

Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Inżynierii Biomedycznej
Informatyka, rok II
Zespół numer 3
Piotr Kucharski
Dominik Zabłotny

Sprawozdanie z ćwiczenia nr 32
Mostek Wheatstone'a

25 października 2017r

1 Cel ćwiczenia

2 Wykonanie ćwiczenia

3 Opracowanie danych pomiarowych

Długość druta oporowego została zmierzona i wynosi 100 cm. Jest ona dana zmienną l

$$l = 100 \text{ cm} \quad (1)$$

Rezystancja z danych podanych w tabelach zostaje obliczona za pomocą wzoru ???. Krok zmiany znanej rezystancji został dostosowany do danego opornika aby zmiana wychylenia mikroamperomierza była zauważalna.

3.1 Pomiar dla opornika 1

W tabeli 1 zestawiono pomiary przeprowadzone dla opornika 1. Przyjęty został krok zmiany znanej rezystancji 0.5 Ω .

| | | | | | | | | | | |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Rezystancja opornika znanego R [Ω] | 12.5 | 13.0 | 13.5 | 14.0 | 14.5 | 12.0 | 11.5 | 11 | 10.5 | 10 |
| Długość a [mm] | 500 | 491 | 482 | 473 | 464 | 510 | 519 | 529 | 543 | 555 |
| Opór R_1 obliczona [Ω] | 12.50 | 12.54 | 12.56 | 12.57 | 12.55 | 12.49 | 12.41 | 12.35 | 12.48 | 12.47 |

Tablica 1: Wyniki pomiarów dla opornika nr 1

Aby uzyskać rezystancję opornika obliczamy średnią arytmetyczną z wyników z tabeli powyżej:

$$\overline{R_1} = \frac{\sum_{i=1}^{10} R_{1i}}{10} \approx 12.49 \Omega \quad (2)$$

3.2 Pomiar dla opornika 2

W tabeli 2 zestawiono pomiary przeprowadzone dla opornika 2. Przyjęty został krok zmiany znanej rezystancji 1 Ω z wyjątkiem pierwszego pomiaru dla $a = 500$ mm (celem uzyskania wyniku równego rezystancji znanej).

| | | | | | | | | | | |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Rezystancja opornika znanego R [Ω] | 35.8 | 36.0 | 37.0 | 38.0 | 39.0 | 35.0 | 34.0 | 33.0 | 32.0 | 31.0 |
| Długość a [mm] | 500 | 494 | 487 | 480 | 473 | 502 | 509 | 517 | 524 | 533 |
| Opór R_2 obliczona [Ω] | 35.80 | 35.15 | 35.12 | 35.08 | 35.00 | 35.28 | 35.25 | 35.32 | 35.23 | 35.38 |

Tablica 2: Wyniki pomiarów dla opornika nr 2

Aby uzyskać rezystancję opornika obliczamy średnią arytmetyczną z wyników z tabeli powyżej:

$$\overline{R_2} = \frac{\sum_{i=1}^{10} R_{2i}}{10} \approx 35.26 \Omega \quad (3)$$

3.3 Pomiar dla opornika 3

W tabeli 3 zestawiono pomiary przeprowadzone dla opornika 3. Przyjęty został krok zmiany znanej rezystancji $2\ \Omega$ z wyjątkiem pierwszego pomiaru dla $a = 500\ \text{mm}$ (celem uzyskania wyniku równego rezystancji znanej).

| | | | | | | | | | | |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Rezystancja opornika znanego $R\ [\Omega]$ | 72.1 | 74.0 | 76.0 | 78.0 | 80.0 | 70.0 | 68.0 | 66.0 | 64.0 | 62.0 |
| Długość $a\ [\text{mm}]$ | 500 | 491 | 481 | 476 | 469 | 506 | 508 | 513 | 520 | 527 |
| Opór R_3 obliczona $[\Omega]$ | 72.10 | 71.38 | 70.44 | 70.85 | 70.66 | 71.70 | 70.21 | 69.52 | 69.33 | 69.08 |

