# Formulario di fisica

DI GIANLUCA MONDINI E DI CHIUNQUE ALTRO MI AIUTI

ATTENZIONE: il seguente formulario potrebbe contenere errori. Non mi assumo nessuna responsabilità sui contenuti. Il formulario è ancora in costruzione e necessita una revisione.

Sono contenute alcune brevi descrizioni delle formule, che molto probabilmente saranno eliminate prima della stampa.

A destra di alcune formule è indicata l'unità di misura del valore corrispondente all'interno di parentesi quadre (es.  $V = I \cdot R[v]$ )

# 1 Cinematica

#### 1 Calcolo del centro di massa

#### 1.1 In un sistema di N punti materiali

(da verificare)

$$R_x = \frac{m_1 \, r_{1_x} + m_2 \, r_{2_x} + \ldots + m_n \, r_{n_x}}{M} = \frac{\sum_{i=1}^n \, m_i \, r_{i_x}}{\sum_{i=1}^n \, m_i}$$

dove  $M = m_1 + m_2 + ... m_n$ ,  $R_x$  è la componente x del vettore centro di massa,  $r_{i_x}$  è la componente x del vettore del centro di massa  $m_i$ 

#### 1.2 In un sistema continuo

$$M(\Omega) = \int_{\Omega} \rho(r) dV$$

Dove  $\rho(r)$  è una funzione scalare rappresentante la densità

# 2 Energia meccanica

### 2.1 Energia cinetica del centro di massa

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

# 2.2 Energia cinetica di rotazione

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m r^2 w^2$$

a questo punto si pone  $m r^2 = I$  e si ottiene

$$E_{\rm rot} = \frac{1}{2} I w^2$$

# 3 Impulso

(da verificare)

$$F = m \, a \qquad a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \qquad F \left( t_2 - t_1 \right) = m \, v_2 - m \, v_1 \qquad q = m \, v \quad I = F \left( t_2 - t_1 \right)$$

dove I è l'impulso, che rappresenta il prodotto della forza applicata ad un corpo per l'intervallo di tempo in cui tale forza viene applicata.

Si ha quindi che l'impulso è la variazione della quantità di moto

$$\Delta \vec{p} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F} \, \mathrm{dt}$$

## 3.1 Teorema dell'impulso

Il teorema dell'impulso (o della variazione della quantità di moto) consiste nell'affermazione: il secondo principio della dinamica comporta che l'impulso corrisponde alla variazione della quantità di moto del sistma in un intervallo temporale. Infatti per il secondo principio:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Sfruttando la definizione di differenziale di una funzione

$$d\vec{p} = \vec{F} dt$$

Integrando entrando ambo i membri tra due istanti  $t_0$  e  $t_1$  otteniamo:

$$\int_{\vec{p}(t_0)}^{\vec{p}(t_1)} d\vec{p} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F} dt$$

ma la primitiva di un differenziale è la grandezza differenziata, e in base al teorema di Torricelli:

$$\vec{p}(t_1) - \vec{p}(t_0) = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F} \, dt$$

Nel caso in cui la forza sia costante, la si può portare fuori dal segno d'integrale, cosicché:

$$\Delta \vec{p} = \vec{F} \, \Delta t$$

#### 4 Pendolo

#### 4.1 Periodo di oscillazione

#### 4.1.1 Pendolo semplice

$$T=2\,\pi\,\sqrt{\frac{l}{g}}$$

#### 4.1.2 Pendolo fisico

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{I}{m g d}}$$

# 2 Elettromagnetismo

# 1 Campo elettrico

"Definizione': 'Forza per unità di carica che una carica sonda percepisce per la presenza delle cariche sorgenti

### 1.1 Legge di Coulomb

$$|F_e| = k_e \cdot \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}$$

dove  $k_e = 8.9876 \times 10^9 \, N \cdot m^2 / C^2$ .  $k_e$  si può indicare anche come  $\frac{1}{4 \pi \, \epsilon_0}$ 

#### 1.2 Vettore campo elettrico

$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F_e}}{q_0} \left[ \frac{N}{C} \right]$$

