Лабораторная работа №3

Тема: «Циклы. Вычисление суммы ряда»

Цель работы: исследовать сходимость рядов, влияние точности вычисления на производительность алгоритмов

Выполнение работы

1. Согласно индивидуальному заданию (приложение I) разработайте алгоритм вычисления суммы ряда. При этом обратите внимание на недопустимость вычисления через вспомогательные функции степеней и факториалов.
2. Разработайте подпрограмму, которая выводит в файл результат вычисления суммы ряда с заданной точностью в виде таблицы (см. табл.1) так, чтобы диапазон изменения аргумента мог быть задан пользователем, но при этом не выходил за пределы интервала сходимости ряда, и количество значений аргумента равнялось 20. Значение точности и вычисляемую функцию укажите в заголовке файла (первая строка файла). При формировании таблицы также сформируйте строку заголовков.

Таблица 1. Представление результатов вычисления

№ п/п	$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{f(x)}$	$\boldsymbol{S(x)=\sum f_i(x)}$	**Количество слагаемых**
1	$x_{нач}$	$f(x_{нач})$	$S(x_{нач})$	N_1
2	$x_{нач}+x_{шаг}$	$f(x_{нач}+x_{шаг})$	$S(x_{нач}+x_{шаг})$	N_2
…	…	…	…	…
20	$x_{кон}$	$f(x_{кон})$	$S(x_{кон})$	N_{20}

3. Разработайте подпрограмму, которая позволит оценить зависимость производительности от точности вычислений для заданных значений x. Для этого подпрограмма должна формировать таблицу следующего содержания (табл. 2):

Таблица 2. Зависимость производительности от точности

$\boldsymbol{x_1}$		$\boldsymbol{x_2}$		$\boldsymbol{x_3}$		$\boldsymbol{x_4}$		$\boldsymbol{x_5}$	
ε	N_1	ε	N_2	ε	N_3	ε	N_4	ε	N_5
10^{-1}		10^{-1}		10^{-1}		10^{-1}		10^{-1}	
10^{-2}		10^{-2}		10^{-2}		10^{-2}		10^{-2}	
…		…		…		…		…	
10^{-10}		10^{-10}		10^{-10}		10^{-10}		10^{-10}	

где: значения $\{x_i\}$ должны быть заданы в исходном файле INPUT.TXT,

ε – точность вычислений,

N_i – количество слагаемых, полученное для заданного значения x_i и при соответствующей точности.

Результат, полученный в табл.2 проиллюстрируйте в виде графиков, построенных на одних осях координат.

4. Напишите программу вызывающую последовательно разработанные подпрограммы, при этом обе таблицы как результат должны быть записаны в файл OUTPUT.TXT.
5. Оформите отчет по работе.

Приложение I

Варианты индивидуальных заданий

Вариант 1 $$\frac{1}{(1+x)^3} = 1 - \frac{2\cdot 3}{2}\cdot x + \frac{3\cdot 4}{2}\cdot x^2 - \frac{4\cdot 5}{2}\cdot x^3 + \cdots,$$ $$x \in (-1, +1)$$
Вариант 2 $$\frac{\sin(x)}{x} = 1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} + \cdots,$$ $$x \in (-\infty, +\infty)$$
Вариант 3 $$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}\cdot x + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\cdot x^2 - \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\cdot x^3 + \cdots,$$ $$x \in (-1, +1)$$
Вариант 4 $$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots,$$ $$x \in (-\infty, +\infty)$$
Вариант 5 $$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots,$$ $$x \in (-1, +1)$$
Вариант 6 $$\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = 2\cdot\left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \cdots\right),$$ $$x \in (-1, +1)$$
Вариант 7 $$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \cdots,$$ $$x \in (-1, +1)$$
Вариант 8 $$\frac{1}{(1+x)^2} = 1 - 2\cdot x + 3\cdot x^2 - 4\cdot x^3 + 5\cdot x^4 - \cdots,$$ $$x \in (-1, +1)$$
Вариант 9 $$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}\cdot x - \frac{1}{2\cdot 4}\cdot x^2 + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4\cdot 6}\cdot x^3 - \cdots,$$ $$x \in (-1, +1)$$
Вариант 10 $$\frac{1}{\sqrt{1-\mathrm{x}^2}} = 1 + \frac{1}{2}\cdot x^2 + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\cdot x^4 + \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\cdot x^6 + \cdots,$$ $$x \in (-1, +1)$$

