Formulario di fisica

di Gianluca Mondini e di chiunque altro mi aiuti

ATTENZIONE: il seguente formulario potrebbe contenere errori. Non mi assumo nessuna responsabilità sui contenuti. Il formulario è ancora in costruzione e necessita una revisione.

Sono contenute alcune brevi descrizioni delle formule, che molto probabilmente saranno eliminate prima della stampa.

A destra di alcune formule è indicata l'unità di misura del valore corrispondente all'interno di parentesi quadre (es. $V = I \cdot R\,[v]$)

1 Cinematica

1 Calcolo del centro di massa

1.1 In un sistema di N punti materiali

(da verificare)

$$R_x = \frac{m_1\,r_{1_x} + m_2\,r_{2_x} + \ldots + m_n\,r_{n_x}}{M} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i\,r_{i_x}}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

dove $M = m_1 + m_2 + \ldots m_n$, R_x è la componente x del vettore centro di massa, r_{i_x} è la componente x del vettore del centro di massa m_i

1.2 In un sistema continuo

$$M(\Omega) = \int_\Omega \rho(r)\,dV$$

Dove $\rho(r)$ è una funzione scalare rappresentante la densità

2 Energia meccanica

2.1 Energia cinetica del centro di massa

$$E_c = \frac{1}{2}\,m\,v^2$$

2.2 Energia cinetica di rotazione

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2}\,m\,v^2 = \frac{1}{2}\,m\,r^2\,w^2$$

a questo punto si pone $m\,r^2 = I$ e si ottiene

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2}\,I\,w^2$$

3 Impulso

(da verificare)

$F = m\,a \quad a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \quad F\,(t_2 - t_1) = m\,v_2 - m\,v_1 \quad q = m\,v \quad I = F\,(t_2 - t_1)$

dove I è l'impulso, che rappresenta il prodotto della forza applicata ad un corpo per l'intervallo di tempo in cui tale forza viene applicata.

Si ha quindi che l'impulso è la variazione della quantità di moto

$$\Delta\vec{p} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F}\,\mathrm{dt}$$

3.1 Teorema dell'impulso

Il teorema dell'impulso (o della variazione della quantità di moto) consiste nell'affermazione: il secondo principio della dinamica comporta che l'impulso corrisponde alla variazione della quantità di moto del sistma in un intervallo temporale. Infatti per il secondo principio:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{d\,t}$$

Sfruttando la definizione di differenziale di una funzione

$$d\vec{p} = \vec{F}\,d\,t$$

Integrando entrando ambo i membri tra due istanti t_0 e t_1 otteniamo:

$$\int_{\vec{p}(t_0)}^{\vec{p}(t_1)} d\vec{p} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F}\,d\,t$$

ma la primitiva di un differenziale è la grandezza differenziata, e in base al teorema di Torricelli:

$$\vec{p}(t_1) - \vec{p}(t_0) = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F}\,\mathrm{dt}$$

Nel caso in cui la forza sia costante, la si può portare fuori dal segno d'integrale, cosicché:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\,\Delta t$$

4 Pendolo

4.1 Periodo di oscillazione

4.1.1 Pendolo semplice

$$T = 2\,\pi\,\sqrt{\frac{l}{g}}$$

4.1.2 Pendolo fisico

$$T = 2\,\pi\,\sqrt{\frac{I}{m\,g\,d}}$$

2 Elettromagnetismo

1 Campo elettrico

“Definizione’: ’Forza per unità di carica che una carica sonda percepisce per la presenza delle cariche sorgenti

1.1 Legge di Coulomb

$$|F_e| = k_e \cdot \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}$$

dove $k_e = 8.9876 \times 10^9\, N \cdot m^2 / C^2$. k_e si può indicare anche come $\frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0}$

1.2 Vettore campo elettrico

$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F_e}}{q_0} \left[\frac{N}{C}\right]$$

Da questo ricaviamo che, presa una carica q_0 immersa in un campo elettrico $\vec{E}$, la forza che spinge la carica è uguale a

$$\vec{F_e} = q_0\, \vec{E}$$

1.3 Lavoro per spostare una carica

Il lavoro necessario per spostare una carica dalla posizione r_A alla posizione r_B è pari a

$$W = \int_{r_A}^{r_B} F_t\, d\, r$$

dove F_t è la forza tangente che compie lo spostamento. Siccome F_t è sempre tangente, abbiamo

$$W = \int_{r_A}^{rB} q\, E\, d\, r$$

Sostituendo e semplificando otteniamo

$$W = \frac{q_1\, q_2}{4\,\pi\,\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

1.4 Energia potenziale elettrica

Un campo conservativo ammette energia potenziale.