Da questo ricaviamo che, presa una carica  $q_0$  immersa in un campo elettrico  $\vec{E}$ , la forza che spinge la carica è uguale a

$$\vec{F}_e = q_0 \vec{E}$$

### 1.3 Lavoro per spostare una carica

Il lavoro necessario per spostare una carica dalla posizione  $r_A$  alla posizione  $r_B$  è pari a

$$W = \int_{r_A}^{r_B} F_t \, dr$$

dove  $F_t$  è la forza tangente che compie lo spostamento. Siccome  $F_t$  è sempre tangente, abbiamo

$$W = \int_{r_A}^{r_B} q E dr$$

Sostituendo e semplificando otteniamo

$$W = \frac{q_1 \, q_2}{4 \, \pi \, \varepsilon_0} \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

# 1.4 Energia potenziale elettrica

Un campo conservativo ammette energia potenziale.

Partendo dalla relazione

$$W_{\rm cons} = -\Delta U_E = U_{\rm finale} - U_{\rm iniziale}$$

Abbiamo che l'energia potenziale associata al campo elettrico è uguale a

$$U_E = \frac{q_1 \, q_2}{4 \, \pi \, \varepsilon_0} \, \frac{1}{r}$$

dove r è la distanza tra le due cariche

### 1.5 Momento di dipolo elettrico

Dato un sistema di cariche, il momento elettrico (o momento di dipolo) è una grandezza vettoriale che quantifica la separazione tra le cariche positive e negative, ovvero la polarità del sistema, e si misura in Coulomb per metro.

Date due cariche di segno opposto e uguale modulo q, il momento elettrico p è definito come

$$\vec{p} = q \cdot \vec{d}$$

dove  $\vec{d}$  è il vettore spostamento dell'uno rispetto all'altro, orientato dalla carica negativa alla carica positiva.

#### 1.6 Flusso elettrico

È proporzionale al numero di linee di campo elettrico che attraversano una superficie. Se il campo elettrico è uniforme e forma un angolo con la normale ad una superficie di area A, il flusso elettrico attraverso la superficie è

$$\Phi_E = E A \cos(\theta) \left[ \frac{N m^2}{C} \right]$$

# 1.7 Flusso elettrico (legge di Gauss)

Data una superficie chiusa,

$$\Phi_S\!\left(\vec{E}\right) = \oint\!\!\vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sum q_{\rm in}}{\varepsilon_0}$$

dove  $\sum q_{\rm in}$  è la carica totale contenuta all'interno della superficie.

In pratica, il flusso attraverso una superficie è uguale alla somma delle cariche interne diviso  $\varepsilon_0$ . Le cariche esterne non danno un contributo al flusso in quanto le linee di forza entrano ed escono, quindi la somma dei contributi è nulla.

#### 1.7.1 Scelta della superficie E

 $\dot{\mathbf{E}}$  fondamentale che la superficie chiusa E soddisfi una o più delle seguenti condizioni:

- 1. Da considerazioni di simmetria si può arguire che il valore del campo elettrico deve essere costante sulla porzione di superficie
- 2. Il prodotto scalare E dA che compare nella formula può essere espresso come un semplice prodotto algebrico E dA in quanto  $\vec{E}$  e  $\vec{dA}$  sono paralleli.
- 3. Il prodotto scalare E dA che compare nella formula è nullo, in quanto  $\vec{E}$  e  $\vec{dA}$  sono perpendicolari.
- 4. Il campo elettrico è nullo sulla porzione di superficie.

### 1.8 Relazione con il campo magnetico

Un campo magnetico variabile genera un campo elettrico

$$\oint_L (\vec{E}) = -\frac{d}{dt} \Phi_S(\vec{B})$$

# 1.9 Equilibrio elettrostatico

Un conduttore in equilibrio elettrostatico ha le seguenti proprietà:

- 1. Il campo elettrico all'interno del conduttore è ovunque nullo sia che il conduttore sia pieno sia che sia cavo
- 2. Un qualunque eccesso di carica su un conduttore isolato deve risiedere interamente sulla sua superficie
- 3. Il campo elettrico in un punto nelle immediate vicinanze del conduttore è perpendicolare alla sua superficie ed ha intensità  $\sigma/\varepsilon_0$ , dove  $\sigma$  è la densità di carica superficiale in quel punto
- 4. Su un conduttore di forma irregolare la densità di carica è massima dove il raggio di curvatura della superficie è minimo.

