

## Rapport de Stage Master 2

# Développement d'un assistant médical de tenségrité à centre de rotation déporté

EL JJOUAOUI Hamza  
Master 2 Robotique 2021  
hamza.el-jjouaoui@etu.umontpellier.fr  
Tuteur : M.ABDELAZIZ Salih  
Equipe : DEXTER  
LIRMM





## Table de matières

<b>1</b>	<b>Contexte et problématique</b>	<b>5</b>
1.1	Radiologie interventionnelle	5
1.1.1	Les actes spécifiques de radiologie interventionnelle	5
1.1.2	Exemple	5
1.2	Problématique	6
1.2.1	Cancer du foie	6
1.2.2	Complications	7
1.3	Solutions et mécanismes existants	7
1.4	Solution proposée : Tenségrité et RCM	8
1.4.1	Tenségrité	8
1.4.2	RCM Parallèle sphérique	9
1.5	Etat de l'art	10
1.5.1	"Optimum design of spherical parallel manipulators for a prescribed workspace"	10
1.5.2	"The optimum kinematic design of a spherical three-degree-of-freedom parallel manipulator"	10
1.5.3	"An approach for obtaining unique kinematic solutions of a spherical parallel manipulator"	10
1.5.4	"Parallel Wrists for Enhancing Grasping Performance"	10
1.5.5	"Singularity analysis of closed-loop kinematic chains"	11
1.5.6	"Séparation des Solutions aux Modèles Géométriques Direct et Inverse pour les Manipulateurs Pleinement Parallèles"	11
<b>2</b>	<b>Conception d'un mécanisme de tenségrité RCM</b>	<b>12</b>
2.1	Objectif	12
2.2	Fonctionnement	12
2.3	Conception 3D	13
2.3.1	Proposition	13
2.3.2	Modélisation 3D	14
<b>3</b>	<b>Modélisation</b>	<b>16</b>
3.1	Placement du repère principal	16
3.2	Modèle géométrique Direct	16
3.2.1	La relation entre $\theta_i$ et $\beta_i$ : Loi des cosinus	17
3.2.2	Les coordonnées de l'organe terminal	17
3.2.3	La relation entre $\{\mu, \nu\}$ et $\beta_i$	19
3.3	Modèles géométrique Inverse	20
3.4	Modèle cinématique	21
3.4.1	Analyse de singularité : parallèle ou sérielle	21
3.4.2	Détermination de la matrice Jacobienne	21
3.4.3	Singularité et espace de travail	22
3.5	Modèle statique	24
3.5.1	Trilatération	24
3.5.2	Application	25
<b>4</b>	<b>Conclusion et Perspectives</b>	<b>26</b>
4.1	Montage	26
4.2	Améliorations et proposition	26
<b>5</b>	<b>Annexes</b>	<b>28</b>

**Remerciement**

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribué au succès de mon stage et qui m'ont aidé lors de la rédaction de ce rapport.

Tout d'abord, j'adresse mes remerciements à mon professeur et tuteur de stage, Mr Abdelaziz Salih de l'Université de Montpellier qui m'a beaucoup aidé dans ma recherche de stage et m'a permis de postuler dans l'équipe DEXTER. Je tiens aussi à le remercier pour le temps passé ensemble et le partage de son expertise au quotidien. Grâce aussi à sa confiance j'ai pu m'accomplir totalement dans mes missions.

Je remercie également toute l'équipe DEXTER pour leur accueil, leur esprit d'équipe et en particulier Mme Benssalem Mouna, qui m'a beaucoup aidé à comprendre les problématiques d'impression 3D et comment utiliser une imprimante 3D.

Enfin, je tiens à remercier toutes les personnes qui m'ont conseillé et relu lors de la rédaction de ce rapport de stage.

# 1 Contexte et problématique

## 1.1 Radiologie interventionnelle

La radiologie interventionnelle à visée thérapeutique en cancérologie comprend les procédures permettant le traitement d'un cancer, sous contrôle d'un moyen d'imagerie (fluoroscopie, échographie, scanner, IRM), réalisées par un médecin radiologue [1](#).

Avec la thérapie ciblée, la radiologie interventionnelle est l'une des nouvelles armes contre le cancer qui complète les traitements classiques que sont la chimiothérapie, la radiothérapie et la chirurgie [\[Cenb\]](#).

Ils se pratiquent à travers la peau, par le réseau vasculaire ou les voies naturelles, à l'aide d'aiguilles ou d'injections de produit par l'intermédiaire de cathéters. Ils ont notamment l'avantage d'être moins invasifs pour le patient qu'une chirurgie classique. Ces techniques dites mini-invasives permettent d'accéder à une cible tumorale en profondeur en utilisant les voies naturelles (système urinaire, tube digestif...), le réseau vasculaire (artères ou veines) ou en choisissant un chemin court et sans risque au travers d'un organe (ex : voie transcutanée pour le foie ou les vertèbres).



Figure 1: Centre de Radiologie interventionnelle [\[Cena\]](#).

### 1.1.1 Les actes spécifiques de radiologie interventionnelle

La radiologie interventionnelle dispose de différentes actions dont des interventions de radiologie interventionnelle à visée curative de la tumeur avec sa destruction par plusieurs types de procédés, comme le froid, le laser, les ultrasons ou d'autres traitements ainsi que des interventions de radiologie interventionnelle à visée curative des complications de la tumeur et des interventions de radiologie interventionnelle pour permettre un autre traitement curatif ou des interventions de radiologie interventionnelle pour la gestion de la douleur (spondyloplastie ou cimentoplastie) [\[Cenb\]](#).

### 1.1.2 Exemple

Différents systèmes d'imagerie sont aujourd'hui employés pour effectuer les procédures RI. Ces systèmes peuvent se classer, selon la technique utilisée :

**Echographie :** L'échographie est une technique d'imagerie qui utilise des ondes ultrasonores de haute fréquence, produites et reçues par l'appareil (sonde) qui est déplacé sur la peau en glissant au moyen d'un gel. Les Ultrasons reçus sont convertis en images par un ordinateur. L'échographie n'analyse que la région explorée et non l'ensemble du corps. Technique d'une totale innocuité, elle est particulièrement intéressante chez les enfants, les femmes enceintes et peut être répétée au besoin sans danger pour le diagnostic des maladies vasculaires ou les procédures de biopsie.

**Fluoroscopie :** La fluoroscopie est une forme de radiographie qui permet au médecin d'observer les organes et les structures internes en mouvement. On introduit un produit de contraste (colorant)

par injection, voie orale ou lavement. Le colorant permet de voir la région plus clairement sur un moniteur ou un écran cathodique.

**Scanner à rayon X :** le scanner à rayons X, la tomodensitométrie ou CT-scan (CT : computerized tomography en anglais) est une technique qui produit des représentations du corps en coupe transversale. Cette technique utilise des rayons X émis par un tube à rayons X qui tourne autour du patient. Des récepteurs, situés en face de ce tube, mesurent l'intensité de ces rayons après avoir traversés le corps et être absorbés par les différents tissus. Les données obtenues servent à reconstruire des coupes 2D/3D grâce à un système informatique puissant. Les images obtenues contiennent des informations plus détaillées et de meilleure qualité comparées à celles obtenues par les radiographies ordinaires. Le scanner est typiquement employé pour examiner des fractures et lésions osseuses, des pathologies vasculaires et également pour rechercher des hémorragies internes. Il est également utilisé comme outil de planification des chirurgies.

**IRM :** Le principe de l'IRM est fondé sur les propriétés magnétiques d'un atome, l'hydrogène, contenu, à des degrés variables, dans tous les tissus du corps humain. En utilisant des aimants très puissants, les protons des atomes d'hydrogène du corps sont stimulés simultanément, ce qui a pour effet d'orienter tous les atomes d'hydrogène dans la même direction. Une fois cette première étape accomplie, les atomes sont mis en résonance en leur faisant subir une excitation par un champ magnétique (radiofréquence).

À l'arrêt de la stimulation, les atomes restituent de l'énergie dont l'intensité est mesurée et analysée. Puisque tous les tissus ne contiennent pas la même quantité d'atomes d'hydrogène, le niveau d'énergie restitué diffèrera selon la composition tissulaire. L'analyse de ces données par des ordinateurs permet de reconstituer des images en 2 et 3 dimensions et dans les trois plans de l'espace.

## 1.2 Problématique

### 1.2.1 Cancer du foie

Le foie est un organe vital qui possède de nombreuses fonctions. Il fabrique la bile, filtre le sang, stocke le glucose et produit des substances indispensables au maintien de l'équilibre dans l'organisme.

Lorsqu'un cancer du foie apparaît, c'est le plus souvent sur un foie déjà fragilisé, généralement par une cirrhose alcoolique ou une hépatite virale. La découverte d'un cancer du foie se fait alors fréquemment lors du suivi de cette maladie. Elle peut également se faire chez une personne en bonne santé mais les symptômes de la maladie sont alors souvent tardifs et peu spécifiques d'un cancer.

On appelle aussi maladie du foie un dysfonctionnement touchant tout ou partie du foie, un organe localisé dans le ventre et ayant de nombreuses fonctions notamment métaboliser et stocker les nutriments, épurer le sang et fabriquer des protéines.

Le foie est l'organe interne le plus volumineux. Son dysfonctionnement peut conduire au décès du patient, mais une série d'examens permet d'établir le diagnostic, de décrire la maladie ou le cancer et aussi l'état du foie, pour adapter au mieux les traitements.

### 1.2.2 Complications

Au cours de la dernière décennie, de nombreux efforts ont été déployés pour améliorer la technologie d'imagerie et développer de nouveaux dispositifs RI. Cela permet de développer de nouveaux traitements pour les maladies du foie, avec des résultats prometteurs. Parmi les différentes interventions, la biopsie hépatique est devenue l'une des principales méthodes des radiologues interventionnels. Cette procédure permet, entre autres, de déterminer la nature de la tumeur et de faire le diagnostic et le stade de la fibrose hépatique.

L'une des complications pouvant survenir lors de l'insertion de l'aiguille de biopsie du foie est l'hémorragie hépatique. C'est l'une des complications les plus fréquentes et les plus mortelles. Éviter les dommages superficiels au foie en insérant des aiguilles avec un sens d'inclinaison précis est une des solutions proposées pour éviter ce type de complications.

Cependant, la manipulation des aiguilles pendant une chirurgie RI guidée par IRM reste une posture difficile et très inconfortable. Ceci est principalement due à l'espace disponible après l'installation du patient dans le tunnel IRM. Cet espace très limité restreint l'accès à la zone d'intervention pour manipuler l'aiguille. Une autre complication est due à la position délicate du foie. Il se situe au dessous des côtes et du poulmon droit et à droite de l'estomac (figure 2), ce qui en fait un organe amovible à cause du mouvement continu des poulmons. Ce mouvement ne facilite en aucun cas l'accès au foie sans risque de blessure ou d'hémorragie.

