

N1(c)

$$(\lambda xy. xyx) (\lambda x. x) ((\lambda xy. xxy) (\lambda xy. yx))$$

$$(\lambda xy. xyx) (\lambda \cancel{x}. \cancel{y}) = \lambda y. (\lambda x. x) y (\lambda x. x) = \\ = \lambda y. y (\lambda x. x)$$

$$((\lambda xy. xxy) (\lambda x. yx)) = \lambda y. (\lambda x. \cancel{y} \cancel{x}) (\lambda x. \cancel{y} \cancel{x}) y = \\ = \lambda y. (\lambda \alpha. \alpha (\lambda x \beta. \beta x)) y = \\ = \lambda y. y (\lambda x \beta. \beta x)$$

$$(\lambda y. y (\lambda x. x)) (\lambda y. y (\lambda x \beta. \beta x)) =$$

=

Левый терм применяет  $y$  к  $\text{id}$ .

Правый терм применяет переданный  $i$ .  
 $k (\lambda x \beta. \beta x)$

$$= \lambda xy. yx$$

N 8(б)

$$F(n) = 3n$$

п применяется

один раз

$$\lambda n f z. n f \left( n f \left( \underset{\uparrow}{z} \right) \right)^{nfz}$$

Нормальная форма

N 12(1)

$$f(x, y) = x^y$$

$$\lambda x y g z = y x g z$$

$y x g$  - композиция применений

$x k y$   $y$  раз.  $x g$  - композиция

$g$   $xyz$

$y x g$  - композиция

$g$   $x^y xyz$ .

N 13(1)

$$f(x, y) = \text{div } x \cdot y$$

Напишем вспомогательные термы:

$$\text{pred} = \lambda n s z. \text{and}(n \lambda p. \text{pair}(s(fst p)) (fst p)) (\text{pair} z z))$$

$$\text{pair} = \lambda a b t. tab \quad \text{inc} = \lambda n s z. s(nsz)$$

$$\text{fst} = \lambda p. \text{true}$$

$$\text{snd} = \lambda p. \text{false}$$

$$\text{minus} = \lambda m n \text{pred } n$$

$$\text{zero} = \lambda n. n (\lambda c. \text{false}) \text{true}$$

$$\text{leq} = \lambda n. \lambda m. \text{zero}(\text{minus } n m)$$

Решение:

$$\text{div} = \lambda x y. (\text{leq } x y) \bar{o} (\text{inc} (\text{div} (\text{minus } x y) y))$$

N 36 (d)

$$\lambda xy. xyy \quad \begin{array}{l} x:\alpha \\ y:\beta \end{array}$$

Лемма об универсии:  $\Gamma, t, t_2 : R \Rightarrow \exists T_{11} : \Gamma \vdash t_1 : T_{11} \rightarrow R$

$$\Gamma \vdash t_2 : T_{11}$$

$$\left. \begin{array}{l} xy : T_1 \Rightarrow x : T_{11} \stackrel{\beta}{\Rightarrow} T_1 \\ \quad y : T_{11} \stackrel{\beta}{\Rightarrow} \\ (xy)y : T_2 \Rightarrow (xy) : T_{22} \stackrel{\beta}{\Rightarrow} T_2 \\ \quad y : T_{22} \stackrel{\beta}{\Rightarrow} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} xyy : \beta \Rightarrow \beta \\ x : \beta \Rightarrow \beta \Rightarrow T_2 \\ y : \beta \end{array}$$

Other:  $(\beta \rightarrow \beta \rightarrow \gamma) \Rightarrow \beta \Rightarrow \gamma$

N 37

$$\lambda xy. y(\lambda z. zxx) x \quad \begin{array}{l} : \gamma \\ : x \\ : z \\ : T \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x : \alpha \\ y : \beta \\ z : \gamma \end{array}$$

По лемме универсии:

$$\gamma : \alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \chi \quad (\forall z zxx)$$

$$\gamma : \gamma \rightarrow \chi = (\alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \chi) \rightarrow \chi$$

$$\beta : \gamma \rightarrow \alpha \rightarrow \xi = ((\alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \chi) \rightarrow \chi) \rightarrow \alpha \rightarrow \xi$$

$$T : \alpha \rightarrow ((\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \chi) \rightarrow \chi) \rightarrow \alpha \rightarrow \xi) \Rightarrow \xi$$

Other ↗

Acronis