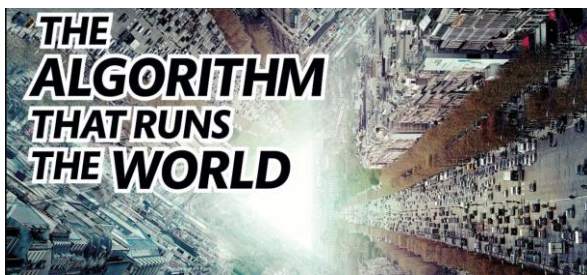


# 优化理论与算法

## COPT求解器

郭加熠 | 助理教授

# 面向世界科技前沿、面向经济主战场、面向国家重大需求



未来人工智能的最重要突破，仍要取决于与优化算法的紧密结合——“机器学习父”

Michael Jordan

“二十世纪十大算法—线性规划单纯形法”——美国物理学会和IEEE Computer Society



“用数学规划思维看经济体系，经济主体的行为大多可以理解并表达成数学规划中的最优化问题。”

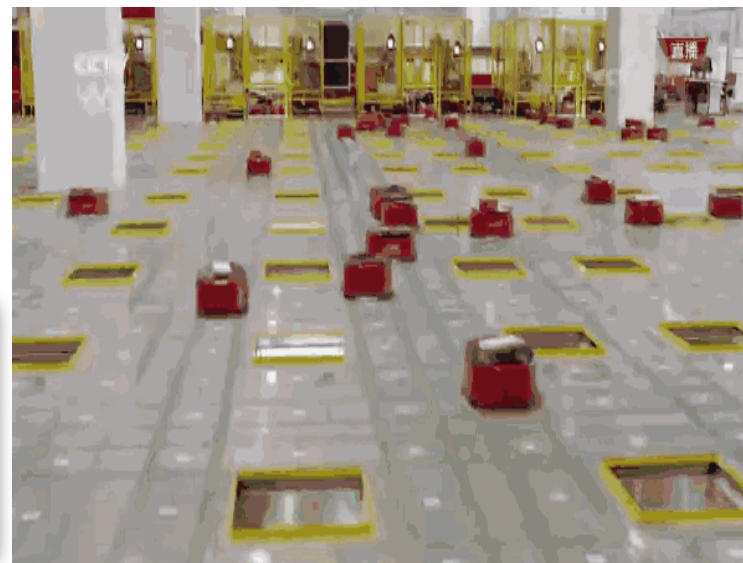
“经济主体就是要追求某种最大化，如果用数学规划来考虑这些问题，会有很多优势，问题能够看得更透彻，并以一个更精确的角度来分析问题。”

——《数学规划与经济分析》周小川



在国家电网/南方电网的实时潮流计算，机组组合优化与调度中，数百个数学规划求解软件在24小时运行着

类似于SpaceX 猎鹰九号火箭，我国的月球飞行器再入大气层最后六十秒轨迹设计也需要（定制化）数学规划求解器的嵌入式系统负责实时运算求解



京东“亚洲一号”无人仓数学规划的AI算法，为企业带来五年15亿美金的成本节省。

# 服务国家各项重大需求

## 军事

雷达天线阵列  
战场态势软件

## 航天

航天器轨迹优化  
航天装备试验测  
控资源调度

## 航空

航班调度  
网络规划  
收益管理  
发动机管理优化

## 能源

调度优化  
机组组合优化  
电力市场定价

## 交通

地铁维修、排班  
港口智能调度

## 工业4.0

排产排程  
产销协同  
库存管理  
仓网布局

## 零售

智能选址  
门店排班  
收益管理  
库存优化

## 电商

营销策略优化  
最优预算分配  
最优流量分配  
京喜618

## 仓储物流

运输路径优化  
网络规划  
仓内补货  
捡货路径

## 金融

投资组合优化  
市场量化计算  
风险管理



# 数学规划求解器：“卡脖子”工程的重要一环

## 现实1：数学规划软件在多行业有大量需求

- 电网：约500~1000个求解器运转在核心调度功能上
- 航空：国东南三大航长期使用
- 交通：公交（北京）/高铁（京沪）等车次排班调度
- 金融：招商，蚂蚁金服等

## 现实2：目前，国产性能不足，国产化比率低

- 2017年之前，没有国产软件
- 基本全为英美的GUROBI/CPLEX/XPRESS占有

## 隐患：存在事实上的卡脖子风险

- 华为：GUROBI 2020年起通知不再服务
- 国防：地月工程，雷达定位需代码深度定制
- 警示：2022/03，俄乌战争导致美国三大求解器全部断供俄罗斯



但解决问题需要调用的底层数学软件，如 CPLEX（美国 IBM），Gurobi（美国）以及 Xpress（英国）等主要依靠国外。在建模与仿真领域，我国发展相对薄弱。由于相关软件开发周期长、短期效益低、产品利润低，因此其开发一直被国内企业忽略。同时美国商业软件也不允许中国公司对其进行定制化设计，建议国家鼓励科研人员从事底层软件开发工作。

