

HAE501E - Fonctions de l'électronique analogique

TP 4 : Filtres actifs – Passe Bas 2nd ordre – Circuit de Sallen Key

On veut réaliser un filtre passe bas dont le gabarit est donné par la figure 1. Pour cela, on va utiliser un circuit passe-bas du 2^{ème} ordre et notamment un circuit de Sallen Key, présenté sur la figure 2.

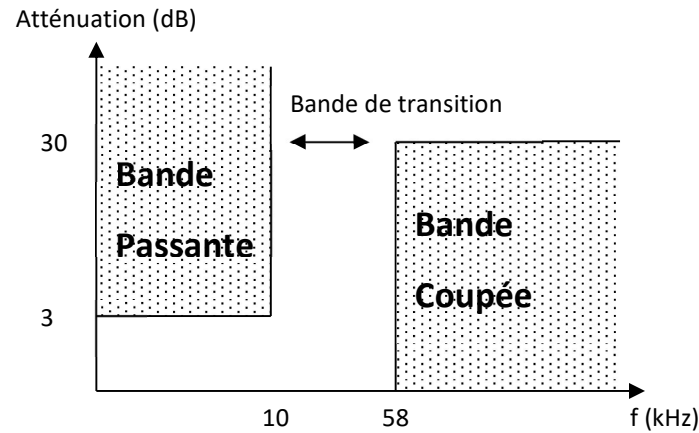


Figure 1 : Gabarit du filtre.

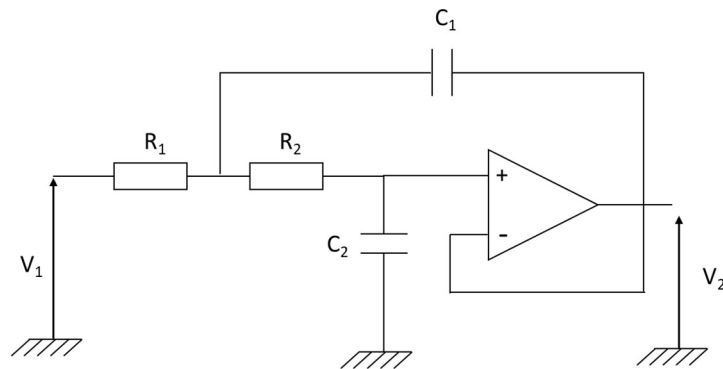


Figure 2 : Filtre passe bas du 2^{ème} ordre basé sur une topologie Sallen Key.

1. Calcul des valeurs théoriques des composants

A partir du cahier des charges, on obtient généralement la valeur désirée du gain statique (A), de l'amortissement (m) ou du coefficient de qualité ($Q=1/2m$) et de la pulsation propre ω_0 du filtre du 2^{ème} ordre.

Dans un premier temps, on choisira $R_1=R_2=R$ et on calcule C_1 et C_2 de façon à satisfaire le cahier des charges.

La fonction de transfert du filtre avec $R_1=R_2=R$ est (Annexe 1) :

$$H(p) = \frac{1}{1+2RC_2p+R^2C_1C_2p^2}$$

$$A=1, \quad m=\sqrt{\frac{C_2}{C_1}}, \quad \omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{C_1C_2}} \quad (0.1)$$

On en déduit les valeurs théoriques des condensateurs C_1 et C_2 (Annexe 2) :

$$C_1 = \frac{1}{Rm\omega_0}, \quad C_2 = \frac{m}{R\omega_0} \quad (0.2)$$

A partir du gabarit, le cahier des charges impose un filtre d'ordre 2 avec $\omega_0=2\pi 10^4$ rad/s et $Q=2$.

L'amortissement $m=1/2Q=0.25$. On choisit $R=1\text{ k}\Omega$, on obtient $C_1=63.6\text{ nF}$ et $C_2=3.97\text{ nF}$. Ces valeurs théoriques seront approchées par des valeurs normalisées des composants. On prend $R=1\text{ k}\Omega$ série E24, dont la tolérance est de $\pm 5\%$. On choisit des condensateurs film plastique, série E6 (1 ; 1.5 ; 2.2 ; 3.3 ; 4.7 ; 6.8), dont la tolérance est de $\pm 20\%$. Les valeurs nominales des composants choisis pour réaliser le filtre sont $R=1\text{ k}\Omega$, $C_1=47\text{ nF}$ et $C_2=3.3\text{ nF}$.