### 1.10 Differenza di potenziale

$$\Delta V_{AB} = V_A - V_B \equiv \frac{\Delta U}{q_2} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\Delta V_{AB} = \frac{q_1}{4\,\pi\,\varepsilon_0} \bigg(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\bigg)$$

Ponendo, per convenzione, potenziale nullo all'infinito, abbiamo che

$$V = \frac{q_1}{4\pi \,\varepsilon_0} \, \frac{1}{r} \left[ v = \frac{J}{C} \right]$$

#### 1.11 Variazione di energia potenziale

Quando una carica di prova positiva  $q_1$  si sposta dal punto (A) al punto (B) in un campo elettrico  $\vec{E}$ , la variazione di energia potenziale del sistema carica-campo è

$$\Delta U = -q_1 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

#### 1.12 Condensatore

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \left[ \frac{C}{v} = F \right]$$

dove Q è la carica (per convenzione quella positiva) depositata sul condensatore.

L'energia potenziale del campo elettrostatico contenuta nel condensatore è uguale a

$$U = \frac{1}{2}C \,\Delta V = \frac{1}{2} \,\frac{Q^2}{C}$$

### 1.12.1 Capacità di un condensatore piano a facce parallele

$$C = \varepsilon \frac{S}{d}$$

dove  $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ 

#### 1.12.2 Energia in un condensatore

$$W = \frac{1}{2}CV^2 = U$$

# 2 Campo magnetico

Il campo magnetico è costituito da linee chiuse

### 2.1 Flusso magnetico attraverso una superficie

Il flusso magnetico  $\Phi_B$  attraverso una superficie è definito dall'integrale di superficie

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot \vec{d} \, \vec{A}$$

### 2.2 Teorema di Ampère

E il duale del teorema di Gauss per il campo magnetico

La circuitazione del campo magnetico lungo una linea  $\gamma$  è uguale a  $\mu_0$  moltiplicata per la somma delle correnti  $I_i$  concatenate con la linea stessa

$$\oint_{\gamma} B \cdot d \, l = \mu_0 \sum_{i} I_i$$

### 2.3 Legge di Biot-Sabart

Il campo magnetico  $\overrightarrow{dB}$  prodotto, in un punto P, da un elemento  $\overrightarrow{ds}$  percorso da una corrente continua I è

$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \overrightarrow{ds} \times \hat{r}}{r^2}$$

dove r è la distanza del punto P dall'elemento di corrente e  $\hat{r}$  è il versore orientato da  $\vec{ds}$  verso il punto P. Per calcolare il campo risultante nel punto P è necessario integrare questa espressione vettoriale su tutta la distribuzione di corrente.

#### 2.4 Alcuni campi magnetici salienti

#### 2.4.1 Filo rettilineo uniforme

Si applica nel caso di un filo rettilineo indefinito percorso da corrente stazionaria I. Supponendo di essere nel vuoto, il modulo di B è inversamente proporzionale alla distanza dal filo r secondo l'espressione:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \pi r}$$

Si ricava dal teorema di Ampère integrando  $d\,l$  lungo la circonferenza di raggio r e considerando la corrente I come l'unica corrente concatenata alla linea  $\gamma$ .

#### 2.4.2 Toroide

$$B = \frac{\mu_0 \, NI}{2 \, \pi \, r}$$

#### 2.4.3 Solenoide

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I = \mu_0 \, n \, I$$

dove N è il numero totale di spire, n il numero di spire per unità di lunghezza,  $\ell$  è la lunghezza del solenoide

### 2.5 Alcuni flussi magnetici salienti

#### 2.5.1 Solenoide

$$\Phi = B \cdot S \cdot N$$

dove S è la sezione del solenoide

### 2.6 Teorema di Ampère-Maxwell

Rispetto al teorema di Ampère tiene conto anche delle variazioni di campo elettrico

$$\oint_{\gamma} B = \mu_0 \left( I_{\text{conc}} + \varepsilon_0 \frac{\partial \Phi_S(\vec{E})}{\partial t} \right)$$

La superficie S ha come bordo  $\gamma$ 

Il termine  $\varepsilon_0 \frac{\partial \Phi_S(\vec{E})}{\partial t}$  prende il nome di **corrente di spostamento** 

### 2.7 Legge di Gauss per il campo magnetico

$$\Phi_S(\vec{B}) = 0$$

Ovvero non è possibile isolare un monopolo magnetico. Un ulteriore conseguenza è che il campo magnetico  $\vec{B}$  è solenoidale, ovvero è composto da linee chiuse.