Tablica 3: Wyniki pomiarów dla opornika nr 3

Aby uzyskać rezystancję opornika obliczamy średnią arytmetyczną z wyników z tabeli powyżej:

$$\overline{R_3} = \frac{\sum_{i=1}^{10} R_{3i}}{10} \approx 70.53\ \Omega \quad (4)$$

3.4 Połączenie szeregowe

3.4.1 Obliczenie rezystancji

W połączeniu szeregowym opór zastępczy jest równy sumie oporów rezystorów na połączeniu, stąd wynika, że mierzony opór powinien wynosić:

$$R_{sobl} = R_1 + R_2 + R_3 = 118.28\ \Omega \quad (5)$$

3.4.2 Pomiar rezystancji

W tabeli 4 zestawiono pomiary przeprowadzone połączenia szeregowego oporników R_1, R_2, R_3 . Przyjęty został krok zmiany znanej rezystancji $5\ \Omega$ z wyjątkiem pierwszego pomiaru dla $a = 500\ \text{mm}$ (celem uzyskania wyniku równego rezystancji znanej).

| | | | | | | | | | | |
|--|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Rezystancja opornika znanego $R\ [\Omega]$ | 116.3 | 120.0 | 125.0 | 130.0 | 135.0 | 110.0 | 105.0 | 100.0 | 95.0 | 90 |
| Długość $a\ [\text{mm}]$ | 500 | 496 | 484 | 474 | 465 | 514 | 526 | 538 | 554 | 568 |
| Opór R_s obliczona $[\Omega]$ | 116.30 | 118.10 | 117.25 | 117.15 | 117.34 | 116.34 | 116.52 | 116.45 | 118.00 | 118.33 |

Tablica 4: Wyniki pomiarów dla połączenia szeregowego

Aby uzyskać rezystancję opornika obliczamy średnią arytmetyczną z wyników z tabeli powyżej:

$$\overline{R_s} = \frac{\sum_{i=1}^{10} R_{si}}{10} \approx 117.18\ \Omega \quad (6)$$

3.5 Połączenie równoległe

3.5.1 Obliczenie rezystancji

W połączeniu równoległym opór zastępczy jest równy odwrotności sumy odwrotności oporów rezystorów układu. Wynika stąd, że spodziewana oporność połączenia będzie wynosić:

$$R_{robl} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \approx 8.16\ \Omega \quad (7)$$

3.5.2 Pomiar rezystancji

W tabeli 5 zestawiono pomiary przeprowadzone połączenia równoległego oporników R_1, R_2, R_3 . Przyjęty został krok zmiany znanej rezystancji 0.5Ω z wyjątkiem pierwszego pomiaru dla $a = 500 \text{ mm}$ (celem uzyskania wyniku równego rezystancji znanej).

| | | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Rezystancja opornika znanego $R [\Omega]$ | 8.0 | 8.5 | 9.0 | 9.5 | 10.0 | 7.5 | 7.0 | 6.5 | 6.0 | 5.5 |
| Długość $a [\text{mm}]$ | 500 | 485 | 472 | 459 | 450 | 519 | 534 | 552 | 557 | 596 |
| Opór R_r obliczona $[\Omega]$ | 8.0 | 8.0 | 8.05 | 8.06 | 8.18 | 8.09 | 8.02 | 8.01 | 7.95 | 8.11 |

Tablica 5: Wyniki pomiarów dla połączenia równoległego

Aby uzyskać rezystancję opornika obliczamy średnią arytmetyczną z wyników z tabeli powyżej:

$$\overline{R_r} = \frac{\sum_{i=1}^{10} R_{r_i}}{10} \approx 8.05 \Omega \quad (8)$$