Вариант 11 $$arctg(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} \ldots, \quad x \in (-1, +1)$$
Вариант 12 $$\ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right) = x - \frac{1}{2}\cdot\frac{x^3}{3} + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\cdot\frac{x^5}{5} - \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\cdot\frac{x^7}{7} + \cdots, \quad x \in (-1, +1)$$
Вариант 13 $$e^{-x^2} = 1 - \frac{x^2}{1!} + \frac{x^4}{2!} - \frac{x^6}{3!} + \cdots + (-1)^N \frac{x^{2N}}{N!}, \quad x \in (-\infty, +\infty)$$
Вариант 14 $$2^x = 1 + x\cdot\ln(2) + \frac{x^2\ln^2(2)}{2!} + \frac{x^3\ln^3(2)}{3!} + \frac{x^4\ln^4(2)}{4!} + \cdots, \quad x \in (-\infty, +\infty)$$
Вариант 15 $$ch(x) = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \cdots, \quad x \in (-\infty, +\infty)$$
Вариант 16 $$\arcsin(x) = x + \frac{x^3}{6} + \frac{3x^5}{40} + \cdots + \frac{(2N)!\,x^{2N+1}}{4^N (N!)^2 (2N+1)} + \cdots, \quad x \in (-1, +1)$$
Вариант 17 $$cos^2(x) = 1 - \frac{2x^2}{2!} + \frac{8x^4}{4!} - \frac{32x^6}{6!} + \cdots + \frac{(-1)^n 2^{2n-1} x^{2n}}{(2n)!} + \cdots, \quad x \in (-\infty, +\infty)$$
Вариант 18 $$3^x = 1 + x\cdot\ln(3) + \frac{x^2\ln^2(3)}{2!} + \frac{x^3\ln^3(3)}{3!} + \frac{x^4\ln^4(3)}{4!} + \cdots, \quad x \in (-\infty, +\infty)$$
Вариант 19 $$\ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right) = x - \frac{1}{2}\cdot\frac{x^3}{3} + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\cdot\frac{x^5}{5} - \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\cdot\frac{x^7}{7} + \cdots, \quad x \in (-1, +1)$$
Вариант 20 $$e^{-x^4} = 1 - \frac{x^4}{1!} + \frac{x^8}{2!} - \frac{x^{12}}{3!} + \cdots + (-1)^N \frac{x^{4N}}{N!}, \quad x \in (-\infty, +\infty)$$
Вариант 14

$$sh(x) = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \cdots,$$ $$x \in (-\infty, +\infty)$$
Вариант 15 $$\frac{1}{x+2} = \frac{1}{2} - \frac{x}{4} + \frac{x^2}{8} - \frac{x^3}{16} + \frac{x^4}{32} - \cdots,$$ $$x \in (-2, +2)$$
Вариант 23 $$\arcsin(x) = x + \frac{x^3}{6} + \frac{3x^5}{40} + \cdots + \frac{(2N)!\, x^{2N+1}}{4^N (N!)^2 (2N+1)} + \cdots,$$ $$x \in (-1, +1)$$
Вариант 24 $$sin^2(x) = \frac{2x^2}{2!} - \frac{8x^4}{4!} + \frac{32x^6}{6!} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1} 2^{2n-1} x^{2n}}{(2n)!} + \cdots,$$ $$x \in (-\infty, +\infty)$$
Вариант 25 $$\sin(x)\cos(x) = x - \frac{4x^3}{3!} + \frac{16x^5}{5!} - \frac{64x^7}{7!} + \frac{256x^9}{9!} \ldots,$$ $$x \in (-\infty, +\infty)$$