## 2.8 Particella in movimento in un campo magnetico uniforme

La traiettoria della particella è circolare, ed il piano del cerchio è perpendicolare al campo magnetico. Il raggio r della traiettoria circolare è

$$r = \frac{m v}{q B}$$

dove m è la massa della particella e q la sua carica. La velocità angolare della particella carica è

$$\omega = \frac{qB}{m}$$

### 2.9 Momento di dipolo magnetico

Il momento magnetico di un magnete è una grandezza che quantifica la forza che l'oggetto esercita su una corrente elettrica e la torsione che il campo magnetico produce interagendo con esso.

$$\vec{m} = I \cdot S \left[ A \cdot m^2 = J / T = \text{Joule / Tesla} \right]$$

La direzione è data dalla direzione positiva di attraversamento di S, che viene individuata tramite la regola della mano destra (ponendo il pollice nella direzione della corrente I che scorre lungo il "contorno" di S)

#### 2.9.1 Tipologie di sostanze magnetiche

**Dimagnetiche.** Il momento magnetico è debole ed opposto rispetto al campo magnetico applicato.

Paramagnetiche. Il momento magnetico è debole e nello stesso verso del campo applicato

**Ferromagnetiche.** Le interazioni tra atomi provocano l'allineamento dei momenti magnetici e generano una forte magnetizzazione che permane anche rimuovendo il campo magnetico esterno.

#### 2.10 Energia potenziale magnetica

L'energia potenziale del sistema formato da un momento di dipolo magnetico in un campo magnetico è

[da verificare]

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

#### 2.10.1 Energia magnetica in un solenoide

L'energia magnetica U immagazzinata in un solenoide in cui scorre una corrente elettrica i vale

$$U = \frac{1}{2} L i^2 [J]$$

### 2.11 Legge di Faraday dell'induzione

Stabilisce che la f.e.m indotta lungo una linea chiusa è direttamente proporzionale alla derivata temporale del flusso magnetico che attraversa la linea chiusa, cioè

$$E = -\frac{d\,\Phi_B}{d\,t}$$

dove  $\Phi_B = \oint \vec{B} \cdot \vec{d} \vec{A}$ 

#### 2.11.1 Forma generale

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{d} \, \vec{s} = -\frac{d \, \Phi_B}{d \, t}$$

dove  $\vec{E}$  è il campo elettrico non conservativo che è prodotto dalla variazione di flusso magnetico.

### 2.12 Legge di Lenz

La legge di Lenz stabilisce che la f.e.m. e la corrente indotte in un conduttore hanno direzioni tali da produrre un campo magnetico che si oppone alla variazione che le ha prodotte.

#### 2.13 F.e.m. indotta dal moto

Quando una sbarretta conduttrice di lunghezza  $\ell$  si muove con velocità  $\vec{v}$  attraverso un campo magnetico  $\vec{B}$ , perpendicolare alla sbarretta e a  $\vec{v}$ , la f.e.m. indotta dal moto nella sbarretta è

$$E = -B\,\ell\,v$$

#### 2.14 Forza di Lorentz

$$\vec{F} = q\,\vec{E} + q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$$

### 2.15 Equazioni di Maxwell

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

## 2.16 Corrente di spostamento

In una regione dello spazio dove si ha una variazione del campo elettrico nel tempo, c'è una corrente di spostamento che è definita come

$$I_d = \varepsilon_0 \frac{d \Phi_E}{d t}$$

dove  $\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$  è il flusso del campo elettrico

### 2.17 Vettore di Poynting

Il flusso di energia della radiazione elettromagnetica per unità di area e per unità di tempo è descritto dal **vettore di Poynting**  $\vec{S}$ 

$$\vec{S} \equiv \frac{1}{\mu_0} \left( \vec{E} \times \vec{B} \right)$$

#### 3 Circuiti in corrente continua

#### 3.1 F.e.m. autoindotta

Quando in un circuito la corrente varia nel tempo in accordo alla legge di Faraday, viene indotta una f.e.m.. La f.e.m. autoindotta è

$$E_L = -L \, \frac{d \, I}{d \, t}$$

dove L è l'induttanza del circuito.