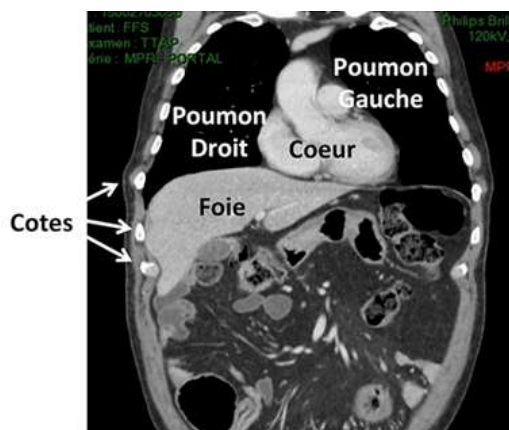


Figure 2: Position du foie dans le corps humain [Pos]

La radiologie interventionnelle a suscité un grand intérêt des radiologues pour effectuer les procédures qui sont complexes et requiert une sécurité des instruments et des patients, et cela nécessite le développement d'un assistant robotique pour la manipulation de l'aiguille lors d'une intervention percutanée.

## 1.3 Solutions et mécanismes existants

- **Le robot INNOMOTION**

Ce robot est constitué d'un bras robotique à 6 DDL monté sur le portique de l'IRM [MGR<sup>+</sup>08], qui est à son tour fixé à la table de l'imageur. Il est dédié aux traitements des douleurs sciatiques et des facettes articulaires guidées par IRM, et également à la réalisation des biopsies et drainages abdominaux.

- **L'assistant robotique semi-automatique pour le guidage d'aiguille de Hata et al.**

Ce robot [HHTM05], à 5 DDL, est fixé à la table de l'imageur. Il est composé de deux modules. Le premier module, à 3 DDL, est actif. Il est actionné par des moteurs piézoélectriques et permet de contrôler de façon logicielle le centre de rotation déporté du système. Le deuxième module est passif. Il est composé d'un porte-aiguille à 2 DDL. C'est le radiologue qui positionne manuellement ce module afin de définir le point d'insertion et l'orientation. Le contrôle du

RCM a été correctement accompli, en évoquant des erreurs moyennes inférieures à 1 mm dans les deux directions.

- **Light Puncture Robot**

Le LPR [BZJ<sup>+</sup>08] est un système actif à 5 DDL qui permet de réaliser l'orientation et l'insertion de l'aiguille de manière complètement automatique.

- **Robot de tenségrité pour l'insertion de l'aiguille du LIRMM**

Créé par JR. Jurado Realpe, Salih Abdelaziz et Philippe Poignet [RAAP20], ce dispositif à la fois compact, léger et compatible avec l'environnement IRM est fondé sur le principe de tenségrité, ce mécanisme permet de moduler la raideur du système et d'orienter l'aiguille autour du point d'insertion. Tout en utilisant une architecture à centre de rotation déporté (RCM).

## 1.4 Solution proposée : Tenségrité et RCM

### 1.4.1 Tenségrité

La tenségrité est, en architecture, la faculté d'une structure à se stabiliser par le jeu des forces de tension et de compression qui s'y répartissent et s'y équilibrent. Les structures établies par la tenségrité sont donc stabilisées, non par la résistance de chacun de leurs constituants, mais par la répartition et l'équilibre des contraintes mécaniques dans la totalité de la structure. Ainsi, un système mécanique comportant un ensemble discontinu de composants comprimés au sein d'un continuum de composants tendus peut se trouver dans un état d'équilibre stable. Ce qui signifie, par exemple, qu'en reliant des barres par des câbles, sans relier directement les barres entre elles, on arrive à constituer un système rigide.

Les dômes géodésiques sont des structures réticulées, ce ne sont pas des systèmes répondant au concept de tenségrité. On peut citer à cet égard les dômes géodésiques de la Biosphère de Montréal (Fuller, 1967) ou de La Géode à Paris (Fainsilber, 1985). La confusion vient du fait que Buckminster Fuller souhaitait réaliser un dôme en utilisant le concept de tenségrité, mais les technologies de l'époque et les moyens de calcul ne lui ont pas permis de le faire.



Figure 3: Structure de tenségrité simple (wikipedia).

#### Intérêt

La tenségrité et plus particulièrement les mécanismes de tenségrité présentent des caractéristiques très intéressantes pour faire face aux différentes exigences de notre application :

- **Légèreté et résistance** : Une structure légère mais en même temps résistante.
- **Une raideur variable** : La variation de raideur est ainsi un facteur déterminant pour la conception de l'assistant robotique. En effet, elle dépend du dimensionnement des actionneurs et du choix des éléments en traction. L'utilisation des câbles élastiques ou l'ajout des ressorts dans le système de tenségrité sera alors nécessaire pour générer cette variation de raideur.



- **Reconfiguration** : la capacité à effectuer une grande reconfiguration de sa géométrie en exploitant l'élongation/rétraction de ces éléments en tension (câbles, ressorts). Un deuxième atout est le déploiement. Ce dernier est la transformation de la géométrie de la structure, en passant d'un volume compact vers un volume important et opérationnel et vice-versa.

#### 1.4.2 RCM Parallèle sphérique

##### *Remote Center Of Motion*

Le RCM (remote center of motion en anglais) ou le centre de rotation déporté est un point hors du mécanisme autour duquel un instrument ou une aiguille tourne. Il existe quatre profils de mécanismes RCM : parallèle, série sphérique, parallèle sphérique et hybride. Il existe de nombreux mécanismes RCM développés, la plupart d'entre eux ne sont pas basés sur des principes de tenségrité et leurs applications sont généralement pour la chirurgie mini-invasive ou la ponction.

La contrainte qui garantit qu'une partie du mécanisme peut tourner autour du RCM peut être fournie de plusieurs manières. La contrainte RCM peut être fournie par un robot redondant, elle est nommée RCM programmable. Ce type de mécanisme n'offre pas la sécurité nécessaire.

Le RCM d'un mécanisme peut être mécanique ou virtuel. Le premier est recommandé pour les interventions mini-invasives car même s'il y a une erreur de contrôle, la sécurité du patient n'est pas menacée.

##### **RCM Parallèle Sphérique**

Lorsqu'un mécanisme RCM comporte dans sa structure des maillons courbés interconnectés de manière parallèle, il reçoit le nom de RCM parallèle sphérique. Les principales caractéristiques de ces robots sont qu'ils sont capables de répartir la charge entre les barres et offrent une rigidité élevée, mais ils ont une plage de rotation limitée, occupent un grand espace et nécessitent une haute précision de fabrication et d'assemblage [CCPP13].

Comme exemple, le robot chirurgical DIAMOND (figure 4) est un mécanisme RCM parallèle sphérique qui aide dans les chirurgies oculaires. La caractéristique principale du DIAMANT est que tous les maillons peuvent tourner autour du RCM, cela est possible car les liens sont des arcs de sphère dont le centre est le RCM.



Figure 4: Robot chirurgical DIAMOND (ARAS).

## 1.5 Etat de l'art

### 1.5.1 "Optimum design of spherical parallel manipulators for a prescribed workspace"

L'article [Bai10] énonce que :

La conception optimale des manipulateurs parallèles sphériques (MPS) est étudiée pour un espace de travail prescrit.

Une méthode numérique est développée pour trouver les paramètres de conception optimaux, y compris les dimensions des liens et les paramètres d'architecture pour une dextérité maximale. Dans la méthode, la fonction objectif est formulée de telle manière que le problème optimal est converti en un problème des moindres carrés non linéaire, qui peut être facilement résolu. De plus, le problème de l'espace de conception est abordé. Un système d'inégalités en termes de dimensions des liens est dérivé pour décrire l'espace de conception pour les MPS réalisables. Des exemples sont inclus pour illustrer l'application de la méthode.

### 1.5.2 "The optimum kinematic design of a spherical three-degree-of-freedom parallel manipulator"

Cet article [GA88] étudie la conception cinématique de différents types de manipulateurs parallèles sphériques à trois degrés de liberté.

Les architectures mécaniques présentées ont été introduites ailleurs. Cependant, des conceptions ayant au moins une configuration isotrope sont suggérées ici pour la première fois. Les configurations isotropes sont définies, à leur tour, comme les configurations dans lesquelles la matrice jacobienne, mappant le vecteur vitesse angulaire de l'effecteur dans les vitesses articulaires, est proportionnelle à une matrice orthogonale.

Tout d'abord, une revue de la cinématique directe et inverse des manipulateurs parallèles sphériques à trois degrés de liberté est présentée, et une forme générale de la matrice jacobienne est donnée. Des manipulateurs parallèles avec des actionneurs à révolution ou prismatiques sont discutés. Ensuite, la notion de conditionnement cinématique est rappelée et utilisée comme indice de performance pour l'optimisation des manipulateurs. Il est montré que cela conduit à des conceptions ayant au moins une configuration isotrope. Enfin, quelques exemples de telles conceptions sont présentés.

### 1.5.3 "An approach for obtaining unique kinematic solutions of a spherical parallel manipulator"

Dans cet article [NS14], une approche pour obtenir des solutions uniques à la cinématique directe et inverse d'un système de manipulateur parallèle sphérique (MPS) avec articulations tournantes est proposée.

L'analyse cinématique d'un MPS général avec articulations tournantes est revisitée et l'approche proposée est formulée sous la forme d'algorithmes faciles à suivre qui sont décrits en détail. Une méthode de vérification graphique utilisant des modèles de conception assistée par ordinateur (CAO) MPS est présentée ainsi que des exemples numériques et expérimentaux qui confirment l'exactitude de l'approche proposée.

L'article a comme objectif que cette approche puisse être appliquée aux MPS avec différentes géométries et puisse être utile dans la conception de systèmes de contrôle en temps réel des MPS.

### 1.5.4 "Parallel Wrists for Enhancing Grasping Performance"

L'article [CCPP13] nous parle d'une manipulation efficace qui dépend fortement des performances des poignets robotiques telles que, par exemple, le nombre de degrés de liberté, le type de mouvement généré, la dextérité des opérations, la rigidité et la taille de la structure mécanique ; de telles caractéristiques affectent fortement les performances cinématiques et dynamiques de la manipulation et peuvent conduire à une prise en main réussie ou à un échec inattendu, si elles ne sont pas prises en compte dès les premières étapes de conception. L'article se concentre sur les poignets à cinématique parallèle, un type d'architecture mécanique assez nouveau qui n'a pas encore trouvé d'applications industrielles pertinentes mais présente des caractéristiques très prometteuses, telles que la rigidité

mécanique, la haute précision, construction légère, et ainsi de suite. La conception d'un nouveau poignet sphérique est discutée en détail et un prototype de machine, actionné par trois moteurs linéaires sans balais, a été construit dans le but d'obtenir de bonnes performances statiques et dynamiques.

#### **1.5.5 "Singularity analysis of closed-loop kinematic chains"**

L'article [GA90] analyse les différents types de singularités rencontrés dans les chaînes cinématiques en boucle fermée. Une classification générale de ces singularités en trois groupes principaux, basée sur les propriétés des matrices jacobiennes de la chaîne, est décrite. L'identification des configurations singulières est particulièrement pertinente pour les modules d'automatisation difficiles ou les dispositifs robotiques basés sur des chaînes cinématiques fermées, tels que des liaisons et des manipulateurs parallèles. Des exemples sont donnés pour illustrer l'application de la méthode à ces systèmes mécaniques.

