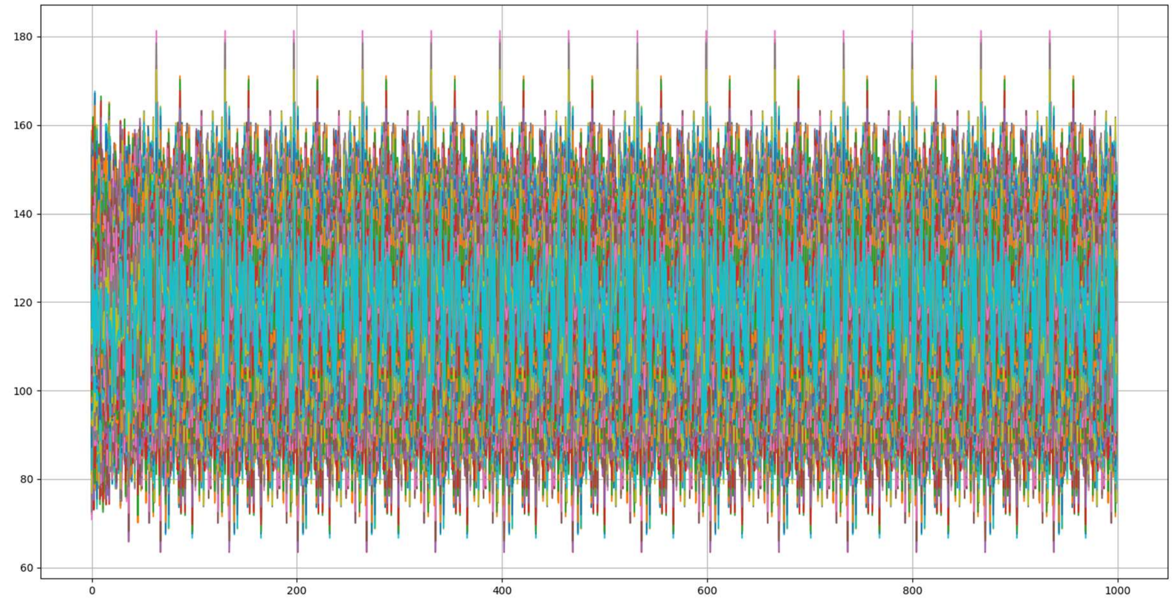
MARTELET CURTIS

Rapport
Traitement de Signal Aléatoire

Table des matières

Avant-Propos :

Aussi bien l'ancienne que la nouvelle fonction qui devait permettre de générer des signaux aléatoires ne fonctionne pas sur mon ordinateur suite au remplacement de ma carte graphique (je suis passé d'une carte de la marque NVIDIA à une carte AMD). Les fonctions généraient bien des signaux aléatoires avant ce changement. Les tracés réalisés après la question 3 utilisent des signaux pseudo-aléatoire.

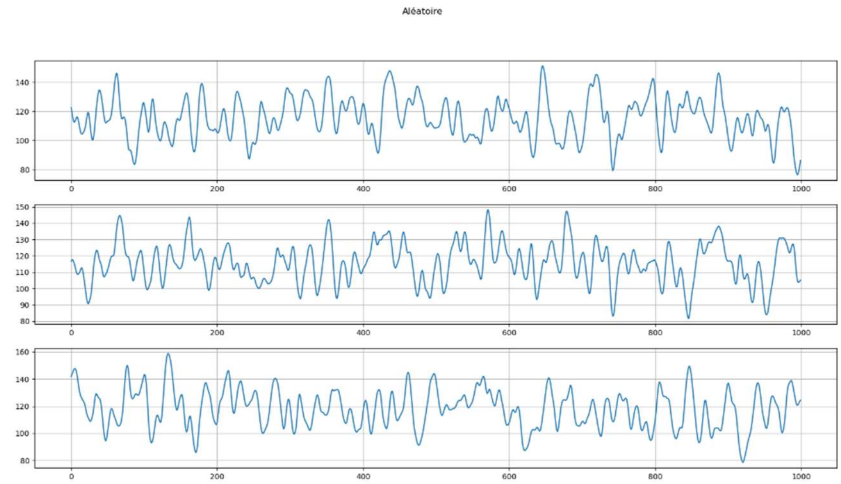


Pour réaliser le dernier plot du rapport, j'ai utilisé la fonction random.normal de numpy.

Partie 1 : Aléatoire ?

Un signal aléatoire est un signal dont on ne peut pas connaitre la valeur future, à la différence d'un signal déterministe.

Pour vérifier si un signal est aléatoire, une des méthodes est de générer un nombre important de signal, et de voir si un paterne émerge : s'il y en a un, alors cela veut dire qu'il n'est pas aléatoire.