#### 3.2 Induttanze salienti

#### 3.2.1 Bobina

$$L = \frac{N \Phi_B}{I}$$

#### 3.2.2 Solendoie (in aria)

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} A$$

#### 3.3 Densità di energia

La densità di energia in un punto in cui il campo magnetico è B è

$$u_B = \frac{B^2}{2\,\mu_0}$$

#### 3.4 Circuito RL

#### 3.4.1 Corrente nel circuito

$$I = \frac{E}{R} \left( 1 - e^{-t/\tau} \right)$$

dove  $\tau=L/R$ . Se la batteria che generava E viene sostituita con un filo di resistenza trascurabile, la corrente diminuisce esponenzialmente nel tempo con la legge

$$I = \frac{E}{R} e^{-t/\tau}$$

#### 3.5 Circuito LC

#### 3.5.1 Frequenza di oscillazione

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

L'energia in un circuito LC è continuamente convertita tra energia immagazzinata nel condesantore ed energia immagazzinata nell'induttore.

### 3.6 Circuito RLC

#### 3.6.1 Carica sul condensatore

$$Q = Q_{\text{max}} \cdot e^{-R \cdot t/2L} \cdot \cos(\omega_d t)$$

dove

$$\omega_d = \left[\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2\right]^{1/2}$$

#### 3.6.2 Corrente efficace

$$I_{\text{eff}} = \frac{\Delta V_{\text{eff}}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

#### 3.6.3 Impedenza

$$Z \equiv \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

#### 3.6.4 Angolo di fase tra corrente e tensione

$$\Phi = \tan^{-1} \left( \frac{X_L - X_C}{R} \right)$$

### 4 Circuiti in corrente alternata

#### 4.1 Frequenza di risonanza

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

se la frequenza del generatore è uguale a  $\omega_0$ , la corrente raggiunge il suo valore massimo

#### 4.2 Reattanze

#### 4.2.1 Reattanza induttiva

$$X_L = \omega L \quad [\Omega]$$

#### 4.2.2 Reattanza capacitiva

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad [\Omega]$$

#### 4.3 Corrente e tensione efficace

$$I_{\text{eff}} = \frac{I_{\text{max}}}{\sqrt{2}} = 0.707 \cdot I_{\text{max}}$$

$$\Delta V_{\text{eff}} = \frac{\Delta V_{\text{max}}}{\sqrt{2}} = 0.707 \cdot \Delta V_{\text{max}}$$

#### 4.4 Potenza media

La potenza media fornita da un generatore ad un circuito RLC è

$$P_{\rm media} = I_{\rm eff} \Delta V_{\rm eff} \cos(\Phi)$$

un espressione equivalente è

$$P_{\text{media}} = I_{\text{eff}}^2 R$$

#### 4.5 Transformatore

$$\Delta v_2 = \frac{N_2}{N_1} \, \Delta v_1$$

# 3 Costanti

• Costante dielettrica (o permittività) del vuoto

$$\varepsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \, C^2 / N \cdot m^2$$

• Permeabilità magnetica del vuoto

$$\mu_0 = 4 \pi \times 10^{-7} H/m$$

(necessita di revisione)

$$\mu_0 \cong 1.25663706144 \times 10^{-6} \, H/m$$

si può anche esprimere in  $T \cdot m/A$ 

• Costante di Coulomb

$$k_e = 8.9876 \times 10^9 \, N \cdot m^2 / C^2$$

Massa dell'elettrone

$$m_e \cong 9.1093826 \times 10^{-31} \,\mathrm{kg}$$

# 4 Momenti d'inerzia

# 1 Massa puntiforme

Una massa puntiforme non ha momento di inerzia intorno al proprio asse. Nel caso in cui l'asse di rotazione sia ad una distanza r dal centro di massa si ha