#### **1.5.6 "Séparation des Solutions aux Modèles Géométriques Direct et Inverse pour les Manipulateurs Pleinement Parallèles"**

Cet article [CW07] fournit un formalisme permettant de gérer les solutions des modèles géométriques direct et inverse des manipulateurs pleinement parallèles. Il introduit la notion de "modes de fonctionnement" pour séparer les solutions du modèle géométrique inverse. Il définit aussi, pour chaque mode de fonctionnement, les aspects de ces manipulateurs. Pour séparer les solutions du modèle géométrique direct, il montre la notion de surfaces caractéristiques puis définit les domaines d'unicité, comme étant les plus grands domaines de l'espace de travail dans lesquels il y a unicité de solutions.

## 2 Conception d'un mécanisme de tenségrité RCM

### 2.1 Objectif

Comme l'objectif de ce projet est d'établir un système de tenségrité qui fonctionne avec le principe d'un mécanisme RCM, la première proposition prend en compte les liaisons sphériques afin de mettre en œuvre un mécanisme RCM de tenségrité formé de deux parallélogrammes fixés à une base.

L'adaptation aux mouvements du patient et des organes est également nécessaire afin de réduire le risque de blessure. Développer des dispositifs portés par les patients aide à compenser partiellement les mouvements respiratoires. Cette solution est souvent considérée dans la littérature, mais due à l'adaptation au mouvement des organes la respiration reste une question ouverte.

L'unité de base du mécanisme RCM de tenségrité formé de deux parallélogrammes (figure 5) est appelée structure à un ciseau sphérique et parallèle, où l'entraînement par câble est mis en œuvre afin de fournir un système de tenségrité.

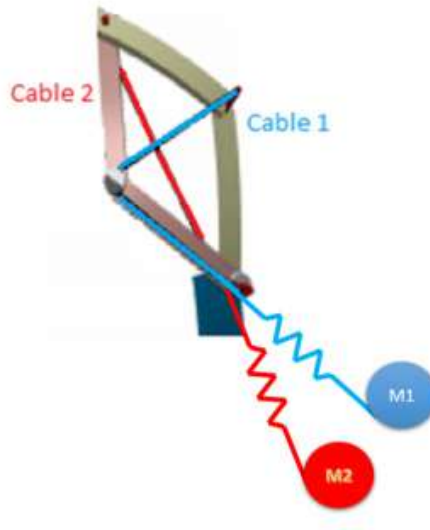


Figure 5: Structure à un ciseau simple sphérique et parallèle.

Afin de contrôler la position et la raideur du mécanisme, deux actionneurs pour chaque degré de liberté sont mis en œuvre. La légèreté de la tenségrité RCM est garantie puisque les actionneurs sont hors du mécanisme.

### 2.2 Fonctionnement

Le robot est constitué de deux parties sous forme de double ciseau sphérique. Mais avant de passer à une structure sphérique, il faut bien comprendre le fonctionnement d'un double ciseau plat (figure 6 et 7).

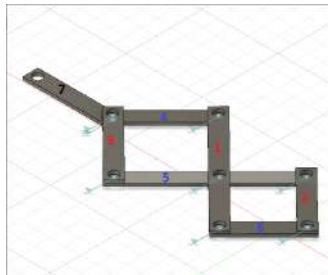


Figure 6: Structure à double ciseau plat .



Figure 7: Même structure après mouvement.

Cette structure est constituée de 7 barres. Les conditions que doivent remplir ces barres sont simples :

- Les barres rouges (1), (2) et (3) doivent être parallèles.
- Les barres bleues (4), (5) et (6) doivent être parallèles.
- Les barres (4) et (3) doivent être égales.
- Les barres (2) et (6) doivent être égales.
- La barre (7) doit être fixe.

Ces conditions remplies, les trous des barres centrales (1) et (5) se retrouvent alignées ce qui permet au système de fonctionner correctement. Par la suite, utiliser ces mêmes conditions sera nécessaire pour modéliser un système sphérique.

## 2.3 Conception 3D

### 2.3.1 Proposition

Une première proposition prend en compte des barres sphériques afin de mettre en oeuvre un mécanisme RCM de tensegrité formé de deux parallélogrammes sphériques fixés à la base. L'organe terminal comme on peut le voir (figure 8) est l'emplacement où l'aiguille sera maintenue.

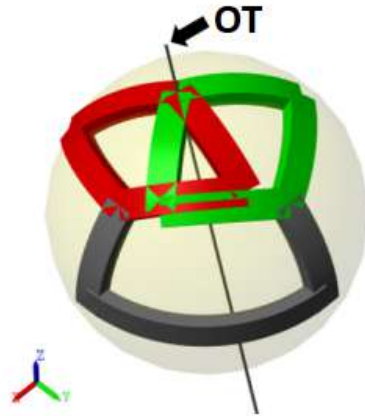


Figure 8: Structure à deux ciseaux simples sphériques et parallèles [L621].

Cette conception tient compte du fait que la configuration du parallélogramme représentée en rouge sur la figure 8, peut être définie par un angle qui dépend des longueurs du câble (1) et (2) (figure 5) qui y sont attachés. De manière analogue, la configuration du parallélogramme représentée en vert peut être définie par un angle qui dépend des longueurs d'un câble (3) et d'un câble (4) qui y sont attachés.

Mais pour cette proposition, les barres sont très proches les unes des autres lorsque l'angle d'ouverture d'un ciseau est égal à  $0^\circ$ , et cette situation ne peut être atteinte dans un robot physique. Il est facile de voir alors qu'une position singulière arrive plus facilement.

En raison de ces complications, un mécanisme RCM de tensegrité avec deux parallélogrammes est présenté : une structure à deux ciseaux doubles parallèles sphériques (figure 9) et cette proposition respecte toutes les conditions que nous avons évoquées auparavant.

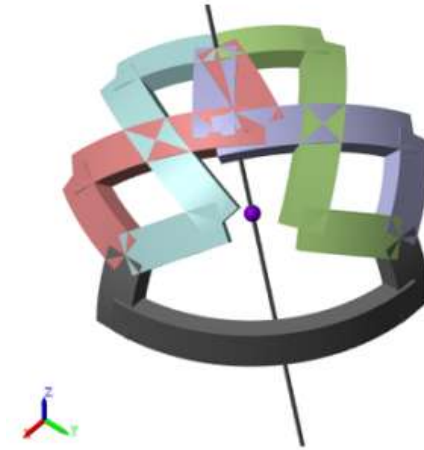


Figure 9: Structure proposée à deux ciseaux doubles sphériques et parallèles [L621].

### 2.3.2 Modélisation 3D

Ce type d'architecture utilise une géométrie circulaire pour définir le mécanisme RCM. Un exemple d'utilisation de ce principe a été envisagé pour développer un robot multi-aiguilles [Mec13].

Le principal avantage de ce type de mécanisme est sa structure simple. Il permet la conception de systèmes très compacts. L'emplacement du point RCM dépend principalement de la précision de construction du système, et ce n'est plus un problème puisqu'on bénéficie aujourd'hui de méthodes de fabrication modernes (impression 3D, découpe laser). Cependant, l'exploitation de ce type d'architecture est tout un défi. Particulièrement pour les applications nécessitant une compatibilité électromagnétique.

L'esquisse utilisée pour modéliser le robot (figure 10) est composée de plusieurs cercles. Ils disposent tous du même centre O ce qui permet de respecter une des conditions du RCM. Ces cercles permettent de modéliser les différents bras de façon à ce que ces derniers soient sur différentes hauteurs, pour éviter le problème survenu dans la première proposition à ciseaux simple.

La figure 11 montre les positions des bras par rapport à chacun. Le majeur problème d'un système comme celui-ci est que la surface de frottement entre un bras supérieur et un bras inférieur est arrondie. Pour remédier à cela, le rajout d'une partie plate est nécessaire (le cercle rouge dans la figure 11), celle-ci jouera le rôle de liaison et renforcera cette partie. Pour respecter le mécanisme du RCM, il suffit alors de diriger ces liaisons vers le centre O, le centre de rotation déporté.

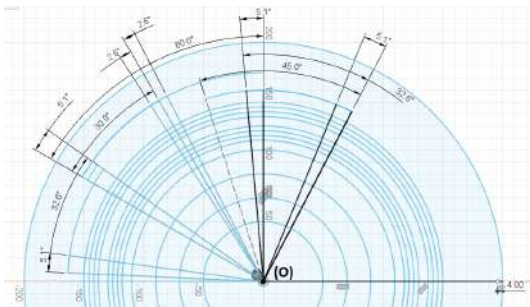


Figure 10: Esquisse 2D de modélisation 3D.

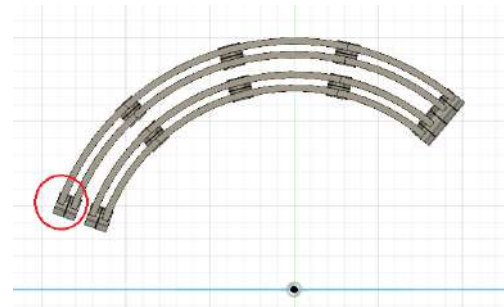


Figure 11: Position des bras de chaque ciseau.

Ceci étant fait, le robot devient fonctionnel après avoir fixé les deux ciseaux aux bases et optimiser les bras pour le passage des câbles.

L'arc qui forme les deux bases du mécanisme a un angle de  $90^\circ$ . Chaque base est inclinée de  $20^\circ$  afin de surélever la position de ces liaisons mais aussi pour abaisser la position du RCM afin

d'avoir la possibilité de rajouter une base assez robuste qui maintiendra la structure complète (figure 12).

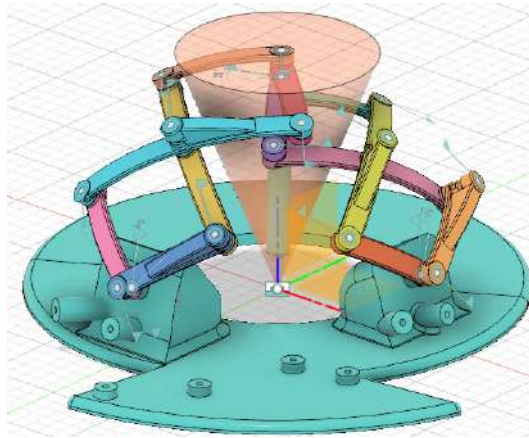


Figure 12: Modèle 3D du prototype.

Cette inclinaison des bases permet aussi d'effectuer deux changements :

- Positionner deux codeurs qui transmettront en temps réel l'angle d'ouverture de chaque ciseaux.

L'utilité de cet angle sera discutée plus loin dans la suite.

- Positionner des poulies de redirection pour déporter les actionneurs. En effet, comme il a été montré par Chapuis et al. [GDL<sup>+</sup>06], le déport d'actionnement représente une solution valide face aux problèmes de compatibilité des systèmes IRM. Déporter l'actionnement, généralement très encombrant, permet également de réduire la taille effective du système et de minimiser l'inertie des parties mobiles. Ce choix d'actionnement est pertinent avec notre contexte applicatif.

