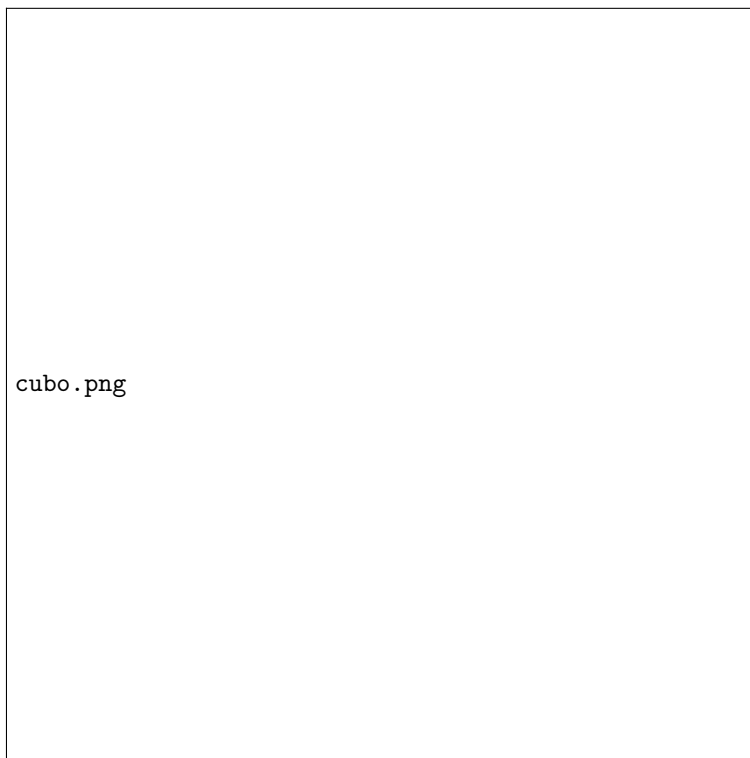


Esame di Fisica Generale del 04/02/2014

Cognome : Nome :

Matricola: Anno di corso :

Esercizio 1

Un proiettile di massa $m = 100$ g viene sparato ad una altezza h contro un cubo di legno di lato $a = 30$ cm e densità $\rho = 0.8$ g/cm³. La velocità del proiettile è orizzontale e pari a $V_0 = 100$ m/s; si consideri istantanea la penetrazione del proiettile nel legno e facciamo l'ipotesi che il proiettile si fermi a distanza $d = a/2$ dalla parete di ingresso.

Il cubo di legno si trova su una superficie scabra con attrito radente caratterizzato da un coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.7$.

- a) Supponendo che $h = a/2$, calcolare la distanza percorsa dal cubo prima di fermarsi.

$$d = \dots\dots\dots$$

Nell'urto si conserva la quantità di moto P , quindi

$$\Delta P = \rho * a^3 V_f + m V_f - m V_0 = 0$$

dove si è posto che $V_f^{proiettile} = V_f^{cubo}$, visto che il proiettile resta conficcato nel cubo. quindi si ottiene

$$V_f = \frac{m V_0}{\rho * a^3 + m}$$

Il moto del cubo dopo l'urto è uniformemente decelerato

$$F_a = \mu_d M g = M a \quad \Rightarrow \quad a = \mu_d g$$

La legge oraria della velocità del blocco sarà quindi

$$V(t) = 0 = V_f - \mu_d g t$$

da cui si può ricavare t

$$t_{stop} = \frac{V_f}{\mu_d g}$$

inserendo t_{stop} nella legge oraria del moto uniformemente decelerato si ottiene

$$d = V_f t_{stop} - \frac{1}{2} \mu_d g t_{stop}^2$$

- b) Supponendo adesso il cubo incernierato lungo lo spigolo O, calcolare la velocità angolare con cui ruota il cubo subito dopo l'urto, in funzione dell'altezza h a cui viene colpito, sapendo che il momento di inerzia di un cubo è $I = \frac{1}{6}ma^2$

$$\omega(h) = \dots\dots\dots$$

Il momento angolare rispetto a O si conserva, quindi

$$I\omega = mV_0h \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{mV_0h}{I}$$