Pour l'amplificateur opérationnel, on prendra le circuit TL072. Pour le câblage de ce circuit, on se reportera à l'annexe 6.

La figure 3 présente le diagramme de Bode avec les valeurs idéales (théoriques), normalisées ainsi que la zone min/max liée à la tolérance sur ces composants passifs. L'amplificateur opérationnel est considéré comme idéal.

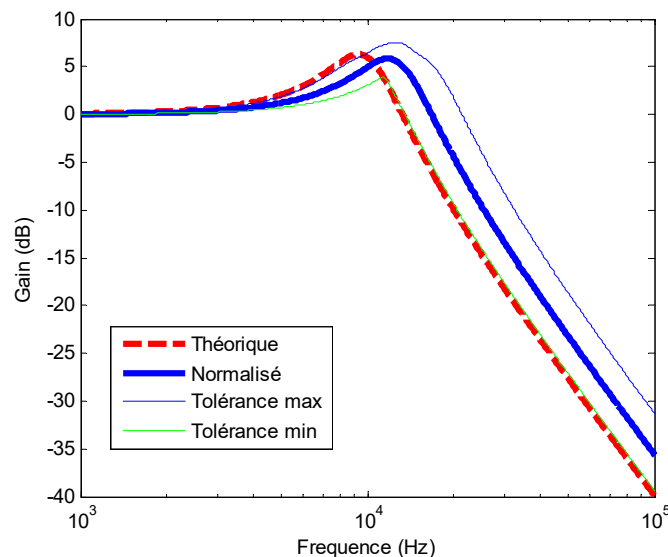


Figure 3: Diagramme de Bode (module) du circuit avec les valeurs théoriques et normalisées. La tolérance sur la valeurs des composants passifs définit une zone entre la courbe « Tolérance max » et « Tolérance min ».

- Q1.** A partir du gabarit, démontrer que l'ordre du filtre est de 2.
- Q2.** Récupérer le script de l'annexe 3 ainsi que la fonction fspice. Exécuter le script pour tracer la Figure 3.
- Q3.** Câbler le circuit illustré sur la figure 2.
- Q4.** Mesurer le diagramme de Bode. Superposer le diagramme expérimental sur la figure 3.
- Q5.** Interprétation. Est-ce que le résultat expérimental s'inscrit dans la zone de tolérance liée à la valeur des composants ? Est-ce que le circuit répond au cahier des charges ?

2. Réglage du filtre passe bas Sallen-Key

La procédure de réglage modifie le schéma de base par l'ajout de deux résistances notées R_4 ($1\text{ k}\Omega$) et R_3 (résistance variable). La résistance R_1 est remplacée par une résistance variable. Le nouveau schéma est donné par la Figure 4.

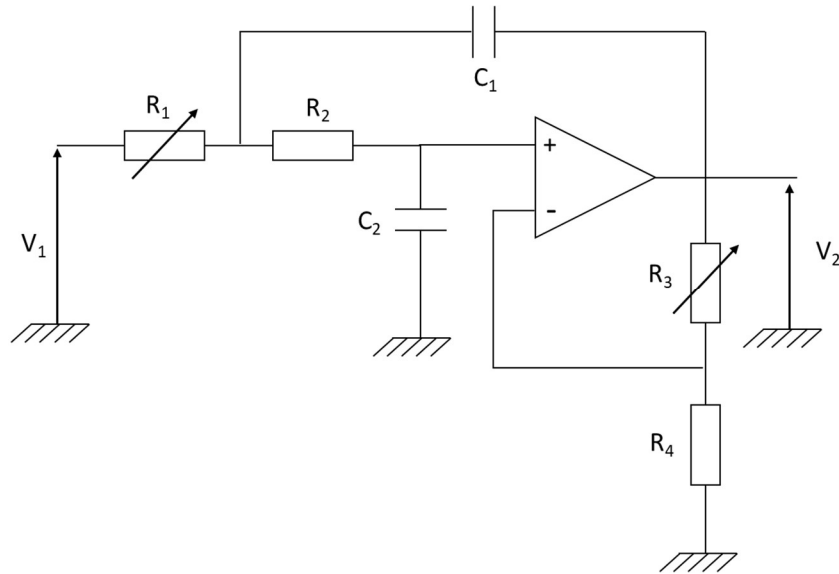


Figure 4: Filtre passe bas du 2^{ème} ordre avec ajustement de l'amortissement et de la pulsation propre.