Partendo dalla relazione

$$W_{\text{cons}} = -\Delta U_E = U_{\text{finale}} - U_{\text{iniziale}}$$

Abbiamo che l’energia potenziale associata al campo elettrico è uguale a

$$U_E = \frac{q_1\, q_2}{4\,\pi\,\varepsilon_0} \frac{1}{r}$$

dove r è la distanza tra le due cariche

1.5 Momento di dipolo elettrico

Dato un sistema di cariche, il momento elettrico (o momento di dipolo) è una grandezza vettoriale che quantifica la separazione tra le cariche positive e negative, ovvero la polarità del sistema, e si misura in Coulomb per metro.

Date due cariche di segno opposto e uguale modulo q, il momento elettrico p è definito come

$$\vec{p} = q \cdot \vec{d}$$

dove $\vec{d}$ è il vettore spostamento dell'uno rispetto all'altro, orientato dalla carica negativa alla carica positiva.

1.6 Flusso elettrico

È proporzionale al numero di linee di campo elettrico che attraversano una superficie. Se il campo elettrico è uniforme e forma un angolo con la normale ad una superficie di area A, il flusso elettrico attraverso la superficie è

$$\Phi_E = E\,A\cos(\theta)\left[\frac{N m^2}{C}\right]$$

1.7 Flusso elettrico (legge di Gauss)

Data una superficie chiusa,

$$\Phi_S(\vec{E}) = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sum q_{\text{in}}}{\varepsilon_0}$$

dove $\sum q_{\text{in}}$ è la carica totale contenuta all'interno della superficie.

In pratica, il flusso attraverso una superficie è uguale alla somma delle cariche interne diviso ε_0. Le cariche esterne non danno un contributo al flusso in quanto le linee di forza entrano ed escono, quindi la somma dei contributi è nulla.

1.7.1 Scelta della superficie *E*

È fondamentale che la superficie chiusa E soddisfi una o più delle seguenti condizioni:

1. Da considerazioni di simmetria si può arguire che il valore del campo elettrico deve essere costante sulla porzione di superficie

2. Il prodotto scalare $E\,\mathrm{dA}$ che compare nella formula può essere espresso come un semplice prodotto algebrico $E\,\mathrm{dA}$ in quanto $\vec{E}$ e $\overrightarrow{\mathrm{dA}}$ sono paralleli.

3. Il prodotto scalare $E\,\mathrm{dA}$ che compare nella formula è nullo, in quanto $\vec{E}$ e $\overrightarrow{\mathrm{dA}}$ sono perpendicolari.

4. Il campo elettrico è nullo sulla porzione di superficie.

1.8 Relazione con il campo magnetico

Un campo magnetico variabile genera un campo elettrico

$$\oint_L (\vec{E}) = -\frac{d}{dt}\Phi_S(\vec{B})$$

1.9 Equilibrio elettrostatico

Un conduttore in equilibrio elettrostatico ha le seguenti proprietà:

1. Il campo elettrico all'interno del conduttore è ovunque nullo sia che il conduttore sia pieno sia che sia cavo

2. Un qualunque eccesso di carica su un conduttore isolato deve risiedere interamente sulla sua superficie

3. Il campo elettrico in un punto nelle immediate vicinanze del conduttore è perpendicolare alla sua superficie ed ha intensità σ / ε_0, dove σ è la densità di carica superficiale in quel punto

4. Su un conduttore di forma irregolare la densità di carica è massima dove il raggio di curvatura della superficie è minimo.