- c) Calcolare a che altezza h occorre colpire il cubo per fare in modo che subito dopo l'urto il cubo ruoti di $\pi/2$ (senza scivolare) intorno allo spigolo O (in questo caso si consideri il cubo incernierato in O. Momento di inerzia di un cubo rispetto ad un asse passante per il suo baricentro $I = \frac{1}{6}ma^2$

$$h = \dots\dots\dots$$

L'energia meccanica si conserva dopo l'urto, per ruotare di $\pi/2$ il baricentro del cubo si alza di $\Delta y = \frac{a}{2}(\sqrt{2} - 1)$ da cui

$$\frac{1}{2}I\omega^2 = \rho a^3 g \Delta y$$

sostituendo

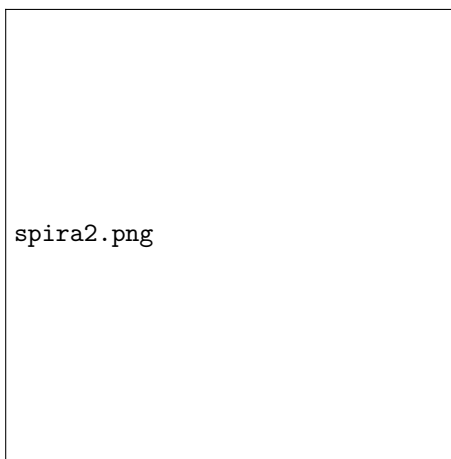
$$\frac{1}{2}I\left(\frac{mV_0h}{I}\right)^2 = \rho a^3 g \frac{a}{2}(\sqrt{2} - 1)$$

da cui

$$h = \frac{\sqrt{\rho a^4 g (\sqrt{2} - 1) I}}{mV_0}$$

(punteggio: 1.a,b,c = 5 punti)

Esercizio 2



Una spira quadrata di lato $a = 10$ cm e resistenza $R = 0.5 \Omega$ si trova a distanza $d = 10$ cm da un filo indefinito percorso da una corrente variabile nel tempo. In particolare, nell'intervallo di tempo compreso fra 0 e 4 s la corrente ha un andamento del tipo: $I(t) = A(t_0 - t)t$ con $A = 100 \text{ A/s}^2$ e $t_0 = 4$ s. La spira è indeformabile ed è trattenuta nella sua posizione iniziale da una forza opportuna.

Trovare

- a) l'espressione della fem indotta nella spira in funzione del tempo ed il suo valore massimo (5punti)

$$f.e.m.(t) = \dots\dots\dots \quad f.e.m._{max} = \dots\dots\dots$$

Il campo magnetico generato dal filo è

$$B(t, r) = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi} \frac{1}{r}$$

dove r è la distanza dal filo.

Il flusso di campo magnetico attraverso la spira va integrato sull'area della spira ottenendo:

$$\phi_B(t) = \frac{\mu_0 a I(t)}{2\pi} \log \frac{d_0 + a}{a}$$

La fem indotta risulta quindi

$$fem = -\frac{d\phi_B}{dt} = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \log \frac{d_0 + a}{a} (A(t_0 - 2t))$$

La fem decresce linearmente, pertanto il massimo si avrà nell'istante iniziale $t = 0$, quando la fem vale:

$$fem(t = 0) = -\frac{d\phi_B}{dt} = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \log \frac{d_0 + a}{a} (At_0)$$

- b) l'istante in cui la fem si annulla (5 punti)

$$t = \dots\dots\dots$$

La fem si annulla per

$$t_0 - 2t = 0 \implies t = t_0/2 = 2s$$

- c) gli istanti in cui la forza con la quale si deve trattenere la spira nella sua posizione è massima in modulo (5punti)

$$t = \dots\dots\dots, \dots\dots\dots, \dots\dots\dots, \dots\dots\dots,$$

Le forze di Lorentz che agiscono sui due segmenti paralleli al filo sono diverse visto che $B(r)$ è diverso. In particolare la forza totale vale

$$F = IaB_1 - IaB_2 = \frac{fem(t)}{R} a \cdot \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a + d_0} \right)$$

$$F = (costanti)fem(t)I(t) = (costanti')(t_0 - 2t)(t_0 - t)t = (costanti')(t^3 - 3t_0t^2 + t_0^2t)$$

i massimi/minimi del polinomio si hanno per:

$$\frac{dF}{dt} = (costanti')(3t^2 - 6t_0t + t_0^2) = 0 \implies t = t_0 \left(1 \pm \frac{\sqrt{6}}{3} \right)$$

dato che $0 < t < t_0$ basta studiare i punti in: $t = 0; t = t_0; t = t_0 \left(1 - \frac{\sqrt{6}}{3} \right)$, in modulo il massimo si trova in:

$$t = t_0 = 4s$$

(punteggio: 2.a.b.c = 5 punti)