La fonction de transfert s'écrit (Annexe 4) :

$$H(p) = \frac{\frac{R_3 + R_4}{R_4}}{1 + \left((R_1 + R_2)C_2 - \frac{R_1 R_3 C_1}{R_4} \right) p + R_1 R_2 C_1 C_2 p^2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (0.3)$$

$$m = \frac{R_4 (R_1 + R_2) C_2 - R_1 R_3 C_1}{2 R_4 \sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} = \frac{(R_1 + R_2) C_2}{2 \sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} - \frac{R_1 \frac{R_3}{R_4} C_1}{2 \sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

Dans l'exemple précédent, on cherche à obtenir $\omega_0 = 2\pi 10^4$ rd/s. Avec $R_1 = R_2 = 1\text{ k}\Omega$, $C_1 = 47\text{ nF}$ et $C_2 = 3.3\text{ nF}$, on aura, en ne tenant pas en compte la tolérance sur la valeur des composants (Annexe 5), $\omega_0 = 2\pi 1.278 \cdot 10^4$ rd/s. En augmentant la valeur de R_1 (résistance variable) jusqu'à $R_1 = 1.63\text{ k}\Omega$, on peut ajuster la pulsation propre ω_0 à la valeur désirée.

Avec cette valeur ajustée de R_1 et en gardant pour l'instant $R_3 = 0$, la valeur de m est désormais $m = 0.273$. En augmentant R_3 , on peut diminuer m pour atteindre $m = 0.25$. Cette valeur de m est obtenue en réglant $R_3 = 9.53\text{ }\Omega$.

En regardant l'expression de m , on constate que l'on ne peut que diminuer m en augmentant R_3 . Il est donc possible, après le réglage de ω_0 avec R_1 , que la valeur de m soit plus petite que celle désirée, auquel cas on ne pourra pas régler m avec R_3 .

Si ce cas se produit, il faut prendre C_1 et C_2 plus petits (par rapport aux valeurs théoriques), de façon que la valeur de R_1 nécessaire pour ajuster ω_0 soit grande, et par conséquence avoir une valeur de m avant réglage de R_3 plus grande.

a) Réglage du filtre avec prise en compte de la tolérance sur la valeur des composants passifs

Pour chaque jeu de valeurs R_2 , C_1 , C_2 et R_4 généré par tirage au sort de nombres aléatoires, on calcule la valeur de R_1 et R_3 permettant d'ajuster ω_0 et m . La figure 5 présente la distribution de ces valeurs pour les valeurs nominales $R_2=1\text{ k}\Omega$, $R_4=1\text{ k}\Omega$, $C_1=47\text{ nF}$ et $C_2=3.3\text{ nF}$. On constate qu'il existe des cas où une valeur négative de R_3 serait nécessaire pour ajuster m . Cela traduit une valeur trop petite de m après réglage de ω_0 , et donc l'impossibilité de régler m avec R_3 (m ne peut que diminuer si on augmente R_3).

La figure 6 présente la distribution des valeurs de R_1 et R_3 pour les valeurs nominales **$R_2=1\text{ k}\Omega$, $R_4=1\text{ k}\Omega$, $C_1=33\text{ nF}$ et $C_2=2.2\text{ nF}$** . Avec ces valeurs de capacités (valeurs immédiatement inférieures dans la série E6), on constate que la valeur de R_3 sera toujours positive, ce qui signifie que l'on pourra toujours ajuster ω_0 et m . Compte tenu de la distribution des valeurs, on choisira un potentiomètre de $10\text{ k}\Omega$ pour R_1 et de $100\text{ }\Omega$ pour R_3 .

Si on augmente fortement R_3 , m peut devenir négatif. Dans ce cas, la fonction de transfert du deuxième ordre aura ses pôles avec une partie réelle positive, le système deviendra instable.

