

Instrucciones para el Análisis de Muestras de Números

Prof. Eddy Ramírez

1. Análisis de Muestras Seleccionadas

Dadas las 4 muestras de números seleccionadas, realice los siguientes pasos para analizar su distribución y validar las distribuciones de probabilidad que las generaron.

1.1. Generación de Gráficos de Frecuencias

Para cada una de las 4 muestras:

- Calcule las frecuencias absolutas y relativas de los valores en la muestra.
- Genere un gráfico de barras o histograma que represente las frecuencias. Asegúrese de que el eje horizontal muestre los intervalos o clases de los datos, y el eje vertical las frecuencias.
- Etiquete adecuadamente los ejes y el título del gráfico, por ejemplo: “Histograma de Frecuencias para la Muestra 1”.

1.2. Gráficos de Distribuciones de Probabilidades

Despejando las distribuciones de probabilidad que generaron las muestras (por ejemplo, distribución uniforme, normal, poisson, binomial, geométrica etc.), proceda como sigue para cada muestra:

- Identifique la distribución de probabilidad asociada (parámetros como media μ , desviación estándar σ , o rangos si aplica).
- Genere la función de densidad de probabilidad (PDF) o función de distribución acumulativa (CDF) de la distribución teórica.

- Superponga el gráfico de la distribución teórica sobre el histograma de frecuencias de la muestra correspondiente para visualizar la comparación.
- Ejemplo para una distribución normal: La PDF se representa como

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right).$$

Etiquete los gráficos claramente, indicando la distribución y sus parámetros.

1.3. Pruebas Estadísticas de Bondad de Ajuste

Para corroborar que las muestras provienen de las distribuciones de probabilidad especificadas, realice las siguientes pruebas para cada una de las 4 muestras:

1.3.1. Prueba de Chi-Cuadrado (χ^2)

- Divida los datos en clases o intervalos de igual amplitud.
- Calcule las frecuencias observadas (O_i) en cada clase y las frecuencias esperadas (E_i) bajo la distribución teórica (usando la PDF o CDF para estimar probabilidades).
- Compute el estadístico de la prueba:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i},$$

donde k es el número de clases.

- Determine los grados de libertad ($df = k - 1 - m$), donde m es el número de parámetros estimados) y compare con el valor crítico de la tabla χ^2 o calcule el p -valor.

- Interprete: Si $p > 0,05$ (nivel de significancia típico), no rechace la hipótesis nula (la muestra sigue la distribución).

1.3.2. Prueba de Kolmogorov-Smirnov (K-S)

- Calcule la función de distribución empírica (CDF empírica) de la muestra: $F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I(X_i \leq x)$, donde n es el tamaño de la muestra e I es la función indicadora.
- Obtenga la CDF teórica $F(x)$ de la distribución especificada.
- Compute el estadístico K-S: $D = \sup_x |F_n(x) - F(x)|$ (la máxima diferencia absoluta).
- Compare D con el valor crítico de la tabla K-S para el tamaño de muestra n y nivel de significancia $\alpha = 0,05$, o calcule el p -valor.
- Interprete: Si D es menor que el crítico o $p > 0,05$, no rechace la hipótesis nula.

1.4. Presentación

En una presentación en beamer final, resuma los resultados de los gráficos y pruebas para cada muestra. Discuta si las distribuciones teóricas se ajustan bien a los datos observados basándose en los resultados de las pruebas. Incluya todos los gráficos y tablas de resultados (por ejemplo, tabla de frecuencias observadas vs. esperadas para χ^2).

Debe encontrar la distribución que mejor se ajuste para cada caso.

2. Evaluación

La evaluación está dada por el encontrar la distribución que generaron cada una de las muestras M_i . Para ello debe asegurarse que pase las pruebas χ^2 y KS con la *mayor* holgura posible.

Si dos grupos tienen la misma muestra y distribuciones diferentes, los puntos se lo llevan quienes tengan mejor pruebas de bondad y ajuste.

Muestra	Valor
M_i	30 %
M_i	30 %
M_{15}	20 %
M_{16}	20 %

Toda la información evaluable debe estar presente en la presentación de beamer, o no será tomada en cuenta en la evaluación.