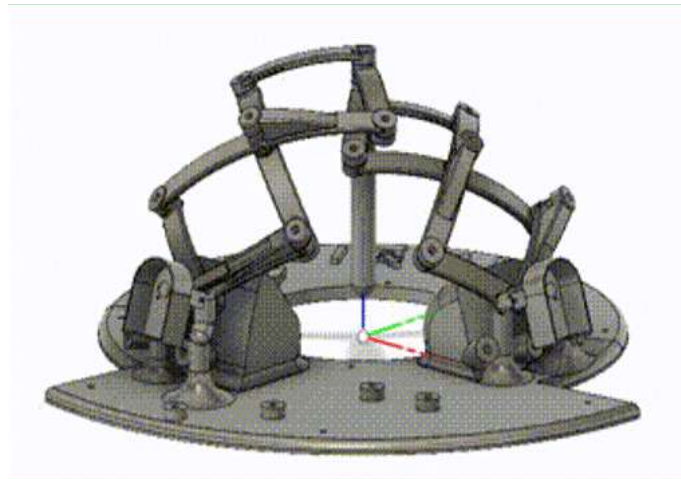


Figure 13: Modèle 3D du prototype final avec codeurs.



### 3 Modélisation

#### 3.1 Placement du repère principal

L'origine du repère de référence  $R_0 = (O, x_0, y_0, z_0)$  est défini comme étant le RCM du mécanisme.  $R_0$  est un repère fixe, défini de manière à ce qu'il soit identique au repère monde et que les axes  $x_0$  et  $y_0$  passe par les articulations des deux bases pour simplifier les calculs à venir.

#### 3.2 Modèle géométrique Direct

Le modèle géométrique direct (MGD) permet d'exprimer l'orientation de l'aiguille, définie par  $X = [\mu \nu 0]^T$  (figure 15), en fonction des variables articulaires  $\beta = [\beta_1 \beta_2]^T$  (figure 14) qui sont les angles d'ouverture des ciseaux.

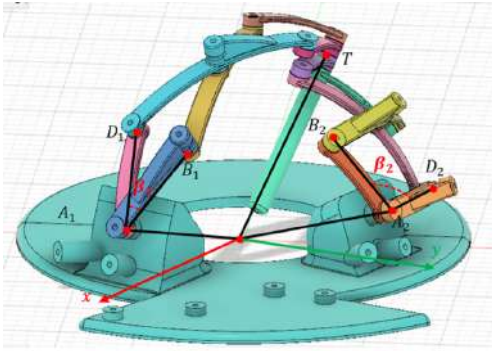


Figure 14: Définition des variables articulaires.

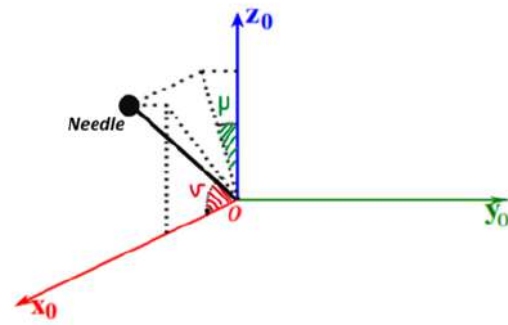


Figure 15: Définition de l'orientation de l'aiguille.

Utiliser la convention de Denavit-Hartenberg serait la méthode la plus convenable. Mais vu que le robot dispose de 13 articulations et que sa chaîne est une chaîne fermée, les expressions deviennent rapidement longues et inutilisables [L621].

La méthode utilisée pour remédier à ceci est de rajouter deux angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  (figure 16), les angles d'inclinaison du guide par rapport aux articulations liées aux bases  $A_1$  et  $A_2$ . Pour retrouver alors la relation entre  $\{\theta_1, \theta_2\}$  et  $\{\beta_1, \beta_2\}$ , une méthode purement géométrique a été utilisée entre chaque articulation : la loi des cosinus.

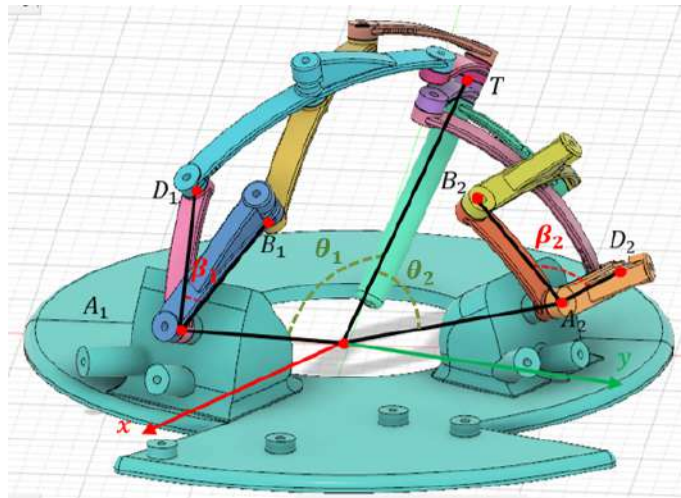


Figure 16: Définition des angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .



### 3.2.1 La relation entre $\theta_i$ et $\beta_i$ : Loi des cosinus

#### Loi des cosinus : Ciseau Gauche 1

Il faut utiliser le triangle qui passe par les points  $A_1, B_1, E_2, T$  (figure 16) afin de trouver la relation entre  $\|A_1T\|$  et l'angle  $\beta_1$  qui peut s'exprimer :

$$\cos(\beta_1) = \frac{\|A_1T\|}{2} * \frac{1}{2\|A_1B_1\|} \iff \|A_1T\| = 4\|A_1B_1\|\cos(\frac{\beta_1}{2}) \quad (1)$$

En utilisant le triangle  $OA_1T$ , la relation entre  $\theta_1$  et  $\|A_1T\|$  peut être retrouvée :

$$\sin(\frac{\theta_1}{2}) = \frac{\frac{\|A_1T\|}{2}}{\|OA_1\|} \iff \theta_1 = 2\sin^{-1}(\frac{\|A_1T\|}{2\|T\|}) \quad (2)$$

Les équations (1) et (2) permettent par la suite d'écrire la relation entre  $\theta_1$  et  $\beta_1$  :

$$\theta_1 = 2\sin^{-1}(\frac{4\|A_1B_1\|\cos(\frac{\beta_1}{2})}{2\|T\|}) \quad (3)$$

#### Loi des cosinus : Ciseau Droit 2

Analogiquement, la même méthode utilisée pour le ciseau (1) peut être utilisée pour le ciseau (2). Il faut se servir alors du triangle qui passe par les points  $A_2, B_2, E_2, T$  afin de trouver la relation entre  $\|A_2T\|$  et l'angle  $\beta_2$  qui s'exprime :

$$\cos(\beta_2) = \frac{\|A_2T\|}{2} * \frac{1}{2\|A_2B_2\|} \iff \|A_2T\| = 4\|A_2B_2\|\cos(\frac{\beta_2}{2}) \quad (4)$$

En utilisant le triangle  $OA_2T$ , la relation entre  $\theta_2$  et  $\|A_2T\|$  peut être retrouvée :

$$\sin(\frac{\theta_2}{2}) = \frac{\frac{\|A_2T\|}{2}}{\|OA_2\|} \iff \theta_2 = 2\sin^{-1}(\frac{\|A_2T\|}{2\|T\|}) \quad (5)$$

Les équations (4) et (5) permettent par la suite d'écrire la relation entre  $\theta_2$  et  $\beta_2$  :

$$\theta_2 = 2\sin^{-1}(\frac{4\|A_2B_2\|\cos(\frac{\beta_2}{2})}{2\|T\|}) \quad (6)$$

### 3.2.2 Les coordonnées de l'organe terminal

La relation entre  $\theta_i$  et  $\beta_i$  retrouvée, la suite logique serait d'écrire la relation entre  $\theta_i$  et les angles d'orientation de l'aiguille  $\{\mu, \nu\}$  en utilisant la méthode des intersections.

#### Méthode des intersections

La méthode des intersections consiste à créer deux cercles qui caractérisent chacun la rotation de l'aiguille autour des axes  $x$  et  $y$ . Ces cercles passent évidemment par l'organe terminal et leurs équations sont définies par les angles d'inclinaison du guide par rapport aux articulations liées aux bases qui sont  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .

Le rayon du cercle qui caractérise la rotation autour de l'axe  $x$  peut s'écrire :

$$r_1 = \|T\|\sin(\theta_1 + \theta_{10}) \quad (7)$$

où  $\theta_{10}$  est l'angle de surélévation de l'articulation  $A_1$  qui est de  $20^\circ$ .

Le rayon du cercle qui caractérise la rotation autour de l'axe  $y$  peut s'écrire :

$$r_2 = \|T\|\sin(\theta_2 + \theta_{20}) \quad (8)$$

où  $\theta_{20}$  est l'angle de surélévation de l'articulation  $A_2$  qui est de  $20^\circ$ .

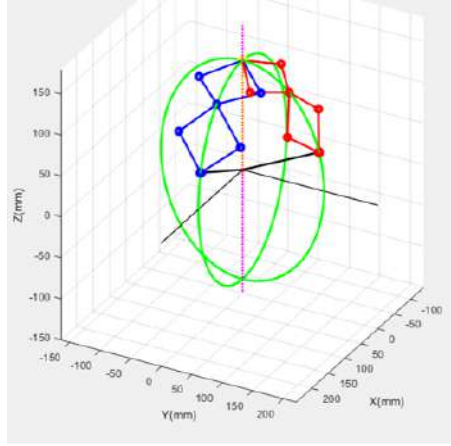
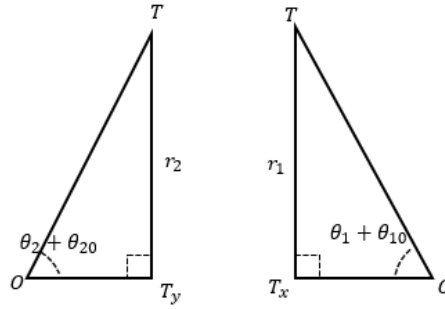


Figure 17: Les cercles de rotation de l'aiguille.

Les relations (7) et (8) permettent alors de retrouver les équations des plans qui passent par l'organe terminal et les axes  $x$  et  $y$  en utilisant la trigonométrie sur les triangles (figure 18) en retrouvant les projections  $T_x$  et  $T_y$  de l'organe terminal sur le plan  $OXY$ .

Figure 18: Triangle  $OTTy$  et  $OTTx$ .

Les expressions de  $T_x$  et  $T_y$  sont données par :

$$T_x = ||\mathbf{T}|| \cos(\theta_1 + \theta_{10}) \quad (9)$$

$$T_y = ||\mathbf{T}|| \cos(\theta_2 + \theta_{20}) \quad (10)$$

L'équation du cercle qui caractérise la rotation de l'aiguille par rapport à l'axe  $x$  est :

$$r_1^2 = (x - T_x)^2 + y^2 + z^2 \quad (11)$$

Et en utilisant ces trois équations (9), (10) et (11) un système de 3 équations 3 inconnus est formé. La solution de ce système permettra d'avoir les coordonnées de l'organe terminal  $\{x, y, z\}$  qui seront données par l'intersection des deux plans qui est une droite (figure 19) avec un des deux cercles (figure 20) ce qui nous donnent deux points dans l'espace.

$$\begin{cases} x = ||\mathbf{T}|| \cos(\theta_1 + \theta_{10}) \\ y = ||\mathbf{T}|| \cos(\theta_2 + \theta_{20}) \\ z = \sqrt{-||\mathbf{T}||^2 + r_1^2 + r_2^2} \text{ ou } z = -\sqrt{-||\mathbf{T}||^2 + r_1^2 + r_2^2} \end{cases} \quad (12)$$

L'organe terminal se situe dans la partie positive de l'axe  $z$  alors le choix de sa coordonnées  $z$  se porte vers  $z = \sqrt{-\|\mathbf{T}\|^2 + r_1^2 + r_2^2}$ .

