

Práctica 1 - MTF del ojo humano

Daniel Torres Robledo
shadow.cat6333@gmail.com

Andrés Fuentes Hernández
andres7233@hotmail.com

Abstract—En este documento se describen las aplicaciones de la *MTF*, el cálculo de ecuaciones para generarla, su implementación en *python*, así como experimentos utilizando este estímulo con diferentes personas a distintas distancias, que para obtener medidas invariantes a la distancia de observación, el cálculo de esta frecuencia será expresado en ciclos/grado.

Index Terms—*MTF*, *SVH*, *python*, sinusoidal modulada, experimentos, invariantes

I. Objetivo

- Encontrar la *MTF* del ojo experimentalmente.
- Encontrar la frecuencia de máxima sensibilidad del ojo humano.
- Generar los cálculos necesarios para obtener la función sinusoidal en frecuencia y amplitud.
- Desplegar el estímulo visual sinusoidal modulada.

II. Introducción

La *MTF* (*Modulation Transfer Function*) o función de transferencia de modulación se ha convertido en una herramienta muy utilizada para especificar el rendimiento y la resolución de toda clase de sistemas ópticos y de visión, que van desde lentes, cintas magnéticas y películas hasta telescopios, la atmósfera y el ojo humano.

La *MTF* es usada para caracterizar sistemas lineales e invariantes en el espacio, sin embargo, a pesar de que el Sistema Visual Humano (*SVH*) no cumple con estas dos propiedades, la *MTF* se ha utilizado para caracterizarlo bajo condiciones de iluminación controladas.

La *MTF* también puede interpretarse como la capacidad de un sistema óptico para percibir contraste, es decir, la capacidad de resolver o diferenciar líneas a una determinada frecuencia espacial.

Para entender de manera simplificada el concepto de frecuencia espacial, hay que notar que las frecuencias espaciales bajas equivalen a repeticiones de patrones muy separados espacialmente (por ejemplo, líneas muy separadas) y que las altas equivalen a repeticiones más compactas.

Hay que considerar que todo sistema de visión tiene un límite superior a partir del cual ya no le es posible distinguir más detalles. Este límite está directamente relacionado con la frecuencia de *Nyquist* [4]. En los estudios de sensibilidad del *SVH* a base de experimentación psico-física, se ha encontrado que su *MTF* consiste en una función del tipo paso-banda con un pico o frecuencia espacial máxima en el rango de 2 a 6 ciclos por grado [1] [2].

En esta practica se examinará la sensibilidad del *SVH* a distintas frecuencias espaciales; la idea general de crear un

patrón de sinusoidales, cuya frecuencia aumenta en el eje horizontal y el contraste en el eje vertical. La envolvente del patrón visibles generalmente muestra un comportamiento similar a la curva de la *MTF*.

Comprobaremos que dicho pico, que representa la frecuencia máxima de sensibilidad del ojo humano se moverá conforme el observador se aleja o acerca del estímulo. Para obtener una medición invariante a la distancia de observación, el cálculo de esta frecuencia de observación debe ser expresado en ciclos/grado.

III. Desarrollo

En esta sección se muestra el cálculo para obtener las constantes de la función sinusoidal modulada en frecuencia y en amplitud.

Sea la función *I*, que dará los valores de cada pixel de la imagen:

$$I(n, m) = g(n) \cdot \sin(2\pi \cdot f(m))$$

$$h = \text{altura de la imagen}$$

$$w = \text{ancho de la imagen}$$

Sea *g* la función de contraste, donde es necesario encontrar las constantes *c*, *d*:

$$g(n) = d \cdot e^{-c \cdot n}$$

Para el eje horizontal, utilizaremos *f*:

$$f(m) = a \cdot e^{b \cdot x}$$

Por lo que la frecuencia instantánea esta definida como la derivada de *f*:

$$f'(m) = a \cdot b \cdot e^{b \cdot x}$$

Es necesario encontrar las constantes *a*, *b* tal que $f'(w) = 1/2$ para obtener la frecuencia máxima, y $f'(0) = 1/w$ para encontrar la frecuencia mínima, en *ciclos/segundo*

$$1) f'(0) = a \cdot b \cdot e^{b \cdot 0} = a \cdot b \cdot 1 = a \cdot b = 1/w$$

$$2) f'(w) = a \cdot b \cdot e^{b \cdot w} = 1/2$$

Para encontrar *b*, sustituir 1 en 2:

$$(1/w) \cdot e^{b \cdot w} = 1/2$$

$$e^{b \cdot w} = w/2$$

$$\ln(e^{b \cdot w}) = \ln(w/2)$$

$$b \cdot w \cdot \ln(e) = \ln(w/2)$$

$$b = \frac{\ln(w/2)}{w \cdot \ln(e)}$$

$$b = \frac{\ln(w/2)}{w \cdot \ln(e)}$$

$$b = \frac{\ln(w/2)}{w}$$

Por lo que para encontrar a sustituimos b en 1)
 $a \cdot b = 1/w$

$$a = \frac{1}{b \cdot w}$$

Por lo tanto ya tenemos los valores de a, b :

$$a = \frac{1}{b \cdot w}$$

$$b = \frac{\ln(w/2)}{w}$$

Para encontrar las constantes c, d de $g(n)$:

$$g(n) = d \cdot e^{-c \cdot n}$$

Donde $\epsilon > 0$.

$$1) g(0) = d \cdot e^{-c \cdot 0} = d = \epsilon$$

$$2) g(h) = d \cdot e^{-c \cdot h} = 1$$

Para encontrar c , sustituimos 1 en 2:

$$\epsilon \cdot e^{-c \cdot h} = 1$$

$$\ln(\epsilon \cdot e^{-c \cdot h}) = \ln(1)$$

$$\ln(\epsilon) + \ln(e^{-c \cdot h}) = 0$$

$$-c \cdot h \cdot \ln(e) = 0$$

$$c = \frac{\ln(\epsilon)}{h}$$

Por lo tanto, para $\epsilon > 0$, en este caso utilizaremos $\epsilon = 0.02$:
 $d = \epsilon = 0.02$

$$c = \frac{\ln(\epsilon)}{h}$$

A continuación se muestra el estímulo MTF utilizando dichas constantes:

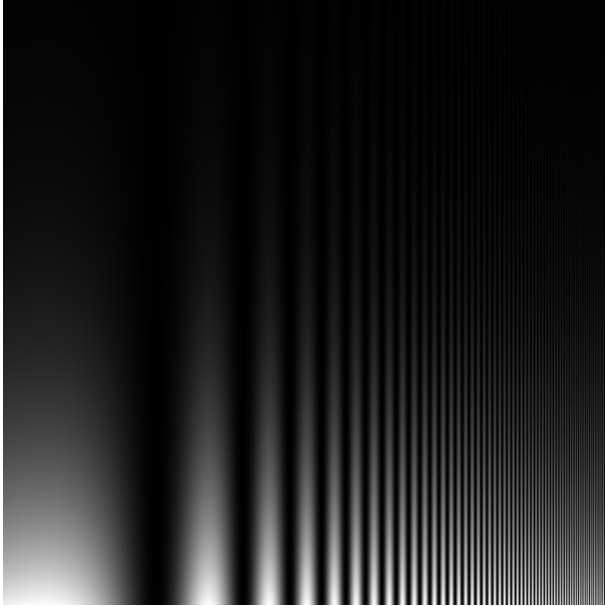


Fig. 1. Estímulo visual (sinusoidal modulada).

Para calcular los valores que se reportarán en los resultados son:

X : coordenada x donde se encontró experimentalmente el punto más alto visible por el usuario.

$\phi = f'(x) = a \cdot b \cdot e^{b \cdot x}$: Qué es la frecuencia instantánea evaluada en x , que son ciclo/pixel.

$dd = screensize/w$: Es la distancia entre dos pixels, que es la medida de la imagen en centímetros entre la cantidad de pixels.

$\alpha = \tan^{-1}(dd/distancia) \cdot (180/\pi)$: Resultado en grados/pixels, el valor de distancia es la distancia a la que se encuentra el observador en centímetros.

$$f = \frac{\phi}{\alpha}$$

Frecuencia de observación en ciclos/grado

IV. Resultados

Para este experimento, se utilizó el estímulo visual MTF descrito en la sección de Desarrollo, el cual fue mostrado a tres diferentes personas a las distancias de $30cm$, $60cm$ y $100cm$, en donde fueron calculados para cada distancia los valores de x , ϕ , α y frecuencia de observación f . La descripción de estas ecuaciones también se encuentra en el apartado de Desarrollo.

En este experimento se utilizaron las siguientes constantes:

- $height = 768$: pixels de altura de la imagen
- $width = 768$: pixels de longitud de la imagen
- $screensize = 13cm$ medida de la imagen en centímetros
- $distancia \in [30cm, 60cm, 100cm]$: distancias en centímetros a las que se encuentra el usuario
- $\epsilon = 0.01$: constante para calcular el contraste.

	$D_1 = 30cm$	$D_2 = 60cm$	$D_3 = 100cm$
X	513	430	359
ϕ'	0.088	0.045	0.025
α	0.034	0.017	0.010
f	2.569	2.623	2.460

Fig. 2. Tabla de resultados, experimento sin lentes y en morado resultados con lentes 1.1.