专题组负责人袁亚湘院士做总结发言，指出西方相关软件开发时间相当久远，如果我国现在着手开发，可以充分利用时代优势从而实现超越；对目前尚不成熟、但未来可能出现的技术，需要进一步深入思考；在军事领域，更需要进一步开展综合研究探讨；同时本次专题研究站位要更高，更多地对未来进行思考，更具前瞻性。最后，袁院士要求专题组成员广泛听取领域专家意见，并在规定的时间完成专项研究，形成项目专题报告。

中科院战略咨询院党委副书记刘清研究员、王海霞副研究员，中国科学院学部工作局数理化学办公室余和军副主任参加了会议。

# 数学规划求解器：“卡脖子”工程的重要一环

## 现实1：数学规划软件在多行业有大量需求

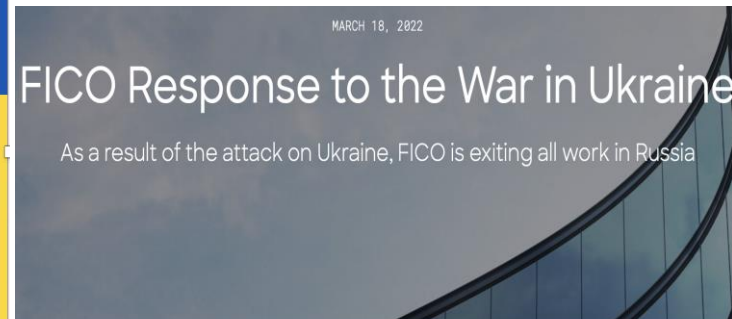
- 电网：约500~1000个求解器运转在核心调度功能上
- 航空：国东南三大航长期使用
- 交通：公交（北京）/高铁（京沪）等车次排班调度
- 金融：招商，蚂蚁金服等

## 现实2：目前，国产性能不足，国产化比率低

- 2017年之前，没有国产软件
- 基本全为美国的GUROBI/CPLEX/XPRESS占有

## 隐患：存在事实上的卡脖子风险

- 华为：GUROBI 2020年起通知不再服务
- 国防：地月工程，雷达定位需代码深度定制
- 警示：2022/03，俄乌战争导致美国三大求解器全部断供俄罗斯



RELAT  
POSTS

Women in  
Can Lead  
Models

As a result of the attack on Ukraine, FICO is exiting all work in Russia. Consistent with directives by governments around the world, we are actively unwinding our business relationships in Russia and will not be pursuing new business in Russia.

# 数学规划求解器：国内外现状

世界著名数学规划求解器研发历程

- 1939年，苏联诺贝尔经济学奖获得者Leonid Kantorovich发明线性规划
- 1979年芝加哥大学的Charnes 发布Lingo
- 1983年英国爱丁堡大学Ashford创办了XPRESS
- 1987年莱斯大学Bixby创办了CPLEX公司
- 2000年COIN-OR成立，并发布CLP和CBC
- 2005年德国ZIB发布了开源整数规划SCIP
- 2008年Cplex团队Bixby等离职创办GUROBI
- 2017年，上财发布中国第一个开源数学规划求解器LEAVES，2018年中科院 CMIP
- 2019年，杉数科技发布中国第一个商业数学规划求解器COPT，此后阿里，华为等纷纷入局
- 2021年至今，谷歌，ORACLE，微软纷纷开始组建自己的数学规划求解器团队

世界著名数学规划求解器一览表

GUROBI	美国与英国三大求解器巨头，累计三十年以上研发历史和95%以上市场。线性，整数，非线性各个模块功能齐备				
CPLEX					
XPRESS					
SAS	←世界最大商业统计软件（北卡）				
CVX	←著名开源求解器建模平台(斯坦福大学)				
IPOPT	←著名开源非线性规划软件(卡耐基梅隆)			OPTV	华为
Coin-OR	←世界最好开源线性规划（多组织维护）			MDOPT	阿里
Baron	←世界最好非线性规划（多组织维护）			COPT	杉数
NEOS	SCIP	←最好开源整数规划 (ZIB)		CMIP	中科院
CBC	SOPLEX	MOSEK	GLPK	LEAVES	上财
美国	德国	丹麦	俄罗斯	中国	
世界最大免费服务平台（威斯康星大学）					
世界最好开源组织（多组织维护）		世界最好锥规划（MOSEK）			