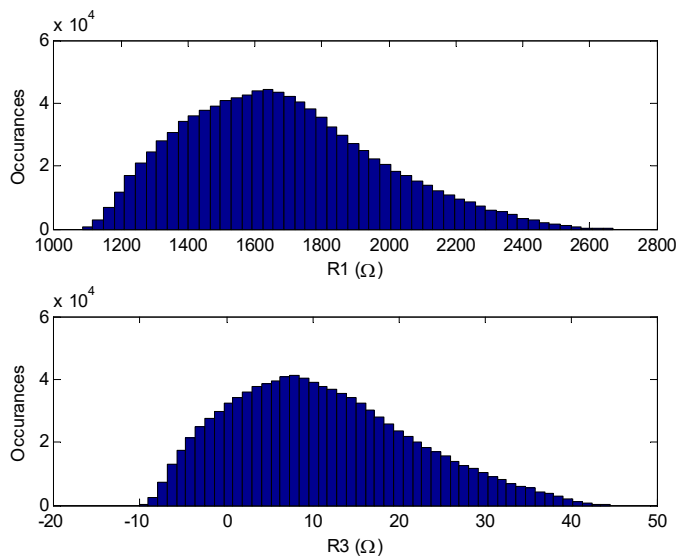


Figure 5 : Distribution des valeurs ajustées de R_1 et R_3 pour $R_2=1\text{ k}\Omega$, $R_4=1\text{ k}\Omega$, $C_1=47\text{ nF}$ et $C_2=3.3\text{ nF}$.

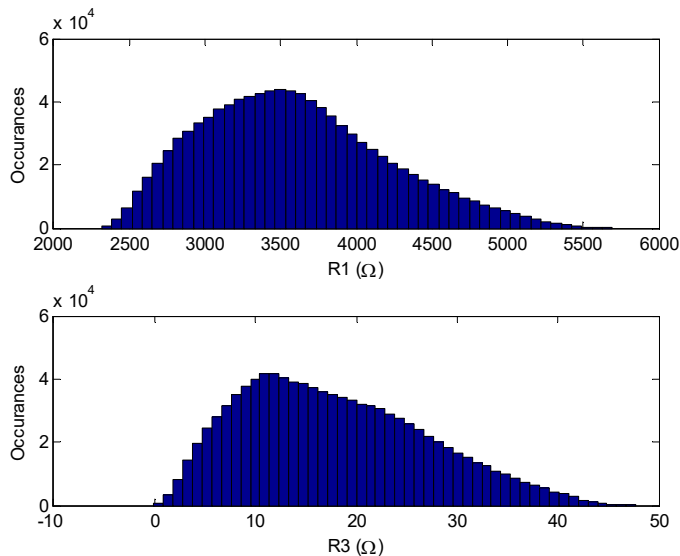


Figure 6 : Distribution des valeurs ajustées de R_1 et R_3 pour $R_2=1\text{k}\Omega$, $R_4=1\text{k}\Omega$, $C_1=33\text{ nF}$ et $C_2=2.2\text{ nF}$.

b) Mesure de ω_0 et de m

La phase d'un filtre passe bas du 2^{ème} ordre vaut $-\pi/2$ (soit -90°) à la pulsation ω_0 . Pour ajuster ω_0 avec R_1 , il suffit de se placer à la fréquence correspondant à ω_0 (10 kHz dans l'exemple de ce document) et d'ajuster le potentiomètre R_1 pour avoir un déphasage de $-\pi/2$.

On mesure l'amortissement m en regardant l'amplitude du dépassement lors d'une réponse indicielle et en utilisant la relation :

$$D(\%) = 100 \cdot \exp\left(\frac{-\pi m}{\sqrt{1-m^2}}\right) \quad (0.4)$$

Q6. Câbler le circuit de la Figure 4. On prendra le soin de choisir des résistances variables adaptées.

Q7. Régler les valeurs des résistances variables R_1 puis R_3 , en utilisant la méthode décrite ci-dessus, afin d'obtenir les caractéristiques du filtre souhaité.

Q8. Mesurer les valeurs des résistances variables. **Attention, la mesure se fait hors tension.** Comparer aux valeurs théoriques. Que peut-on en conclure ?

Q9. Vérifier que ce nouveau montage permet de respecter le cahier des charges.

Annexe 1

```
% Script Calcul Filtre 2eme ordre Sallen-Key
%% Calcul de la fonction de transfert avec R1=R2=R
netlist=...
{ 'R1 Vin 1 R';
  'R2 1 e+ R';
  'C1 1 Vout C1';
  'C2 e+ 0 C2';
  'X1 e+ Vout Vout'
  'V1 Vin 0 Ve'};
```

```
[X,name]=fspice(netlist);
H=X(3)/X(2);
pretty(H)
```

Annexe 2

```
%% Calcul de C1 et C2 en fonction de m, w0 et R
syms m w0 R C1 C2
S=solve(m==sqrt(C2/C1),w0==1/R/sqrt(C1*C2),C1,C2);
fprintf('C1=%s\n',char(S.C1))
fprintf('C2=%s\n',char(S.C2))
```