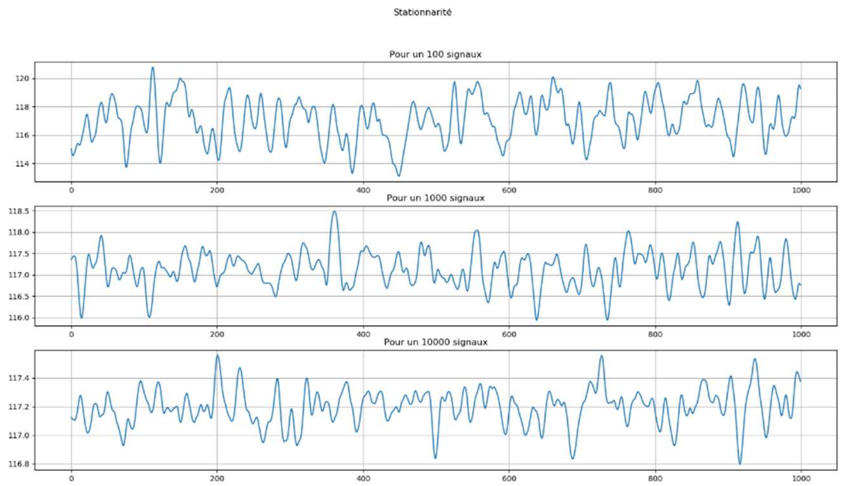


Dans notre cas, on peut clairement voir qu'aucun des signaux générés est identique.

Partie 2 : La stationnarité d'ordre 1.

Un signal est stationnaire s'il a une moyenne temporelle.

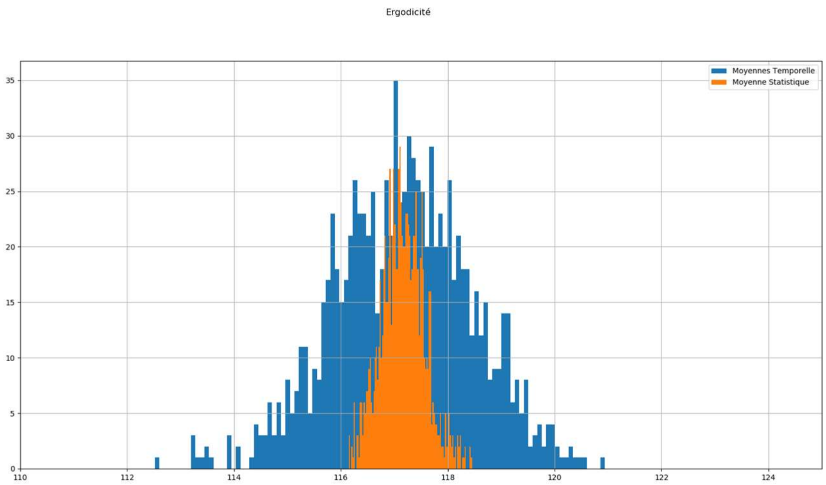
Pour vérifier si le signal est stationnaire, on va tracer la moyenne temporelle d'un échantillon de signaux aléatoires, avec des échantillons de plus en plus importants.



On peut voir que l'écart crète-à-crète diminue en fonction de l'échantillon de signaux générés, c'est la loi des grands nombres : on converge vers l'espérance lorsque la taille de l'échantillon tend vers l'infini. On peut donc conclure de la stationnarité d'ordre 1 du signal aléatoire.

Partie 3 : L'ergodicité d'ordre 1.

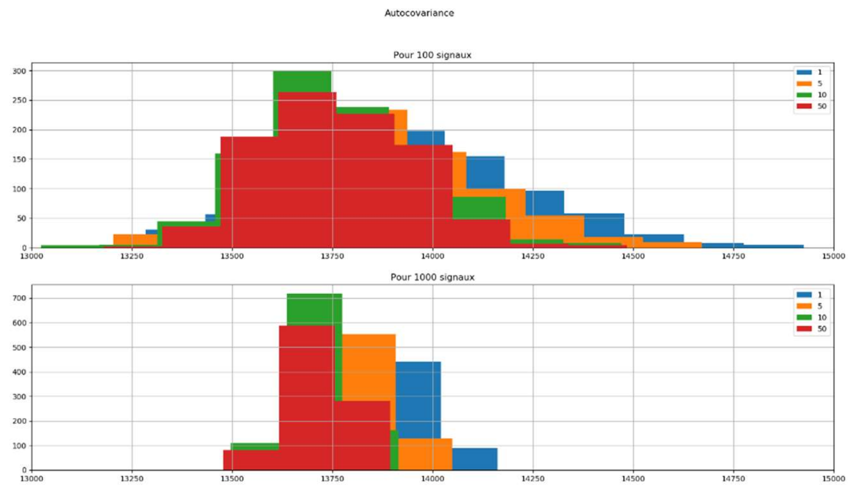
Un signal est ergodique si sa moyenne statistique est identique à sa moyenne temporelle. Pour vérifier cela, on a tracé l'histogramme de la moyenne point par point et la moyenne de chacun des signaux d'un échantillon de 1000 signaux aléatoires.