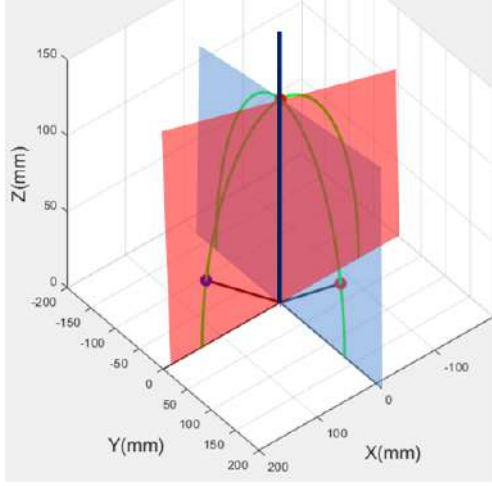


Figure 19: Intersection des 2 plans.

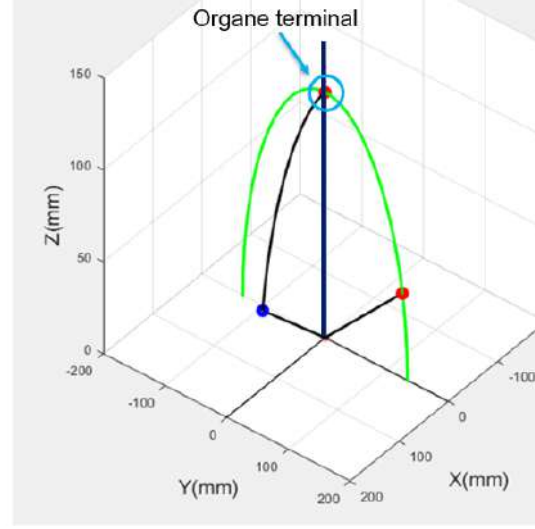


Figure 20: Intersection de la droite avec un des deux cercles.

### 3.2.3 La relation entre $\{\mu, \nu\}$ et $\beta_i$

Pour rappel, l'objectif principal était de retrouver le MGD qui est la relation entre  $X = [\mu \nu 0]^T$  en fonction des variables articulaires  $\beta = [\beta_1 \beta_2]^T$ .

Les expressions de  $\mu$  et  $\nu$  s'écrivent:

$$\mu = \text{abs}(\tan^{-1}(\frac{y}{z})) \quad (13)$$

$$\nu = \text{abs}(\tan^{-1}(\frac{z}{x})) \quad (14)$$

En ayant l'expression des coordonnées de l'organe terminal en fonction de  $\theta_i$  (12) et la relation entre  $\theta_i$  et  $\beta_i$  (3 et 6), les expressions de  $\mu$  et  $\nu$  peuvent être exprimées :

$$\mu = \text{abs}(\tan^{-1}(\frac{\|\mathbf{T}\|\cos(\theta_2 + \theta_{20})}{\sqrt{-\|\mathbf{T}\|^2 + (\|\mathbf{T}\|\sin(\theta_1 + \theta_{10}))^2 + (\|\mathbf{T}\|\sin(\theta_2 + \theta_{20}))^2}})) \quad (15)$$

$$\nu = \text{abs}(\tan^{-1}(\frac{\sqrt{-\|\mathbf{T}\|^2 + (\|\mathbf{T}\|\sin(\theta_1 + \theta_{10}))^2 + (\|\mathbf{T}\|\sin(\theta_2 + \theta_{20}))^2}}{\|\mathbf{T}\|\cos(\theta_1 + \theta_{10})})) \quad (16)$$

$$\text{où } \theta_1 = 2\sin^{-1}(\frac{4\|\mathbf{A}_1\mathbf{B}_1\|\cos(\frac{\beta_1}{2})}{2\|\mathbf{T}\|})$$

$$\text{et } \theta_2 = 2\sin^{-1}(\frac{4\|\mathbf{A}_2\mathbf{B}_2\|\cos(\frac{\beta_2}{2})}{2\|\mathbf{T}\|})$$

### 3.3 Modèles géométrique Inverse

Dans le modèle géométrique inverse, l'orientation du guide de l'aiguille est supposée connue et définie par deux angles  $\mu$  et  $\nu$ . L'objectif de ce modèle est de déterminer les valeurs des variables articulaires  $\beta_1$  et  $\beta_2$ .

Pour ce faire, il suffit alors de résoudre les équations (15) et (16) obtenues auparavant. Pour simplifier les calculs, la résolution des équations en prenant  $\theta_1$  et  $\theta_2$  comme étant des inconnues est la méthode la plus optimale, et ainsi les solutions suivantes ont été obtenues :

$$\text{Solution1 : } \begin{cases} \theta_1 = \arcsin(\cos^{-1}(\sqrt{\frac{1}{\tan^2(\nu)\tan^2(\mu) + \tan^2(\nu) + 1}}) - 3\pi) \\ \theta_2 = \arcsin(\cos^{-1}(\sqrt{\frac{1}{\tan^2(\nu)\tan^2(\mu) + \tan^2(\nu) + 1}} \tan(\nu)\tan(\mu)) - 3\pi) \end{cases} \quad (17)$$

$$\text{Solution2 : } \begin{cases} \theta_1 = \arcsin(\cos^{-1}(\sqrt{\frac{1}{\tan^2(\nu)\tan^2(\mu) + \tan^2(\nu) + 1}}) - 3\pi) \\ \theta_2 = \arcsin(\cos^{-1}(\sqrt{\frac{1}{\tan^2(\nu)\tan^2(\mu) + \tan^2(\nu) + 1}} \tan(\nu)\tan(\mu)) - 4\pi) \end{cases} \quad (18)$$

$$\text{Solution3 : } \begin{cases} \theta_1 = \arcsin(\cos^{-1}(\sqrt{\frac{1}{\tan^2(\nu)\tan^2(\mu) + \tan^2(\nu) + 1}}) - 4\pi) \\ \theta_2 = \arcsin(\cos^{-1}(\sqrt{\frac{1}{\tan^2(\nu)\tan^2(\mu) + \tan^2(\nu) + 1}} \tan(\nu)\tan(\mu)) - 3\pi) \end{cases} \quad (19)$$

$$\text{Solution4 : } \begin{cases} \theta_1 = \arcsin(\cos^{-1}(\sqrt{\frac{1}{\tan^2(\nu)\tan^2(\mu) + \tan^2(\nu) + 1}}) - 4\pi) \\ \theta_2 = \arcsin(\cos^{-1}(\sqrt{\frac{1}{\tan^2(\nu)\tan^2(\mu) + \tan^2(\nu) + 1}} \tan(\nu)\tan(\mu)) - 4\pi) \end{cases} \quad (20)$$

Ces 4 équations sont sous la forme :

$$\begin{cases} \theta_1 = \arcsin(\cos^{-1}(\sqrt{\frac{1}{\tan^2(\nu)\tan^2(\mu) + \tan^2(\nu) + 1}}) - k_1\pi) \\ \theta_2 = \arcsin(\cos^{-1}(\sqrt{\frac{1}{\tan^2(\nu)\tan^2(\mu) + \tan^2(\nu) + 1}} \tan(\nu)\tan(\mu)) - k_2\pi) \end{cases} \quad (21)$$

où  $k_1$  et  $k_2$  sont 2 variables qui dépendent de la position de l'organe terminal dans le plan  $OXY$  (figure 21) où :  $k_1 = \{3, 4\}$  et  $k_2 = \{3, 4\}$ .

Chacune des solutions précédentes définit un des 4 cadrants du plan  $OXY$ , pour le premier quadrant :  $k_1 = 3$  et  $k_2 = 3$ , le deuxième quadrant :  $k_1 = 3$  et  $k_2 = 4$ , le troisième quadrant :  $k_1 = 4$  et  $k_2 = 3$  et le quatrième quadrant :  $k_1 = 4$  et  $k_2 = 4$ .

Pour les zones intermédiaires qui se trouvent dans le croisement de deux cadrants adjacents (sur les axes  $x$  et  $y$ , en traits pointillés rouges sur la figure (21)), l'utilisation des deux solutions les caractérisant donnent le même résultats.

Pour le centre (O) du repère, l'utilisation des quatres solutions s'avère être possible.

Et pour retrouver alors  $\beta_i$  en fonction de  $\mu$  et  $\nu$ , il suffit de remplacer  $\theta_i$  dans les équations suivantes de  $\beta_i$ , obtenues à partir des équations (3) et (6):

$$\beta_1 = 2\cos^{-1}(\frac{\sin(\frac{\theta_1}{2})}{\|A_1B_1\|} \|T\|) \quad (22)$$

$$\beta_2 = 2\cos^{-1}(\frac{\sin(\frac{\theta_2}{2})}{\|A_2B_2\|} \|T\|) \quad (23)$$

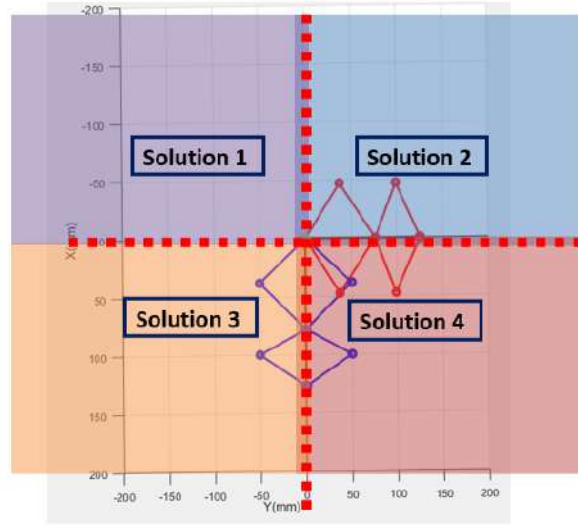


Figure 21: Les différentes solution du MGI selon le quadrant.

### 3.4 Modèle cinématique

Le modèle cinématique direct permet d'exprimer la vitesse angulaire de l'aiguille, définie par  $\dot{\mathbf{X}} = [\dot{\mu} \dot{\nu}]$ , en fonction de la vitesse articulaire du mécanisme  $\dot{\boldsymbol{\beta}} = [\dot{\beta}_1 \dot{\beta}_2]^T$ . La relation entre ces variables est déterminée par la matrice jacobienne  $\mathbf{J}$ , tel que :

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\beta}} \quad (24)$$

#### 3.4.1 Analyse de singularité : parallèle ou sérielle

Avant de déterminer cette matrice jacobienne, une analyse de singularité doit être faite. Le robot est de type parallèle, ce qui veut dire que sa singularité peut être parallèle, sérielle ou les deux.