### 3. 做什么：研发历程

#### 上海财经大学建设国产求解器的历程



# 2019年发布中国首个专业求解器COPT

## 单纯形法

6 Jun 2022											
=====											
Benchmark of Simplex LP solvers											
=====											
H. Mittelmann ( <a href="mailto:mittelmann@asu.edu">mittelmann@asu.edu</a> )											
=====											
56 probs	9.52	1.43	1	1.17	4.23*	16.8	14.2	27.2	44.9	87.4	28.2
solved	43	56	56	55	39	42	44	32	34	28	37
=====											
probs	CLP	Gurob	COPT	MDOPT	OPTV	MOSEK	HiGHS	GLOP	SPLX	GLPK	MATL
=====											
L1_sixm	269	3	1	1	4	185	166	f	11463	1355	5443
Linf_520c	36	39	10	13	18	1022	166	289	t	778	f
a2864	1645	95	55	50	409	t	t	f	t	t	f
bdry2	t	681	412	452	8136	t	t	t	t	f	t
cont1	184	7	2	5	5	462	107	299	227	f	t
cont11	963	8	6	5	26	t	1868	f	3452	f	t
datt256	106	173	8	12	32	3430	t	465	t	9631	399
dlr1	t	1002	2104	2229	2512	t	t	f	t	t	t
ex10	32	3	2	2	1	222	47	500	227	f	132
fhnw-bin1	t	132	89	27	t	t	t	t	t	t	t
fome13	40	4	2	1	4	146	53	138	196	2426	166
graph40-40	556	21	11	4	2	1848	t	f	8702	4892	3594
irish-e	297	25	18	19	35	93	102	t	440	287	136
neos	23	5	13	7	10	45	166	39	41	2985	301
neos3	18	2	1	2	1	4	1065	278	3290	2140	t
neos3025225	663	89	13	16	21	490	6330	115	430	246	243
neos5052403	188	30	8	2	25	58	430	550	298	3286	13638

## 内点法

1 Jun 2022											
=====											
Benchmark of Barrier LP solvers											
=====											
H. Mittelmann ( <a href="mailto:mittelmann@asu.edu">mittelmann@asu.edu</a> )											
=====											
Logfiles of these runs at: <a href="http://plato.asu.edu/ftp/lp_logs/">plato.asu.edu/ftp/lp_logs/</a>											
50 probs	103	804	26.1	1532	1092	22.0	48.6	310	400	274	
solved	4.67	36.6	1.19	69.8	49.7	1	2.21	14.1	18.2	12.5	
=====											
problem	MOSEK	MATLAB	Gurobi	CLP	TULIP	COPT	MDOPT	KNITRO	HiGHS	PDLPS	
=====											
Dual2_5000	f	t	1751	f	m	346	t	f	t	2812	
Primal2_1000	1127	834a	t	f	t	106	3407	360	t	1312	
thk_63	2799	t	260	m	m	6302	4562	t	t	1300	
L1_six1000	468	f	35	f	f	39	99	m	f	2808	
L2CTA3D	2602	m	1145	t	f	746	4600	m	f	24	
degme	158	5813	41	3487	4051	27	56	58	1473	423	
dlr2	t	t	645	t	f	661	1222	f	f	t	
karted	212	106	32	1043	1132	21	86	19	7816	27	
set-cover	12006	8931	74	4793	f	85	164	524	599	120	
support19	12	48	8	330	f	8	29	133	182	518	
L1_sixm250	84	5443	3	1524	t	2	4	m	176	98	
Linf_520c	65	f	6	f	t	4	18	f	467	475	
a2864	626	1080	93	f	3659	55	78	90	3021	13	
bdry2	t	432	79	t	830	104	121	8	f	t	
cont1	73	18	8	575	10	2	5	1	235	489	
cont11	1534	f	8	373	12	6	5	3	396	5333	
datt256	183	45	12	129	9	3	9	12	660	2	

杉数求解器COPT自从2019年5月首次公开发布起，一直长期占据线性规划LP测评榜首的位置

单纯形法求解器从2019年5月17日起至今37个月里，约80%的时间占据测评第一，占据着统治性地位

而线性规划中相对更快更有优势的Barrier方法，登上榜首以后更是只让王冠外落过于Gurobi一次

评测网站: <http://plato.asu.edu/bench.html>



# 整数规划开发流程图—最困难的数学规划软件模块



整数规划应用最广泛  
三大模型实际中的应用占比:

- 15%: 线性规划 (LP)、
- **79%: 混合整数规划 (MIP)**
- 7%: 非线性规划模型 (NLP)

整数规划难度最大  
NP难, 只有非多项式时间精确算法:

**线性规划: 约5万行代码**  
**整数规划: 100到200万行**  
非线性各个模块: 都在10万行以下

# 整数规划求解器排名

成功解决的问题数（总共240）：

XPRESS 180,

COPT 195

CPLEX 206,

内测速度：

- MIPLIB问题比CPLEX慢25~30%。
- Infeasibility Detection问题比CPLEX快54%左右。

18 Jun 2022  
=====

The MIPLIB2017 Benchmark Instances

=====

H. Mittelmann ([mittelmann@asu.edu](mailto:mittelmann@asu.edu))

All non-successes are counted as max-time.  
The third line lists the number of problems (240 total) solved.

	CBC	FSCIP	Gurobi	COPT	SCIP	SCIPC	HiGHS
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
unscal	1328	794	91.4	214	928	767	836
scaled	14.5	8.69	1	2.34	10.2	8.39	9.15
solved	107	146	224	195	133	149	150
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

18 Jun 2022  
=====

Infeasibility Detection for MILP Problems

=====

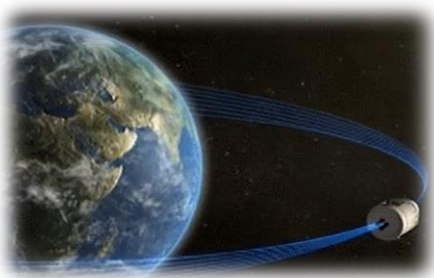
H. Mittelmann ([mittelmann@asu.edu](mailto:mittelmann@asu.edu))

	CBC	COPT	FSCIP	GUROBI	MATLAB	SCIP	SCIPC	HiGHS
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
	14.8	1.39	7.37	1	23	6.06	4.68	8.12
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
solved of 32:	20	29	24	29	15	25	26	24
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

半正定规划  
世界第一

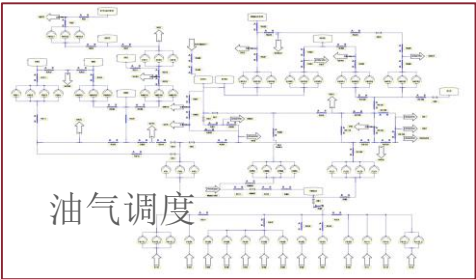
Scaled shifted geometric means of runtimes ("1" is fastest solve)

	5.32	1	2.28	3.53	2.43	12.1
count of "a"	8	7	0	15	9	2
solved of 75	72	74	70	62	69	71
problem	CSDP	COPT	MOSEK	SDPA	SDPT3	SeDuMi
ldc.1024	1033	251	283	f	403	22087
let.1024	88	40	45	38	45	1447



凸连续二次规划  
世界第一

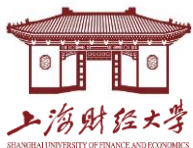
mean	1.98	1.54	7.31	2.01	1
solved	31	32	29	30	32
prob#	MOSEK	KNITRO	IPOPT	Gurobi	COPT
2456	1	1	1	1	1
2468	3	2	2	1	1
2482	1	1	1	1	1
2519	1	1	1	1	1



二阶锥优化  
距第一仅差10%

mean	1	78.1	1.07	9.47	1.10
solved	18	6	18	15	18
problem	MOSEK	ECOS	Gurobi	KNITRO	COPT
beam7	25	338	31	101	36
beam30	168	t	167	543	208
chainsing-50000-1	3	f	10	15	6
chainsing-50000-2	7	f	13	f	8





# 建设成效 —— 打破垄断，为国铸器

“关于我国基础和前沿技术的差距及对策研究”

重大咨询项目

## 工作简报

第 2 期

项目总体组编发

2019 年 4 月 29 日

### “先进计算和数据分析”专题组召开启动会

2019 年 4 月 13 日，“先进计算和数据分析”专题组在武汉市东湖宾馆召开专题研究启动会，会议由专题组负责人梅宏院士主持，与会专家包括先进计算和数据分析领域的 18 位国内知名专家。专题组联络员曹东刚研究员首先汇报了“关于我国基础和前沿技术的差距及对策研究”重大咨询项目启动会的情况和会议精神，介绍了咨询项目的背景、专题研究要求以及专题研究报告的写作框架。与会专家开展了充分讨论，高度肯定了开展该重大咨询项目研究的重要意义，就“先进计算和数据分析”专题领域我国和先进国家的差距现状进行了交流，一致认为我国在相关领域尤其是在关键零部件、平台工具、工业和工程软件、领域知识等