On peut voir sur le plot que les deux histogrammes sont superposés. On peut donc conclure que la moyenne temporelle et statistique est identique : le signal est ergodique d'ordre 1.

Partie 4 : La stationnarité d'ordre 2.

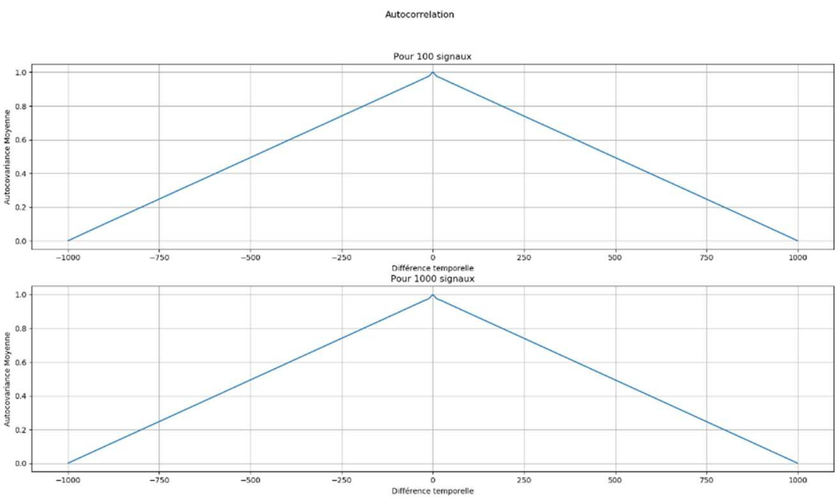
Maintenant que l'on sait que le signal est stationnaire et ergodique d'ordre 1, on veut savoir s'il est stationnaire d'ordre 2. On va donc chercher s'il est auto-covariant, c'est-à-dire que la variation d'une paire d'observations dépend uniquement du décalage de temps les séparant. Pour plus de simplicité et pour réduire la quantité de calcul, j'ai pris 4 intervalles (1, 5, 10 et 50).



On peut voir que la forme des histogrammes est identique qu'importe la valeur du décalage. Le seul impact de ce dernier est la valeur centrale des histogrammes. On peut donc conclure que ce signal aléatoire est stationnaire d'ordre 2.

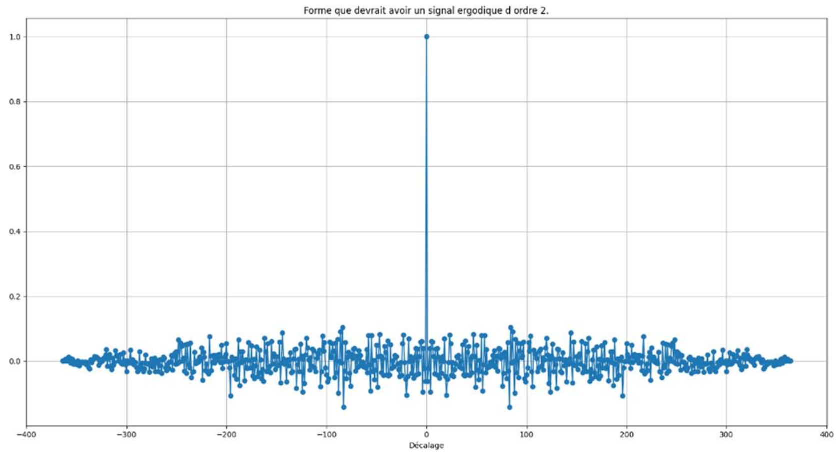
Partie 5 : L'ergodicité d'ordre 2.

On cherche finalement à savoir si le signal est ergodique d'ordre deux : on va donc essayer de l'auto-corréler. Pour un signal ergodique d'ordre 2, l'autocorrélation doit généralement décroître rapidement à mesure que le décalage temporel augmente, et converger vers zéro pour des décalages importants.



On peut voir sur le graphique ci-dessus que l'autocorrélation est en forme de triangle. Cette forme indique que le signal n'est pas aléatoire, mais périodique.
On peut donc conclure que ce signal n'est pas ergodique d'ordre 2.

L'autocorrélation d'un signal ergodique d'ordre 2 devrait ressembler à cela :


Forme que devrait avoir un signal ergodique d ordre 2.
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
−400
−300
−200
−100
0
100
200
300
400
Décalage