1.10 Differenza di potenziale

$$\Delta V_{AB} = V_A - V_B \equiv \frac{\Delta U}{q_2} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\Delta V_{AB} = \frac{q_1}{4\,\pi\,\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

Ponendo, per convenzione, potenziale nullo all'infinito, abbiamo che

$$V = \frac{q_1}{4\pi\,\varepsilon_0}\,\frac{1}{r}\left[v = \frac{J}{C}\right]$$

1.11 Variazione di energia potenziale

Quando una carica di prova positiva q_1 si sposta dal punto (A) al punto (B) in un campo elettrico $\vec{E}$, la variazione di energia potenziale del sistema carica-campo è

$$\Delta U = -q_1 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

1.12 Condensatore

$$C = \frac{Q}{\Delta V}\left[\frac{C}{v} = F\right]$$

dove Q è la carica (per convenzione quella positiva) depositata sul condensatore.

L'energia potenziale del campo elettrostatico contenuta nel condensatore è uguale a

$$U = \frac{1}{2} C\,\Delta V = \frac{1}{2}\,\frac{Q^2}{C}$$

2 Campo magnetico

Il campo magnetico è costituito da linee chiuse

2.1 Teorema di Ampère

È il duale del teorema di Gauss per il campo magnetico

La circuitazione del campo magnetico lungo una linea γ è uguale a μ_0 moltiplicata per la somma delle correnti I_i concatenate con la linea stessa

$$\oint_\gamma B \cdot d\,l = \mu_0 \sum_i I_i$$

2.1.1 Legge di Biot-Savart

Si applica nel caso di un filo rettilineo indefinito percorso da corrente stazionaria I. Supponendo di essere nel vuoto, il modulo di B è inversamente proporzionale alla distanza dal filo r secondo l'espressione:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{I}{2\,\pi\,r}$$

Si ricava dal teorema di Ampère integrando $d\,l$ lungo la circonferenza di raggio r e considerando la corrente I come l'unica corrente concatenata alla linea γ.

2.2 Teorema di Ampère-Maxwell

Rispetto al teorema di Ampère tiene conto anche delle **variazioni di campo elettrico**

$$\oint_\gamma B = \mu_0 \left(I_{\text{conc}} + \varepsilon_0 \frac{\partial \Phi_S(\vec{E})}{\partial t} \right)$$

La superficie S ha come bordo γ

Il termine $\varepsilon_0 \frac{\partial \Phi_S(\vec{E})}{\partial t}$ prende il nome di **corrente di spostamento**

2.3 Legge di Gauss per il campo magnetico

$$\Phi_S(\vec{B}) = 0$$

Ovvero non è possibile isolare un monopolo magnetico. Un ulteriore conseguenza è che il campo magnetico $\vec{B}$ è solenoidale, ovvero è composto da linee chiuse.

2.4 Particella in movimento in un campo magnetico uniforme

La traiettoria della particella è circolare, ed il piano del cerchio è perpendicolare al campo magnetico. Il raggio r della traiettoria circolare è

$$r = \frac{m\,v}{q\,B}$$

dove m è la massa della particella e q la sua carica. La velocità angolare della particella carica è

$$\omega = \frac{q\,B}{m}$$

2.5 Momento di dipolo magnetico

$$\vec{m} = I \cdot S\,[A \cdot m^2]$$

La direzione è data dalla direzione positiva di attraversamento di S, che viene individuata tramite la regola della mano destra (ponendo il pollice nella direzione della corrente I che scorre lungo il "contorno" di S)

2.6 Campo magnetico generato da un solenoide

$$|B| = \mu_o \cdot n \cdot I$$

2.7 Energia potenziale magnetica

L'energia potenziale del sistema formato da un momento di dipolo magnetico in un campo magnetico è

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

3 Costanti

- Costante dielettrica (o permittività) del vuoto

$$\varepsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12}\, C^2 / N \cdot m^2$$

- Permeabilità magnetica del vuoto

$$\mu_0 = 4\,\pi \times 10^{-7}\, H / m$$

(necessita di revisione)

$$\mu_0 \cong 1.25663706144 \times 10^{-6}\, H / m$$

si può anche esprimere in $T \cdot m / A$

- Costante di Coulomb

$$k_e = 8.9876 \times 10^9\, N \cdot m^2 / C^2$$

- Massa dell'elettrone

$$m_e \cong 9.1093826 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$$

4 Momenti d'inerzia