$$I = m r^2$$

#### 2 Asta

Se un asta (infinitamente sottile ma rigida) di lunghezza L e di massa m ruota attorno ad una sua estremità si ha che

$$I_{\text{estremità}} = \frac{m L^2}{3}$$

altrimenti, se l'asse di rotazione è al centro

$$I_{\text{centrale}} = \frac{m L^2}{12}$$

#### 3 Circonferenza

Circonferenza sottile (quindi anche un toro sottile) di raggio r e di massa m che ruota attorno all'asse z ha

$$I_z = m r^2$$

$$I_x = I_y = \frac{m \, r^2}{2}$$

#### 4 Disco

Disco solido e sottile (in pratica è un cilindro spiaccicato) di raggio r e di massa m che ruota attorno all'asse z

$$I_z = \frac{m \, r^2}{2}$$

$$I_x = I_y = \frac{m \, r^2}{4}$$

### 5 Cilindro

Superficie cilindrica sottile con estremità aperte, di raggio r e di massa m

$$I = m r^2$$

Cilindro solido di raggio r, altezza h e massa m

$$I_z = \frac{m \, r^2}{2}$$

$$I_x = I_y = \frac{1}{12} m (3 r^2 + h^2)$$

Tubo cilindrico con pareti spesse ed estremità aperte, di raggio interno  $r_1$ , raggio esterno  $r_2$ , lunghezza h e massa m

$$I_z = \frac{1}{2} m (r_1^2 + r_2^2)$$

$$I_x = I_y = \frac{1}{12} m \left[ 3 \left( r_2^2 + r_1^2 \right) + h^2 \right]$$

### 6 Sfera

Sfera cava di raggio r e massa m

$$I = \frac{2 m r^2}{3}$$

(una sfera cava può essere considerata come costituita da due pile di cerchi infinitamente sottili, uno sopra l'altro, con i raggi che aumentano da 0 a r)

Sfera piene di raggio r e massa m

$$I = \frac{2 m r^2}{5}$$

#### 7 Cono

Cono cavo circolare retto con raggio r, altezza h e massa m

$$I_z = \frac{3}{10} \, m \, r^2$$

$$I_x = I_y = \frac{3}{5} m \left( \frac{r^2}{4} + h^2 \right)$$

### 8 Toro

Toro con raggio del tubo a, distanza dal centro del tubo al centro del toro b e massa m.

Il momento di inerzia intorno al diametro vale

$$I_{\text{diametro}} = \frac{1}{8} (4 a^2 + 5 b^2) m$$

mentre quello attorno all'asse verticale

$$I_{\text{verticale}} = \left(a^2 + \frac{3}{4}b^2\right)m$$

## 9 Ellissoide

Ellissoide solido di semiassi  $\alpha,\beta$ e  $\varsigma$  con asse di rotazione ae massa m

$$I_{\alpha} = \frac{m(\beta^2 + \varsigma^2)}{5}$$

## 10 Piastra

Piastra rettangolare sottile di altezza h, larghezza w e massa m.

Con asse di rotazione all'estremità della piastra

$$I_{\text{estremità}} = \frac{m h^2}{3} + \frac{m w^2}{12}$$

Con asse di rotazione centrale

$$I_{\text{centrale}} = \frac{m \left(h^2 + w^2\right)}{12}$$

# 11 Parallelepipedo

Parallelepipedo solido di altezza h, larghezza w, profondità d e massa m

$$I_h = \frac{1}{12} m (w^2 + d^2)$$

$$I_w = \frac{1}{12} m \left( h^2 + d^2 \right)$$

$$I_d = \frac{1}{12} m (h^2 + w^2)$$

se fosse stato un cubo di lato s

$$I = \frac{m \, s^2}{6}$$

Parallelepipedo solido di altezza D, larghezza W, lunghezza L e massa m lungo la diagonale più lunga.

$$I_{\rm diagonale\,più\,lunga}\!=\!\!\frac{m\left(W^2\,D^2\!+\!L^2\,D^2\!+\!L^2\,W^2\right)}{6\left(L^2\!+\!W^2\!+\!D^2\right)}$$

se fosse stato un cubo di lato s

$$I = \frac{m \, s^2}{6}$$