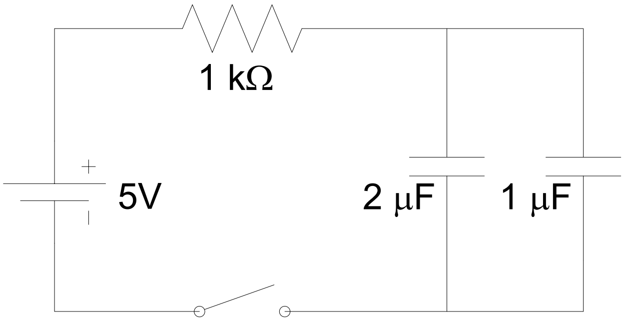
Universidad Carlos III de Madrid

Nombre:

NIA:
Grupo:

Principios Físicos de la Informática. Campus de Colmenarejo
Primer examen parcial. 11/3/2013

Ejercicio 1:
Sea el circuito de la figura.



A partir del momento en el que se cierra el circuito, calcular:

- **a) La capacidad equivalente del circuito.**
- **b) La intensidad máxima que circula por el circuito.**
- **c) La carga final que adquiere el circuito equivalente y cada uno de los condensadores.**
- **d) La constante de tiempo del circuito.**
- **e) El tiempo que tiene que transcurrir para que el circuito equivalente adquiera un 90% de la carga máxima.**

Solución:

a) Al estar los condensadores conectados en paralelo:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 2\mu F + 1\mu F = \boxed{3\ \mu F}$$

b) La intensidad máxima se producirá en el instante inicial de proceso, es decir el momento en el que se cierra el circuito $(I_{max} = I_0)$. Dicha intensidad se calcula aplicando la ley de Ohm:

$$I_0 = \frac{V}{R} = \frac{5V}{1k\Omega} = \boxed{5\ mA}$$

c) De la definición de capacidad:

$$Q_{eq} = C_{eq} \cdot V = 3\mu F \cdot 5V = \boxed{15\ \mu C}$$

$$Q_1 = C_1 \cdot V = 2\mu F \cdot 5V = \boxed{10\ \mu C}$$

$$Q_2 = C_2 \cdot V = 1\mu F \cdot 5V = \boxed{5\ \mu C}$$

d) La constante de tiempo en un circuito RC se define como:

$$\tau = RC_{eq} = 1k\Omega \cdot 3\mu F = \boxed{3\ ms}$$

e) Aplicando la ecuación que nos da la carga en función del tiempo en el proceso de carga de un circuito RC:

$$q(t) = Q(1 - e^{-t/\tau})$$

En este caso nos dicen que la carga es el 90% de la carga final, esto es: $q(t) = 0{,}9\ Q$, luego:

$$0{,}9\ Q = Q(1 - e^{-t/\tau})$$

$$0{,}9\ = 1 - e^{-t/\tau}$$

$$-0{,}1\ = -e^{-t/\tau}$$

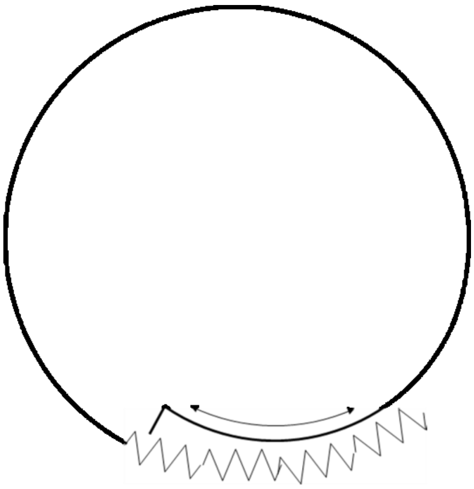
$$\ln(0{,}1)\ = -\frac{t}{\tau}$$

$$-2{,}3\ = -\frac{t}{\tau}$$

$$t = 2{,}3 \cdot 3ms = \boxed{6{,}91\ ms}$$

Ejercicio 2:

Se tiene una espira circular cuyo punto de cierre puede recorrer una resistencia de resistividad ρ= 5 kΩ/m. En un momento dado el punto de cierre empieza a desplazarse a lo largo de la resistencia de manera que la longitud total de la espira se puede expresar como:



$L=L_c+L_R$

Donde $L_R=2\pi t$ (m) (con t en segundos) y $L_c=20\pi$ (m)

Si dicha espira se introduce en un campo magnético $B=(1/\pi)\cos\omega t$ perpendicular a su superficie, considerando que la espira es aproximadamente circular en todo momento, calcular:

a) **El flujo magnético a través de la espira para todo tiempo**
b) **La fuerza electromotriz inducida en la espira para todo tiempo.**
c) **La resistencia de la espira para todo tiempo (considerando la resistencia del cable despreciable).**
d) **La intensidad que circula por la espira en todo tiempo.**

Solución:

a) Calculamos el flujo creado por un campo magnético en una espira:

$$\phi = NBA\,cos\theta$$

Como se trata de una sola espira, $N = 1$; y como el campo magnético es perpendicular a la superficie definida por la espira; $cos\theta = 1$, por lo que:

$$\phi = BA$$

Del enunciado tenemos el valor del campo magnético:

$$B = \frac{1}{\pi}\cos\varpi t$$

El área de la espira tenemos que calcularla a través del radio de la misma, ya que nos permiten suponerla circular en todo momento. Como nos dicen que su longitud es

$$L = L_C + L_R = 20\pi + 2\pi t = 2\pi(10 + t)$$

Obtenemos el valor del radio en función del tiempo: $r(t) = 10 + t$
Así pues, el área de la espira será:

$$A = \pi r^2 = \pi(10 + t)^2$$

Sustituyendo en la ecuación que nos daba el flujo:

$$\phi(t) = BA = \frac{1}{\pi}\cos\varpi t \cdot \pi(10+t)^2 = \boxed{(10+t)^2 \cos\varpi t \; Wb}$$

b) Por la ley de Faraday:

$$\epsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d[(10+t)^2 \cos\varpi t]}{dt} = -[(2t+20)\cos\varpi t - (10+t)^2 \varpi \; sen\varpi t]$$

$$\boxed{\epsilon(t) = (10+t)^2 \; \varpi \; sen\varpi t + (2t+20)\cos\varpi t \; V}$$

c) Si consideramos la resistencia del cable despreciable, la resistencia de la espira será la de la propia resistencia cuya resistividad ρ conocemos

Como la resistividad la dan en kΩ/m, quiere decir que es resistividad por unidad de longitud de la resistencia, por lo que no necesitamos la sección de la misma:

$$R = \rho L = 5\frac{k\Omega}{m} \cdot 2\pi t m = \boxed{10\pi t \; \Omega}$$

d) Para calcular la intensidad aplicamos la ley de Ohm:

$$I = \frac{\epsilon}{R} = \boxed{\frac{(10+t)^2 \; \varpi \; sen\varpi t + (2t+20)\cos\varpi t}{10\pi t} A}$$