Pour en savoir plus, il faut effectuer une analyse de singularité. Celle-ci peut se faire en deux étapes:

- Etablir une équation qui caractérise la relation entre les coordonnées d'entrée  $\dot{\boldsymbol{\beta}}$  et les coordonnées de sortie  $\dot{\mathbf{X}}$  :

$$f(\dot{\mathbf{X}}, \dot{\boldsymbol{\beta}}) : \mathbf{A}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{B}\dot{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{0} \quad (25)$$

où  $\mathbf{A} = \frac{d\mathbf{f}}{d\dot{\mathbf{X}}}$  et  $\mathbf{B} = \frac{d\mathbf{f}}{d\dot{\boldsymbol{\beta}}}$

- Calculer le déterminant des matrices  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  :

$$\det \mathbf{A} = 0 \quad \text{et} \quad \det \mathbf{B} = 0 \quad (26)$$

Les deux déterminants étant nuls, la singularité peut être alors définie comme singularité parallèle et sérielle.

#### 3.4.2 Détermination de la matrice Jacobienne

Afin de déterminer la matrice jacobienne, les équations (15) et (16) doivent être dérivées en fonction de  $\beta_1$  et  $\beta_2$  après remplacement des  $\theta_i$ . Etant donnée la complexité de ces équations et les liens géométriques entre les différents angles, la matrice jacobienne est déterminée en deux étapes.

Dans un premier temps, il faut établir une relation entre  $\dot{\mathbf{X}}$  et les dérivées par rapport au temps des angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  :

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{d\nu}{dt} \\ \frac{d\mu}{dt} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_1 \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\text{où } J_1 = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Avec :} \\ J_{11} &= \frac{d\mu}{d\theta_1} = \frac{\|\mathbf{T}\| \sin(\theta_1 + \theta_{10})}{\sqrt{-\|\mathbf{T}\|^2 (\cos^2(\theta_1 + \theta_{10}) + \cos^2(\theta_2 + \theta_{20}) - 1)}} \\ J_{12} &= \frac{d\mu}{d\theta_2} = -\frac{\|\mathbf{T}\| \sin(\theta_2 + \theta_{20}) \cos(\theta_2 + \theta_{20}) \cos(\theta_1 + \theta_{10})}{\sqrt{-\|\mathbf{T}\|^2 (\cos^2(\theta_1 + \theta_{10}) + \cos^2(\theta_2 + \theta_{20}) - 1) (\cos^2(\theta_2 + \theta_{20}) - 1)}} \\ J_{21} &= \frac{d\nu}{d\theta_1} = \frac{\|\mathbf{T}\| \sin(\theta_1 + \theta_{10}) \cos(\theta_2 + \theta_{20}) \cos(\theta_1 + \theta_{10})}{\sqrt{\|\mathbf{T}\|^2 (\cos^2(\theta_1 + \theta_{10}) + \cos^2(\theta_2 + \theta_{20}) - 1) (\cos^2(\theta_1 + \theta_{10}) + 2\cos^2(\theta_2 + \theta_{20}) - 1)}} \\ J_{22} &= \frac{d\nu}{d\theta_2} = \frac{\|\mathbf{T}\| (\cos^2(\theta_1 + \theta_{10}) - 1) \sin(\theta_2 + \theta_{20})}{\sqrt{\|\mathbf{T}\|^2 (\cos^2(\theta_1 + \theta_{10}) + \cos^2(\theta_2 + \theta_{20}) - 1) (\cos^2(\theta_1 + \theta_{10}) + 2\cos^2(\theta_2 + \theta_{20}) - 1)}} \end{aligned}$$

Dans un deuxième temps, les équations (3) et (6) sont dérivées afin d'établir un lien entre le vecteur  $[\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2]^T$  et le vecteur  $[\dot{\beta}_1 \dot{\beta}_2]^T$  :

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = J_2 \begin{bmatrix} \dot{\beta}_1 \\ \dot{\beta}_2 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\text{où } J_2 = \begin{bmatrix} J_{31} & J_{32} \\ J_{41} & J_{42} \end{bmatrix}$$

Avec :

$$\begin{aligned} J_{31} &= \frac{d\theta_1}{d\beta_1} = \frac{-2\|\mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1\| \sin(\frac{\beta_1}{2})}{\|\mathbf{T}\| \sqrt{\frac{-4\|\mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1\|^2 \cos(\frac{\beta_1}{2}) - \|\mathbf{T}\|^2}{\|\mathbf{T}\|^2}}} \\ J_{32} &= \frac{d\theta_1}{d\beta_2} = 0 \\ J_{41} &= \frac{d\theta_2}{d\beta_1} = 0 \\ J_{42} &= \frac{d\theta_2}{d\beta_2} = \frac{-2\|\mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2\| \sin(\frac{\beta_2}{2})}{\|\mathbf{T}\| \sqrt{\frac{-4\|\mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2\|^2 \cos(\frac{\beta_2}{2}) - \|\mathbf{T}\|^2}{\|\mathbf{T}\|^2}}} \end{aligned}$$

Finalement, la matrice Jacobienne  $\mathbf{J}$  (24) peut être calculée par le produit des matrices  $\mathbf{J}_1$  et  $\mathbf{J}_2$  :

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_1 \mathbf{J}_2 \quad (29)$$

### 3.4.3 Singularité et espace de travail

La "Singularité" dans le contexte des robots sériels ou parallèles est un état du robot dans lequel le contrôle de ce dernier ne peut être assuré correctement. Dans ce cas, la singularité correspond mathématiquement aux configurations du robot, où le déterminant de  $\mathbf{J}$  est nul. Le contrôle sur un des degrés de liberté est perdu mais le degré de liberté de l'effecteur concerné n'est pas fixé mais indéterminé dans le sens où il peut prendre virtuellement n'importe quelle valeur.

$$\det(\mathbf{J}) = 0 \iff 4\|\mathbf{T}\|^2 \sin(\theta_1 + \theta_{10}) \|\mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1\| \sin(\frac{\beta_1}{2}) \sin(\theta_2 + \theta_{20}) \|\mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2\| \sin(\frac{\beta_2}{2}) = 0 \text{ (fig.16)}$$

Cette équation est nulle si :

$$\begin{cases} \sin(\theta_1 + \theta_{10}) = 0 \iff \theta_1 = k\pi - \theta_{10} \\ \sin(\frac{\beta_1}{2}) = 0 \iff \beta_1 = 2k\pi \\ \sin(\theta_2 + \theta_{20}) = 0 \iff \theta_2 = k\pi - \theta_{20} \\ \sin(\frac{\beta_2}{2}) = 0 \iff \beta_2 = 2k\pi \end{cases} \quad (30)$$

Ceci démontre que chaque ciseau dispose de deux configurations singulières, ce qui en fait 4 pour le robot. La première étant quand  $\theta_1 = k\pi - \theta_{10}$  ou  $\beta_1 = 2k\pi$ . Dans ce cas, le ciseau (1) est complètement ouvert si  $\beta_1 = 2\pi$  et complètement fermé si  $\beta_1 = 0$ . Pareil pour le deuxième dans les cas où :  $\theta_2 = k\pi - \theta_{20}$  ou  $\beta_2 = 2k\pi$ . La zone noire (figure 22) montre la zone de singularité pour  $\beta_i = 2\pi$

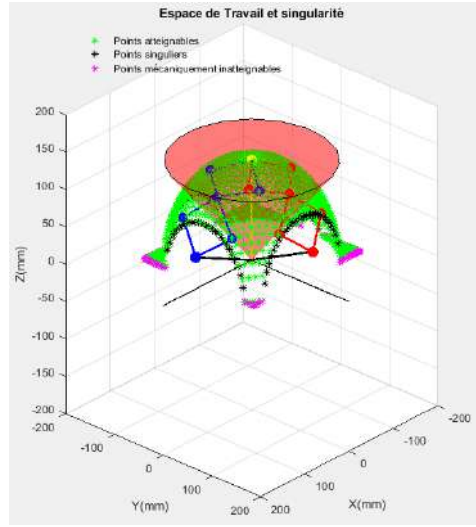


Figure 22: Espace de travail et singularité 1.

Quant à la zone noire (figure 23), celle-ci montre la zone de singularité pour  $\beta_i = 0$ .

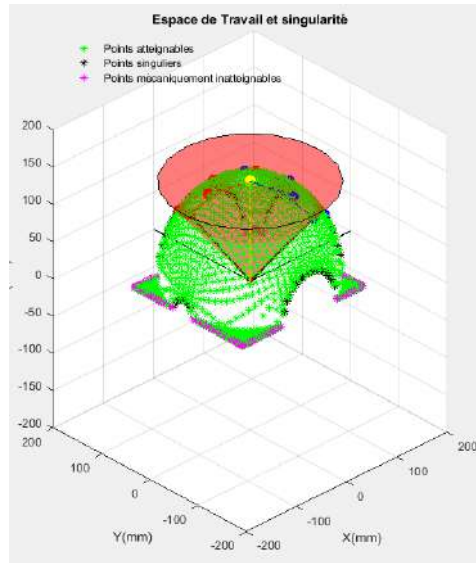


Figure 23: Espace de travail et singularité 2.

### Espace de travail désiré et fonctionnement

Le cône rouge (figure 22 et 23) montre l'espace de travail désiré qui est de  $45^\circ$  et cette zone fait entièrement partie de la zone verte qui représente les points atteignables sans passer par les points singuliers ni les points mécaniquement inatteignables (points magentas).

Ce cône de  $45^\circ$  est nécessaire pour le bon mouvement du robot. Le patient arrêtera de respirer pendant la courte durée d'insertion et pourrait reprendre sa respiration juste après. Le foie commencera alors à bouger en suivant le mouvement des poumons (figure 24) et le robot devrait au moins effectuer un mouvement rotatif de  $45^\circ$  pour éviter de blesser la peau du patient ou causer une hémorragie en blessant le foie.

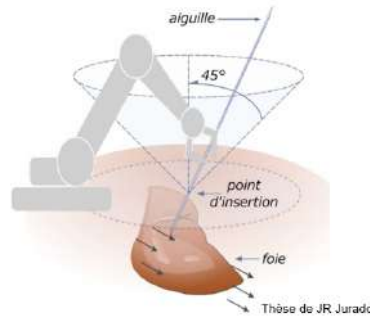


Figure 24: Mouvement de l'aiguille en suivant le foie.

## 3.5 Modèle statique

La modélisation statique du robot consiste à calculer les efforts dans chaque articulation, et les efforts de réactions du sol, en considérant que le robot est immobile.

Pour réaliser alors le modèle statique du robot, retrouver les coordonnées de chaque articulations est nécessaire. Comme dit auparavant, la convention de DH est inutilisable, alors il faut opté pour une autre methode : La trilatération.

### 3.5.1 Trilatération

La trilatération détermine la position d'une cible par rapport à trois points de repère au minimum de position connue. Pour cela, il faut déterminer précisément à quelle distance se trouve la cible de chacun de ces points de repère [Tri].

