casos, utilice un número máximo de iteraciones igual a $n_{\max} = 100$.

7. Grafique toda la secuencia de aproximaciones, junto a varias curvas de nivel.

Para cada caso, explique claramente el comportamiento del algoritmo. En específico: ¿por qué el algoritmo converge a ese punto (o no converge)?

Evaluación

Entregue todo el código y las respuestas a las preguntas en un Jupyter notebook a través de Canvas.

Las tareas deben ser hechas en forma individual. No se puede compartir código entre compañeros, tampoco usar código de fuentes externas salvo el código proporcionado en Canvas. Se puede usar herramientas de inteligencia artificial (p.ej., ChatGPT y GitHub CoPilot) para la programación, pero las respuestas a las preguntas en las celdas de markdown deben ser escritas por ustedes.