3.6 Analiza niepewności

3.6.1 Niepewność pomiarowa długości druta oporowego

Drut oporowy został rozciągnięty nad całą długością przymiaru milimetrowego, dlatego stosujemy niepewność typu B, czyli wartość działki elementarnej:

$$u(l) = 0.1 \text{ cm} \quad (9)$$

3.6.2 Niepewność pomiarowa opornika o znanej rezystancji

Oporność rezystora jest ściśle określona oraz możliwa do regulacji pokrętkami na obudowie urządzenia. Niestety, urządzenie nie oferowało żadnej podanej niepewności na tabliczce znamionowej, przez co należy przyjąć, że ustawiona rezystancja nie jest obciążona żadnym błędem. Jest to nieprawdziwe, ponieważ po sprawdzeniu wartości oporu za pomocą multimetru ustawiona wartość odbiegała od rzeczywistej o niestały procent, przez co nie jest możliwe określić dokładnej niepewności pomiarowej znanej rezystancji.

3.6.3 Niepewność mierzonego oporu

Niepewność mierzonego oporu należy obliczyć zgodnie z prawem przenoszenia niepewności uzależnione od niepewności pomiarowej druta oporowego zgodnie z wzorem:

$$u(R_{x_i}) = \left| \frac{dR_{x_i}}{da} u(a) \right| = R \frac{l}{(l-a)^2} u(a) \quad (10)$$

Powyższy wzór został zastosowany dla każdego pojedynczego pomiaru każdego opornika/zestawu oporników a z otrzymanych wyników została obliczona średnia arytmetyczna stanowiąca finalny wynik niepewności pomiarowej mierzonego oporu. Zatem wzór końcowy niepewności określony jest równaniem:

$$u(R_x) = \frac{\sum_{i=1}^{10} R_{x_i}}{10} \quad (11)$$

Niepewność wynosi odpowiednio dla poszczególnych rezystorów:

- Opornik 1

$$u(R_1) = 0.05 \, \Omega \quad (12)$$

- Opornik 2

$$u(R_2) = 0.14 \, \Omega \quad (13)$$

- Opornik 3

$$u(R_3) = 0.28 \, \Omega \quad (14)$$

- Połączenie szeregowe

$$u(R_s) = 0.47 \, \Omega \quad (15)$$

- Połączenie równoległe

$$u(R_r) = 0.03 \, \Omega \quad (16)$$

3.6.4 Niepewność złożona obliczonej rezystancji

Niepewność obliczenia rezystancji jest niepewnością złożoną uzależnioną od niepewności pomiaru oporności R_1 , R_2 oraz R_3 i wyraża się ją wzorem:

$$u(R) = \sqrt{\left(\frac{\delta R}{\delta R_1}\right)^2 u(R_1)^2 + \left(\frac{\delta R}{\delta R_2}\right)^2 u(R_2)^2 + \left(\frac{\delta R}{\delta R_3}\right)^2 u(R_3)^2} \quad (17)$$

Stąd dla połączenia szeregowego uzyskujemy niepewność określoną wzorem:

$$u(R_{sobl}) = \sqrt{u(R_1)^2 + u(R_2)^2 + u(R_3)^2} \approx 0.32 \, \Omega \quad (18)$$

Dla połączenia równoległego niepewność złożona, po podstawieniu do wzoru 17, wynosi:

$$u(R_{robl}) \approx 0.02 \, \Omega \quad (19)$$

4 Podsumowanie

Wyniki z uwzględnieniem niepewności pomiarowych zostały przedstawione w tabeli poniżej. Dla oporników 1, 2 oraz 3 wartość rezystancji jest wyznaczana tylko doświadczalnie.

| Opornik | Oporność wyznaczona [Ω] | |
|-----------------------|----------------------------------|---|
| Opornik 1 | 12.49 ± 0.05 | |
| Opornik 2 | 35.26 ± 0.14 | |
| Opornik 3 | 70.53 ± 0.28 | Oporność obliczona [Ω] |
| Połączenie szeregowe | 117.18 ± 0.47 | 118.28 ± 0.32 |
| Połączenie równoległe | 8.05 ± 0.03 | 8.16 ± 0.02 |

Tabela 6: Podsumowanie wyników doświadczenia wraz z niepewnościami