Par exemple, on utilise trois satellites dont les positions dans l'espace sont connues (figure 25). On cherche à déterminer la position d'une cible (récepteur). Le satellite 1 émet un signal reçu par le récepteur. Ce dernier connaît la date d'émission du signal et la date de réception : il connaît donc la durée de parcours du signal. Le signal voyageant à la vitesse de la lumière, la cible alors est à une distance  $d$  du satellite. Autrement dit sur un cercle centré sur le satellite.

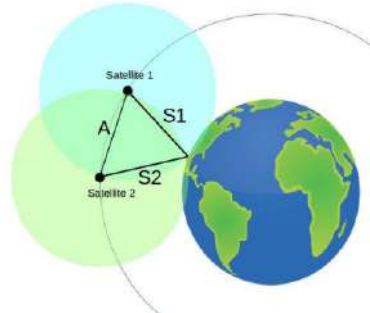


Figure 25: Trilatération GPS 2D [Tri].



L'idée sur laquelle est basé le positionnement par satellite est une trilatération en trois dimensions. La méthode utilise des sphères à la place des cercles précédents : l'intersection de deux correspond à un cercle, et l'intersection de trois sphères correspond à deux points. Et c'est cette méthode qui sera utilisée par la suite.

### 3.5.2 Application

Les coordonnées des points A, T et O étant connues, la trilatération permet de retrouver le point C qui est l'intersection de 3 sphères (figure 26), la première a comme centre le point A et comme rayon la distance  $\|\mathbf{AC}\|$ .

Pour la seconde sphère, le centre est T et le rayon est la distance  $\|\mathbf{TC}\|$ .

Pour la troisième, le centre est O et le rayon est la distance  $\|\mathbf{TC}\|$ .

Maintenant que le point C est retrouvé (figure 26), il faut utiliser la même méthode pour retrouver les points D, B, E et F (figure 27).

Finalement refaire les mêmes étapes pour le deuxième ciseau, afin de retrouver les coordonnées de toutes les articulations. Ces coordonnées devraient aider à calculer les forces et faire le bilan des efforts effectués dans chaque articulation.

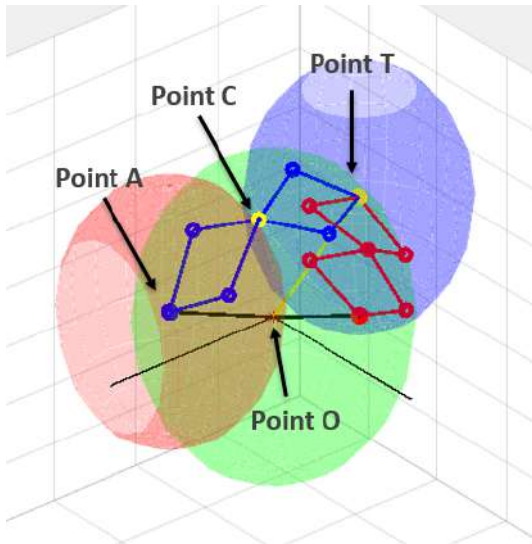


Figure 26: Trilatération point C.

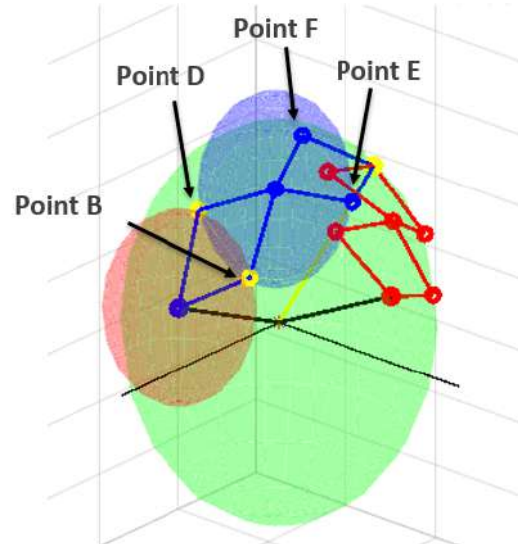


Figure 27: Trilatération points B, D, E, F.

## 4 Conclusion et Perspectives

### 4.1 Montage

Alors pour pouvoir monter le robot, il a fallu commander plusieurs pièces sur des sites comme **MISUMI** ou **RS**. Pour pouvoir lier les bras des ciseaux entre eux, des axes en carbone ont été utilisés afin d'avoir une rotation fluide dans chaque articulation. Des palier de  $0,4mm$  sont mis entre chaque bras supérieur et bras inférieur pour pouvoir les séparer et ainsi éviter les frottements entre eux. Pour pouvoir diriger les câbles qui actionnent le robot, des poulies de renvoi sont disposées sur la base (figure 28), afin de permettre de bénéficier d'un déport des actionneurs, puisque le mécanisme de tensegrité est actionné principalement par câbles et peut être effectué directement sur la structure ou à travers un actionnement déporté.

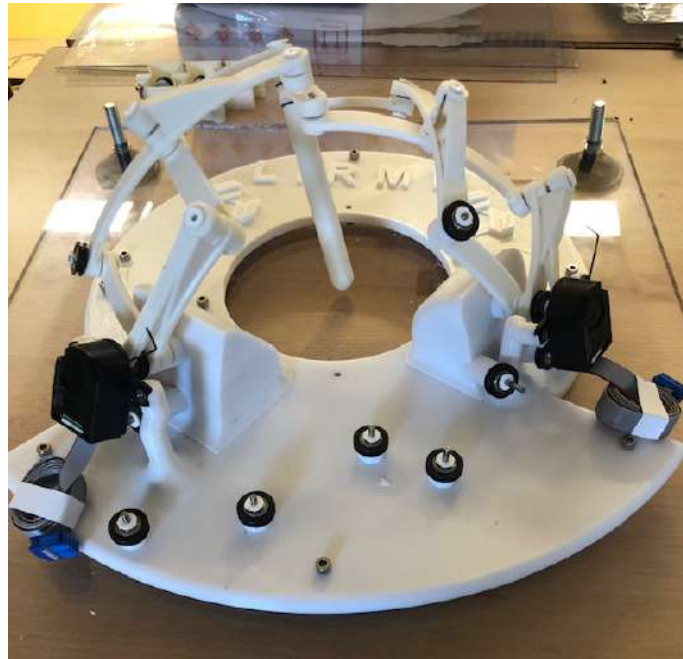


Figure 28: Prototype du robot.

### 4.2 Améliorations et proposition

Quelques problèmes à régler dans ce premier prototype sont à prévoir :

- Changer les axes des articulations  $A_1$  et  $A_2$  afin de maintenir la structure avec plus de stabilité.
- Opter pour des paliers plus larges pour éviter tout jeu entre les articulations.
- Imprimer les pièces de façon optimale pour minimiser le nettoyage de support qui peut endommager les pièces.
- Réaligner les poulies des articulations  $A_1$  et  $A_2$ .
- Résoudre le problème du poids du guide de l'aiguille. Plusieurs solutions sont possibles comme le rajout d'un ciseau supplémentaire ou une structure non actionnée.

Comme proposition pour améliorer ce premier prototype :  
Le rajout d'une structure non actionnée rotative permettra de garder le mécanisme du RCM, mais en même temps, porter le poids du guide de l'aiguille.

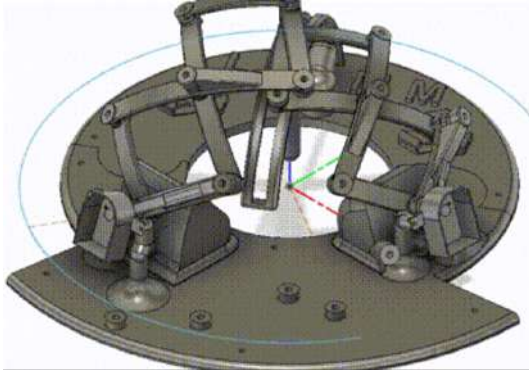


Figure 29: Proposition pour résoudre le problème du poids du guide de l'aiguille.

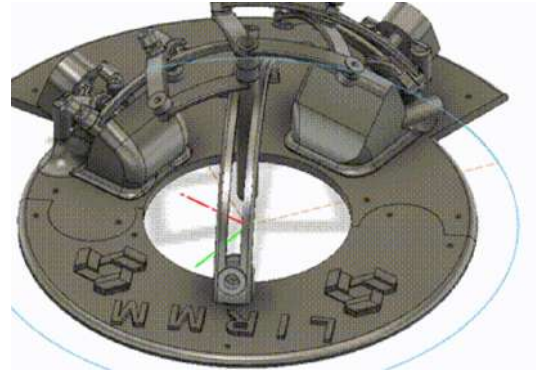


Figure 30: Proposition pour résoudre le problème du poids du guide de l'aiguille.

## 5 Annexes

Vue 2D du robot :

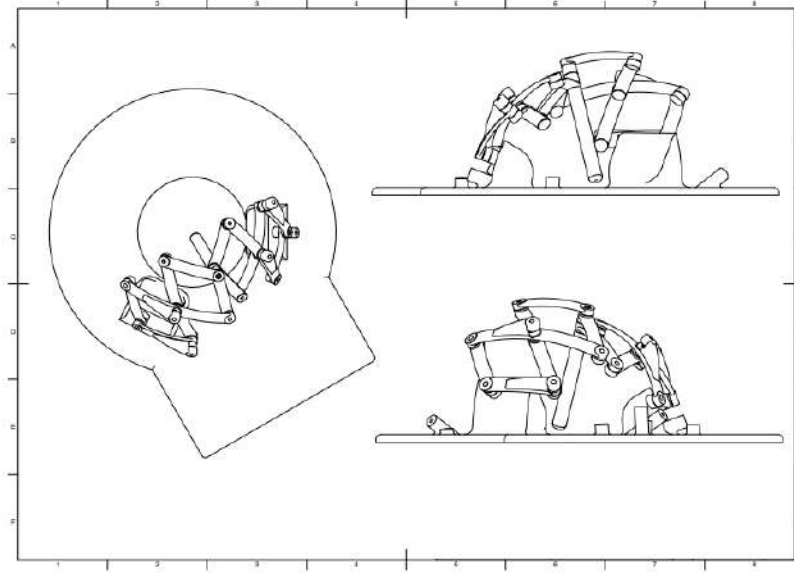


Tableau des paramètres DH:

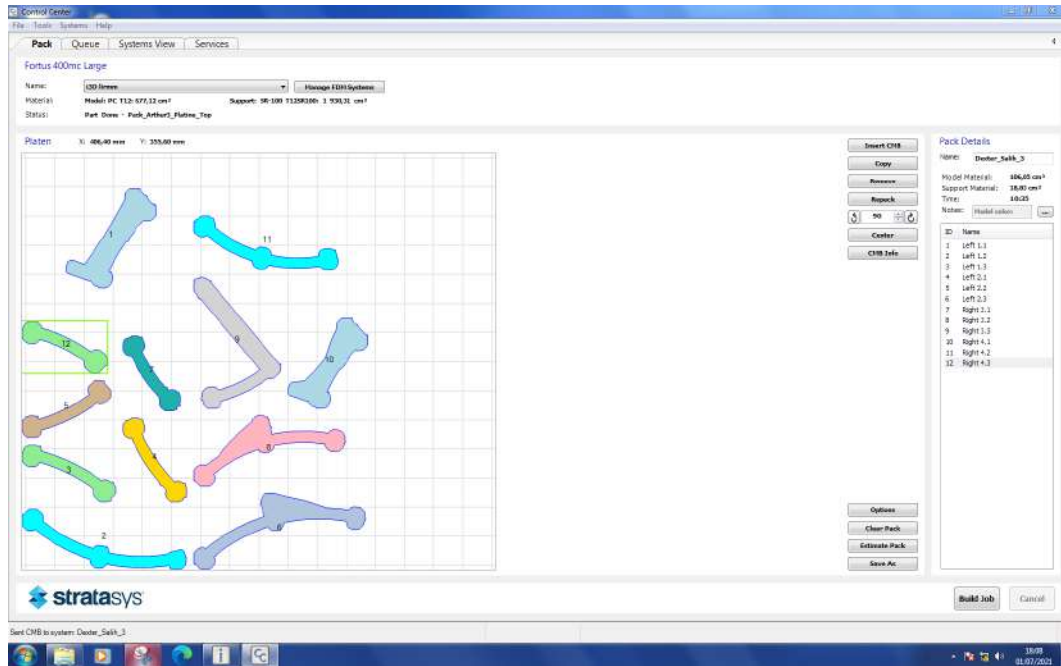
Matrix	$a$	$\alpha$	$d$	$\theta$
$T$	0	0	$r$	0
$H_o^a$	0	$-90^\circ$	0	$-90^\circ$
$H_a^b$	0	$\sigma$	0	0
$H_b^f$	0	$bok/2$	0	$\epsilon_1$
$H_f^k$	0	$bok/2$	0	0
$H_b^c$	0	$\omega$	0	$-\theta_{a1}/2$
$H_b^d$	0	$\omega$	0	$\theta_{a1}/2$
$H_f^g$	0	$\omega$	0	$-\theta_{a1}/2$
$H_f^j$	0	$\omega$	0	$\theta_{a1}/2$
$H_o^l$	0	$-90^\circ$	0	0
$H_l^m$	0	$\sigma$	0	0
$H_m^q$	0	$mok/2$	0	$\epsilon_2$
$H_q^k$	0	$mok/2$	0	0
$H_m^n$	0	$\omega$	0	$-\theta_{a2}/2$
$H_m^p$	0	$\omega$	0	$\theta_{a2}/2$
$H_q^s$	0	$\omega$	0	$-\theta_{a2}/2$
$H_q^w$	0	$\omega$	0	$\theta_{a2}/2$

Forme finale de la Jacobienne en utilisant MAPLE:

$$J := \text{eval}(\text{MatrixMatrixMultiply}(J1, J2))$$

$$\left[ \begin{array}{c} \frac{2 \sin(\theta_{A4} + \alpha_{A4}) A_x \csc(\cos(\theta_{A4} + \alpha_{A4})) A_1 B_1 \sin\left(\frac{1}{2} B_1\right)}{\sqrt{-A_x^2 \cos(\theta_{A4} + \alpha_{A4})^2 - B_y^2 \cos(\theta_{A4} + \alpha_{A4})^2 + A_x^2} R_1} \sqrt{\frac{4 A_1 B_1^2 \cos\left(\frac{1}{2} B_1\right)^2 - R_1^2}{R_1^2}}, \\ \frac{2 B_y^2 A_x \cos(\theta_{A4} + \alpha_{A4}) \sin(\theta_{A4} + \alpha_{A4}) \csc(\cos(\theta_{A4} + \alpha_{A4})) A_2 B_2 \sin\left(\frac{1}{2} B_2\right)}{\sqrt{-A_x^2 \cos(\theta_{A4} + \alpha_{A4})^2 - B_y^2 \cos(\theta_{A4} + \alpha_{A4})^2 + A_x^2} R_2} \sqrt{\frac{4 A_2 B_2^2 \cos\left(\frac{1}{2} B_2\right)^2 - R_2^2}{R_2^2}}, \\ \frac{2 \sin(\theta_{A4} + \alpha_{A4}) \cos(\theta_{A4} + \alpha_{A4}) \cos(\theta_{A4} + \alpha_{A4}) \csc(\cos(\theta_{A4} + \alpha_{A4})) B_y A_1 B_1 \sin\left(\frac{1}{2} B_1\right)}{(\cos(\theta_{A4} + \alpha_{A4})^2 - 1) \sqrt{-A_x^2 \cos(\theta_{A4} + \alpha_{A4})^2 - B_y^2 \cos(\theta_{A4} + \alpha_{A4})^2 + A_x^2} R_1} \sqrt{\frac{4 A_1 B_1^2 \cos\left(\frac{1}{2} B_1\right)^2 - R_1^2}{R_1^2}}, \\ \frac{2 \csc(\cos(\theta_{A4} + \alpha_{A4})) \sin(\theta_{A4} + \alpha_{A4}) B_y A_2 B_2 \sin\left(\frac{1}{2} B_2\right)}{\sqrt{-A_x^2 \cos(\theta_{A4} + \alpha_{A4})^2 - B_y^2 \cos(\theta_{A4} + \alpha_{A4})^2 + A_x^2} R_2} \sqrt{\frac{4 A_2 B_2^2 \cos\left(\frac{1}{2} B_2\right)^2 - R_2^2}{R_2^2}} \end{array} \right]$$

Capture d'écran-Plateau d'impression 3D Stratasys :



Datasheet Codeur HEDL-5640 (Anglais):



### Description

Line Drivers are available for the HEDS-55xx/56xx series and the HEDS-9000/9100/9200/9040/9140 series encoders. The line driver offers enhanced performance when the encoder is used in noisy environments, or when it is required to drive long distances.

The encoder line driver utilizes an industry standard line driver IC, AM26C31Q, which provides complementary outputs for each encoder channel. Thus, the output of the line driver encoder is A,  $\bar{A}$ , B,  $\bar{B}$  and I/ $\bar{I}$  for three channel versions. Suggested line receivers are 26LS32 and 26LS33.

For additional information, please refer to:

HEDS-5500/5540/5600/5640 data sheet,

HEDS-90x0/91x0/92x0 data sheets,

HEDS-9000 series extended resolution data sheet, and AM26C31Q data sheet.

### Features

- Available on Both Encoder Modules (HEDS-9000 Series) and Encoder Kit Housing (HEDS-5500 Series)
- Complementary Outputs
- Industry Standard Line Driver IC
- Single 5 V Supply
- Onboard Bypass Capacitor

Note: Avago Technologies encoders are not recommended for use in safety critical applications. Eg. ABS braking systems, power steering, life support systems and critical care medical equipment. Please contact sales representative if more clarification is needed.

### Device Characteristics

Parameter	Characteristic	Notes
Termination	10 conductor ribbon cable with 10 position IDC connector	See pinout
Electrical Outputs	Complementary outputs: A, $\bar{A}$ , B, $\bar{B}$ , I, $\bar{I}$	I and $\bar{I}$ available only on three channel encoders
Line Driver Components	AM26C31Q line driver IC, decoupling capacitor on PC board.	
Operating Temperature Range	-40°C to 100° C	100° C Series
Storage Temperature	-40°C to 100° C	100° C Series



## References

- [Bai10] Shaoping Bai. Optimum design of spherical parallel manipulators for a prescribed workspace. *Mechanism and Machine Theory*, 45:200–211, 02 2010.
- [BZJ<sup>+</sup>08] Ivan Bricault, Nabil Zemiti, Emilie Jouniaux, Celine Fouard, Elise Taillant, Frederic Dorandeu, and Philippe Cinquin. Light puncture robot for ct and mri interventions. *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, 27(3):42–50, 2008.
- [CCPP13] Massimo Callegari, Luca Carbonari, Giacomo Palmieri, and Matteo Palpacelli. *Parallel Wrists for Enhancing Grasping Performance*, pages 189–219. 11 2013.
- [Cena] Centre de radiologie interventionnelle. <https://centreimageriedunord.com/radiologie-interventionnelle/>.
- [Cenb] Radiologie interventionnelle. <https://www.centreleonberard.fr/patient-proche/parcours-de-soins/traitements-cancer/radiologie-interventionnelle>.
- [CW07] D. Chablat and Philippe Wenger. Séparation des solutions aux modèles géométriques direct et inverse pour les manipulateurs pleinement parallèles. *ArXiv*, abs/0705.1148, 2007.
- [GA88] C. Gosselin and J. Angeles. The optimum kinematic design of a spherical three-degree-of-freedom parallel manipulator. *Journal of Mechanisms Transmissions and Automation in Design*, 110:202–207, 1988.
- [GA90] C. Gosselin and J. Angeles. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 6(3):281–290, 1990.
- [GDL<sup>+</sup>06] Roger Gassert, Ludovic Dovat, Olivier Lambercy, Y. Ruffieux, Dominique Chapuis, Gopi Ganesh, Etienne Burdet, and Hannes Bleuler. A 2dof fmri compatible haptic interface to investigate the neural control of arm movements. pages 3825–3831, 01 2006.
- [HHTM05] N. Hata, R. Hashimoto, J. Tokuda, and S. Morikawa. Needle guiding robot for mr-guided microwave thermotherapy of liver tumor using motorized remote-center-of-motion constraint. In *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1652–1656, 2005.
- [L621] Daniela Montserrat Ruiz López. Modelling and control of spatial tensegrity devices for percutaneous insertion. pages 25–32, 01 2021.
- [Mec13] *An MRI Coil-Mounted Multi-Probe Robotic Positioner for Cryoablation*, volume Volume 6A: 37th Mechanisms and Robotics Conference of *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, 08 2013. V06AT07A012.
- [MGR<sup>+</sup>08] Andreas Melzer, Bernd Gutmann, Thomas Remmele, Renate Wolf, Andreas Lukoscheck, Michael Bock, Hubert Bardenheuer, and Harald Fischer. Innomotion for percutaneous image-guided interventions. *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, 27(3):66–73, 2008.
- [NS14] Aibek Niyetkaliyev and Almas Shintemirov. An approach for obtaining unique kinematic solutions of a spherical parallel manipulator. In *2014 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, pages 1355–1360, 2014.
- [Pos] Position du foie. <https://www.centre-hepato-biliaire.org/maladies-foie/anatomie-foie.html>.

- [RAAP20] J.R. Jurado Realpe, G. Aiche, S. Abdelaziz, and P. Poignet. Asynchronous and decoupled control of the position and the stiffness of a spatial rcm tensegrity mechanism for needle manipulation<sup>\*</sup>. In *2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 3882–3888, 2020.
- [Tri] Trilatération. <https://tribu.phm.education.gouv.fr/toutatice-portail-cms-nuxeo/binary/G%C3%A9olocalisation.pdf?type=FILE&path=%2Fdefault-domain%2Fworkspaces%2Fressources-snt-jbs%2Fdocuments%2F7-geolocalisation-et%2F2-supports-de-cours%2Fgeolocalisation-pdf&portalName=foad&liveState=true&fieldName=file:content&t=1592821901#:~:text=%E2%9E%A2La%20trilat%C3%A9ration,de%20trilat%C3%A9ration%20en%20deux%20dimensions.>