	$D_1 = 30cm$	$D_2 = 60cm$	$D_3 = 100cm$
X	627	541	475
ϕ'	0.221	0.110	0.064
α	0.034	0.017	0.010
f	6.469	6.446	6.295

Fig. 3. Tabla de resultados, experimento sin lentes y en morado resultados con lentes 1.2.

	$D_1 = 30cm$	$D_2 = 60cm$	$D_3 = 100cm$
X	498	418	358
ϕ'	0.078	0.041	0.025
α	0.034	0.017	0.010
f	2.275	2.380	2.440

Fig. 4. Tabla de resultados, experimento 1.3.

V. Conclusiones

Se puede observar como el valor de x se mueve a la izquierda conforme se aleja el usuario de la imagen., sin embargo el valor de la frecuencia de observación f , en las figuras 2, 3 y 4 se mantiene aproximadamente igual, este error puede ser en parte por la acción del usuario al dar *click* sobre la imagen y mover el cursor una cierta cantidad de pixels.

Por lo que se cumplió la hipótesis de tener los ciclos/grado constantes, a pesar de la distancia a la que se encuentra el observador.

Todas las pruebas fueron realizadas con el mismo nivel de brillo de la pantalla del dispositivo.

VI. Código fuente

A continuación se muestra la implementación de las ecuaciones mostradas en el Desarrollo para calcular el estímulo visual y los valores reportados en los resultados de x , ϕ , α y frecuencia de observación f .

Es posible modificar las constates referentes al tamaño de la imagen, la medida en centímetros de ésta, y la distancia a la que se encuentra el usuario en centímetros, esto en las variables definidas en el *main* del programa.

Este programa permite al usuario dar *click* sobre la imagen para tener el valor de la coordenada en x , así como los valores reportados en la tabla de resultados calculados de manera automática.

```
1 import cv
2 import math
3
4 def user_x(event,x,y,flags,param):
5     if event == cv.EVENT_LBUTTONDOWN:
6         param = map(float, param)
7         n_pixels = param[0]
8         a = param[2]
9         b = param[3]
10        screen_size = param[4]
11        user_distance = param[5]
12
13        snap = a*b*math.e**(b*x)
14        d = screen_size/n_pixels
15        alpha = math.atan(d/user_distance)*(180.0/math.pi)
16        f = snap/alpha
17        print "Distance:%.3f, X:%.3f, Snap:%.3f, Alpha:%.3f, F:%.3f"%(
18            user_distance, x, snap, alpha, f)
19
20 def create_mtf(name, width, height, screen, distance_user):
21     out = cv.CreateImage((width, height), 8, 1)
22
23     b = math.log(width/2.0)/width
24     a = 1.0/(b*width)
25
26     d = 0.01
27     c = math.log(d)/height
28
29     x_vector = [0.5+0.5*math.sin(2*math.pi* a*math.e**(b*val) ) for val in
30         xrange(width)]
31     y_vector = [d*math.e**(-c*val) for val in xrange(height)]
32
33     for i in xrange(width):
34         for j in xrange(height):
35             out[j,i] = 255.0*(x_vector[i]*y_vector[j])
36
37     cv.ShowImage("mtf", out)
38     cv.MoveWindow("mtf", 0, 0)
39
40     cv.SetMouseCallback("mtf", user_x, [width,height,a,b,screen,distance_user])
41
42     cv.SaveImage("mtf.png", out)
43     cv.WaitKey(0)
44
45 if __name__ == "__main__":
46     size = 720
47     screen_cm = 13.0
48     distance_user_cm = 100.0
49     create_mtf("out.png", size, size, screen_cm, distance_user_cm)
```

Fig. 5. Código utilizado para la implementación en *python*.

Para la implementación, la función sinusoidal de multiplicó por 0.5 y se sumó 0.5 para ajustar los valores al rango $[0, 1]$, ya que estaban en $[-1, 1]$.

REFERENCES

- [1] Pratt, W. k., Digital Image Processing, John Wiley & Sons Inc, 2001.
- [2] Levine, M.D., Vision in man and machine, McGraw-Hill, 1985.
- [3] Norman Koren, *Resolution and MTF curves in scanners and sharpening*. Available at <http://www.normankoren.com/Tutorials/MTF2.html>. [Accessed Agosto 31, 2019]
- [4] Norman Koren, *Nyquist frequency*. Available at https://en.wikipedia.org/wiki/Nyquist_frequency. [Accessed Agosto 31, 2019]