Annexe 3

```
%% Diagramme de Bode avec valeurs théoriques, normalisées et prise en
compte tolérance
f=logspace(3,5,1000);s=2*pi*1i*f;
% theo
R=1e3;
C1=63.6e-9;
C2=3.97e-9;

h_theo=1./(C1*C2*R^2*s.^2 + 2*C2*R*s + 1);
% normalisé
R=1e3;
C1=47e-9;
C2=3.3e-9;

h_norm=1./(C1*C2*R^2*s.^2 + 2*C2*R*s + 1);

%tol
% nb: les 2 résistances R1 et R2 doivent être dissociées pour ce calcul
% Calcul de la fonction de transfert avec R1=R2=R
netlist=...
    {'R1 Vin 1 R1';
    'R2 1 e+ R2';
    'C1 1 Vout C1';
    'C2 e+ 0 C2';
    'X1 e+ Vout Vout'
    'V1 Vin 0 Ve'};
[X,name]=fspice(netlist);
H=X(3)/X(2);

% H= 1/(C2*R1*s + C2*R2*s + C1*C2*R1*R2*s^2 + 1)

R10=1e3;tol_R1=5/100;
R20=1e3;tol_R2=5/100;
C10=47e-9;tol_C1=20/100;
C20=3.3e-9;tol_C2=20/100;

n=10000; % nb de tirages
R1=R10*(1+tol_R1*(2*rand(n,1)-1));
R2=R20*(1+tol_R2*(2*rand(n,1)-1));
C1=C10*(1+tol_C1*(2*rand(n,1)-1));
C2=C20*(1+tol_C2*(2*rand(n,1)-1));

h_tol=zeros(n,length(f));
```

```

for i=1:n
    h_tol(i,:)=1./(C2(i)*R1(i)*s + C2(i)*R2(i)*s +
C1(i)*C2(i)*R1(i)*R2(i)*s.^2 + 1);
end
h_tol_max=max(abs(h_tol));
h_tol_min=min(abs(h_tol));
semilogx(f,20*log10(abs(h_theo)), 'r--',f,20*log10(abs(h_norm)), 'b-
', 'linewidth',3)
hold on
semilogx(f,20*log10(abs(h_tol_max)), 'b',f,20*log10(abs(h_tol_min)), 'g')
hold off
xlabel('Frequence (Hz)')
ylabel('Gain (dB)')
legend('Théorique', 'Normalisé', 'Tolérance max', 'Tolérance min');

```

Annexe 4

```

%% Calcul de la fonction de transfert avec R1,R2,R3 et R4
netlist=...
    {'R1 Vin 1 R1'
    'R2 1 e+ R2'
    'C1 1 Vout C1'
    'C2 e+ 0 C2'
    'X1 e+ e- Vout'
    'R3 e- Vout R3'
    'R4 e- 0 R4'
    'V1 Vin 0 Ve'};
[X,name]=fspice(netlist);
H=X(3)/X(2);
pretty(H)

```

Annexe 5

```

R2=1e3;
C1=47e-9;
C2=3.3e-9;
R4=1e3;
R3=0;

w0_cdc=2*pi*1e4;
m_cdc=.25;
R1_adjusted=1/(C1*C2*R2*w0_cdc^2)

m_with_only_R1_adjusted=(C2*R1_adjusted*R4 - C1*R1_adjusted*R3 +
C2*R2*R4)/(2*R4*(C1*C2*R1_adjusted*R2)^(1/2))

R3_adjusted=(C2*R2*R4 - 2*R4*m_cdc*(C1*C2*R2*R1_adjusted)^(1/2) +
C2*R4*R1_adjusted)/(C1*R1_adjusted)

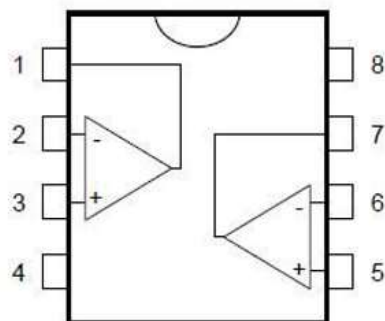
R1_adjusted =
1.6332e+003

m_with_only_R1_adjusted =
0.2730

R3_adjusted =
9.5322

```

Annexe 6 Schéma interne du TL072



- 1 - Output 1
- 2 - Inverting input 1
- 3 - Non-inverting input 1
- 4 - V_{CC}^-
- 5 - Non-inverting input 2
- 6 - Inverting input 2
- 7 - Output 2
- 8 - V_{CC}^+



N
DIP8
(Plastic package)



D
SO8
(Plastic micropackage)