CONJUNTO DE EJERCICIOS

1. Encuentre las primeras dos iteraciones del método de Jacobi para los siguientes sistemas lineales, por medio de $\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{0}$:

a.
$$\begin{aligned} 3x_1 - x_2 + x_3 &= 1,\\ 3x_1 + 6x_2 + 2x_3 &= 0,\\ 3x_1 + 3x_2 + 7x_3 &= 4. \end{aligned}$$

b.
$$\begin{aligned} 10x_1 - x_2 &= 9,\\ -x_1 + 10x_2 - 2x_3 &= 7,\\ - 2x_2 + 10x_3 &= 6. \end{aligned}$$

c.
$$\begin{aligned} 10x_1 + 5x_2 &= 6,\\ 5x_1 + 10x_2 - 4x_3 &= 25,\\ - 4x_2 + 8x_3 - x_4 &= -11,\\ - x_3 + 5x_4 &= -11. \end{aligned}$$

d.
$$\begin{aligned} 4x_1 + x_2 + x_3 + x_5 &= 6,\\ -x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 &= 6,\\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 - x_4 - x_5 &= 6,\\ -x_1 - x_2 - x_3 + 4x_4 &= 6,\\ 2x_2 - x_3 + x_4 + 4x_5 &= 6. \end{aligned}$$

2. Repita el ejercicio 1 usando el método de Gauss-Siedel.

3. Utilice el método de Jacobi para resolver los sistemas lineales en el ejercicio 1, con *TOL* = 10^{-3}.

4. Utilice el método de Gauss-Siedel para resolver los sistemas lineales en el ejercicio 1, con *TOL* = 10^{-3}.

5. El sistema lineal

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + x_3 &= -1,\\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 4,\\ -x_1 - x_2 + 2x_3 &= -5, \end{aligned}$$

tiene la solución $(1, 2, -1)^t$.

a) Muestre que el método de Jacobi con $\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{0}$ falla al proporcionar una buena aproximación después de 25 iteraciones.

b) Utilice el método de Gauss-Siedel con $\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{0}$:para aproximar la solución para el sistema lineal dentro de 10^{-5}.

6. El sistema lineal

$$\begin{aligned} x_1 - x_3 &= 0.2,\\ -\frac{1}{2}x_1 + x_2 - \frac{1}{4}x_3 &= -1.425,\\ x_1 - \frac{1}{2}x_2 + x_3 &= 2, \end{aligned}$$

tiene la solución $(0.9, -0.8, 0.7)^t$.

a) ¿La matriz de coeficientes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{4} \\ 1 & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

tiene diagonal estrictamente dominante?

b) Utilice el método iterativo de Gauss-Siedel para aproximar la solución para el sistema lineal con una tolerancia de 10^{22} y un máximo de 300 iteraciones.

c) . ¿Qué pasa en la parte b) cuando el sistema cambia por el siguiente?

$$
\begin{aligned}
x_1 \quad & & - \; 2x_3 &= 0.2, \\
-\frac{1}{2}x_1 + & \; x_2 & - \; \frac{1}{4}x_3 &= -1.425, \\
x_1 - & \; \frac{1}{2}x_2 & + \; x_3 &= 2.
\end{aligned}
$$

7. Repita el ejercicio 11 usando el método de Jacobi.
8. Un cable coaxial está formado por un conductor interno de 0.1 pulgadas cuadradas y un conductor externo de 0.5 pulgadas cuadradas. El potencial en un punto en la sección transversal del cable se describe mediante la ecuación de Laplace.

Suponga que el conductor interno se mantiene en 0 volts y el conductor externo se mantiene en 110 volts. Aproximar el potencial entre los dos conductores requiere resolver el siguiente sistema lineal.

$$
\begin{bmatrix}
4 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 4 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 4 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 4 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 4 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ w_5 \\ w_6 \\ w_7 \\ w_8 \\ w_9 \\ w_{10} \\ w_{11} \\ w_{12} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 220 \\ 110 \\ 110 \\ 220 \\ 110 \\ 110 \\ 110 \\ 110 \\ 220 \\ 110 \\ 110 \\ 220 \end{bmatrix}.
$$

a. ¿La matriz es estrictamente diagonalmente dominante?
b. Resuelva el sistema lineal usando el método de Jacobi con $\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{0}$ y $TOL = 10^{-2}$.
c. Repita la parte b) mediante el método de Gauss-Siedel.