Fiche 1

Thème : STATISTIQUES STATISTIQUES À DEUX VARIABLES

Mathématiques Approfondies

Découverte des notions au travers d'un exercice...

Exercice 1. Estimation d'un chiffre d'affaires.

Une grande entreprise publie chaque année son chiffre d'affaires, en millions d'euros, concernant l'année précédente.

Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6	7
Chiffre d'affaires: y _i	10,2	12,7	15,1	20,3	24,1	31,6	40

1) Représenter graphiquement le nuage de points associé à la série $(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal et placer le point moyen G d'unités 2 cm sur l'axe des abscisses et 0,5 cm sur l'axe des ordonnées.

Vocabulaire

- Dans un repère, le <u>nuage de points</u> associé à la série $(x_i; y_i)$ est l'ensemble des points de coordonnées $(x_i; y_i)$.
- Le <u>point moyen</u> d'un nuage de point est le point G de coordonnées $(\overline{x}; \overline{y})$, avec \overline{x} (resp. \overline{y}) la moyenne des x_i (resp. y_i).
- 2) Expliquer pourquoi le graphique suggère la possibilité d'un ajustement affine.

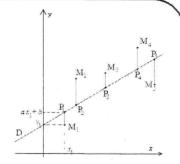
Aide...

Pour suggérer la possibilité d'un ajustement affine, il faut que le nuage est une forme allongée... que les points soient « presque » alignés.

3) a) Déterminer par la méthode des moindres carrés une équation de la droite de régression de y en x (les coefficients seront à arrondir à 10^{-2}).

Vocabulaire

La <u>droite de régression de y en x</u> obtenue avec la méthode est une droite (comme son nom l'indique...) qui passe « au plus près » du nuage de points. Le « plus près » correspondant ici à l'unique droite <u>passant par le point moyen</u> telle que la somme des carrés des écarts P_iM_i (voir figure ci-contre) soit minimale.



Les coefficients de la droite de régression de y en x s'obtiennent à l'aide de la calculatrice.

Une petite vidéo expliquant la démarche à suivre avec la Numworks est accessible en suivant le lien ou QRCode ci-après :



https://dgxy.link/rlVay

- b) Tracer la droite dans le repère précédent.
- 4) Calculer le coefficient de corrélation entre y et x, et donner une interprétation du résultat. Arrondir à 10^{-2} .

Vocabulaire

Le <u>coefficient de corrélation entre y en x</u>, noté r, est un paramètre permettant d'apprécier la qualité d'un ajustement. Ses valeurs sont comprises entre -1 et 1. Plus sa valeur est proche des bornes (-1 ou 1) meilleur est l'ajustement.

Le coefficient de corrélation entre y en x s'obtiennent à l'aide de la calculatrice. Pour la calculatrice Numworks, il s'agit du r affiché après le b dans l'onglet « Stats » (voir vidéo précédente).

5) Si l'évolution se poursuit de la même façon, quel devrait être théoriquement, en millions d'euros, le chiffre d'affaires pour l'année de rang 10 ?

Aide..

On utilise ici l'équation de la droite de régression obtenue à la question 3)a) en remplaçant x par 10... et on n'oublie pas de conclure!

Exercice 2

La bibliothèque du comité d'entreprise d'une grande société a établi le bilan de ses activités pour les quatre dernières années.

Le tableau suivant donne en milliers pour chaque année :

- l'augmentation du nombre des prêts de livres x_i ;
- le nombre de nouveaux lecteurs inscrits : y_i ;
- le nombre de nouveautés achetées : z_i .

Rang de l'année			3	4	
x_i	3	7	1	5	
y_i	0,3	1,4	0,1	0,4	
\boldsymbol{z}_i	0,9	3,2	2,1	2,8	

- 1) Représenter la série statistique des $(x_i; y_i)$; puis, dans un repère distinct, la série des $(x_i; z_i)$. Pour chacun des deux graphiques, prendre un repère orthonormé d'unité 2 cm.
- 2) Déterminer le coefficient de corrélation linéaire de chacune des deux séries. Arrondir à 10^{-3} .
- 3) Que peut-on conclure?

Exercice 3

Une chaîne de supermarchés implantée dans le secteur S a effectué lors des cinq dernières années des relevés statistiques sur son chiffre d'affaires Y (exprimé en millions d'euros) et sur ses frais de publicités X (exprimés en millions d'euros).

Les résultats sont consignés dans le tableau suivant dans lequel figure aussi le nombre N d'hypermarchés de cette chaîne d'activités dans le secteur S.

Rang de l'année	. 1	2	3	4	.5
Frais de publicité X	1	1,05	1,3	1,45	1,5
Nombres d'hypermarchés N	5	7	8	10	12
Chiffre d'affaires Y	120	150	175	198	222

- 1) a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre les variables X et Y et entre les variables N et Y. Arrondir à 10^{-3} . (aludation)
 - b) En déduire quel facteur, N ou X, semble avoir la plus grande influence sur le chiffre d'affaires.
- 2) Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression notée D de Y en N. On déterminera les valeurs approchées arrondies à 10^{-1} des coefficients.
- 3) Représenter graphiquement la droite *D* dans un repère orthogonal d'unité 2cm sur l'axe des abscisses et 1mm sur l'axe des ordonnées.
- 4) Utiliser ce tracé pour prévoir le chiffre d'affaires que l'on peut espérer si l'on ouvre deux nouveaux hypermarchés dans le secteur.