国家自然科学基金委员会

## 政务信息专报

第 26 期

国家自然科学基金委员会

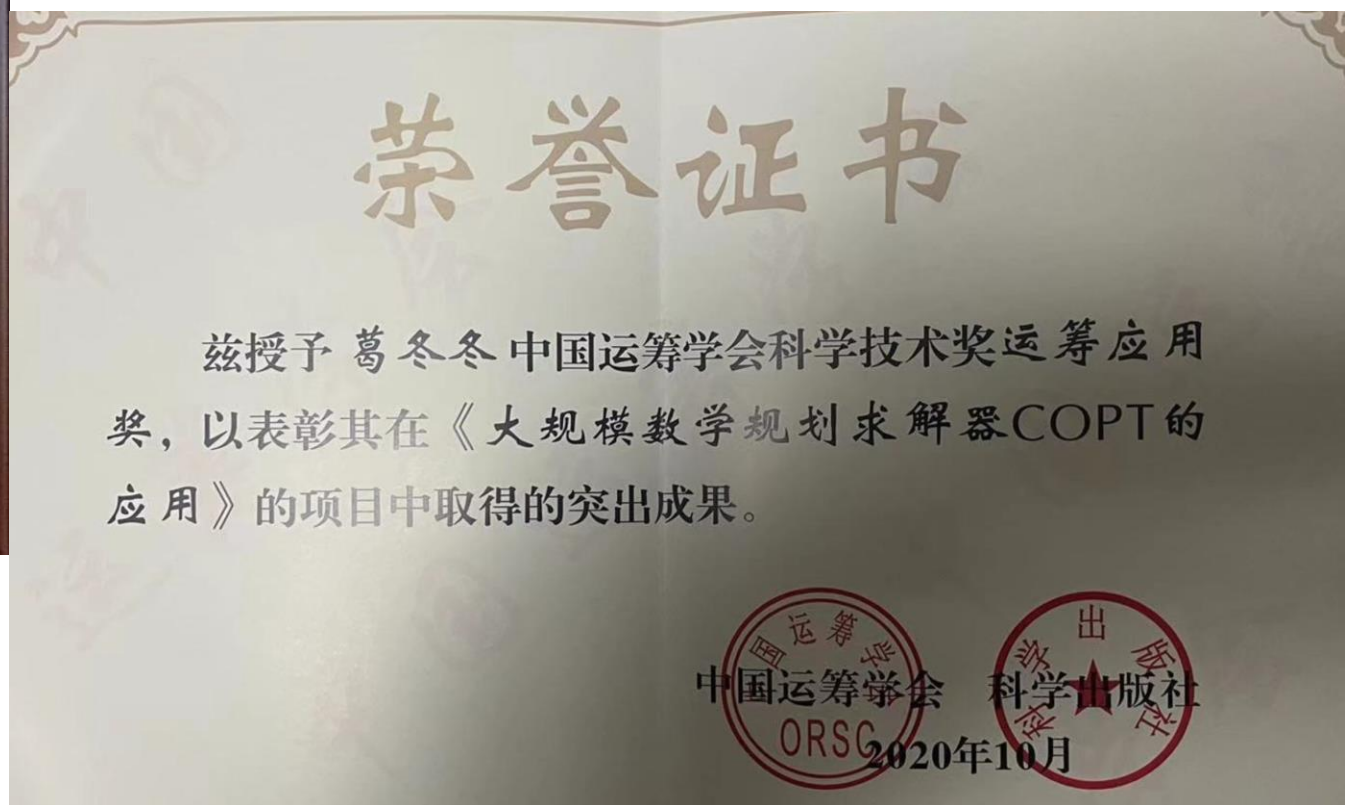
2020 年 12 月 8 日

我国学者在优化算法研究方面取得重要突破

本文提要：在国家杰出青年科学基金等项目资助下，上海财经大学交叉科学研究院葛冬冬、何斯迈研究团队在优化算法基础理论、数学规划求解器的软件开发及其应用研究方面开展了长期探索，研制出我国第一个数学规划开源求解器，并协助杉数科技开发出国际一流水平的工业级国产求解器，打破了我国核心算法模块长期依赖国外的困境。研究成果在供应链管理、智能制造、能源、航空、物流交通等领域成功进行应用推广，提高了华为、国家电网等企业的核心科技竞

“对我国**基础工业软件**的国产化、供应链和制造业的智能化、以及国家重要项目的**国产、安全、可控**做出了贡献”。





感谢聆听！

*Thank You!*

