Løsningsforslag – Eksamen S1, våren 2018

Laget av Tommy O. Sist oppdatert: 6. juli 2018 Antall sider: 5

Finner du matematiske feil, skrivefeil, eller andre typer feil? Dette dokumentet er open-source, alle kan bidra på `https://github.com/matematikk/vgs_eksamener`.

Del 1 - uten hjelpemidler

Oppgave 1

a) Vi flytter over på én side av likningen, slik at vi får en andregradslikning som vi kan faktorisere med ABC-formelen (eller en annen metode).

$$\begin{aligned} 2x^2 - 5x + 1 &= x - 3 \\ 2x^2 - 6x + 4 &= 0 \\ 2\left(x^2 - 3x + 2\right) &= 0 \\ 2(x-1)(x-2) &= 0 \\ \underline{\underline{x = 1 \text{ eller } x = 2}} \end{aligned}$$

b) Her flytter vi over slik at vi får logaritmen på alene, og deretter tar vi 10 opphøyd i begge sider av likningen for å bli kvitt logaritmen, fordi $10^{\lg x} = x$.

$$\begin{aligned} 2\lg(x+7) &= 4 \\ \lg(x+7) &= 2 \\ 10^{\lg(x+7)} &= 10^2 \\ x + 7 &= 100 \\ \underline{\underline{x = 93}} \end{aligned}$$

c) Vi samler sammen så mye som mulig med samme grunntall, også bruker vi at dersom $2^x = 2^y$, så må $x = y$.

$$\begin{aligned} 3 \cdot 2^{3x+2} &= 12 \cdot 2^6 \\ 3 \cdot 2^{3x+2} &= 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2^6 \\ 3 \cdot 2^{3x+2} &= 3 \cdot 2^8 \\ 2^{3x+2} &= 2^8 \\ 3x + 2 &= 8 \\ \underline{\underline{x = 3}} \end{aligned}$$

Oppgave 2

Vi skal løse likningssystemet

$$\begin{aligned} &(1) \quad x^2 + 3y = 7 \\ &(2) \quad 3x - y = 1. \end{aligned}$$

Vi løser likning (2) for y og får $y = 3x - 1$. Dette setter vi inn i likning (1), som gir oss

$$\begin{aligned} x^2 + 3\left(3x - 1\right) &= 7 \\ x^2 + 9x - 3 &= 7 \\ x^2 + 9x - 10 &= 0 \\ (x + 10)(x - 1) &= 0 \\ x = -10 \text{ eller } x &= 1. \end{aligned}$$

Vi bruker disse to x-verdiene til å finne y-verdier, vet å sette inn i likningen $y = 3x - 1$. Vi får da

$$\begin{aligned} &x = -10 \Rightarrow y = 3(-10) - 1 = -31 \\ &x = 1 \qquad \Rightarrow y = 3(1) - 1 = 2 \end{aligned}$$

Løsningene er altså $(x, y) = (-10, -31)$ og $(x, y) = (1, 2)$.

TODO: Lag en figur som viser.

Oppgave 3

a) Her ganger vi bare ut og kansellerer

$$\begin{gathered} \left(2x - 3\right)^2 - 2x\left(2x - 6\right) \\ 4x^2 - 12x + 9 - \left[4x^2 - 12x\right] \\ 4x^2 - 12x + 9 - 4x^2 + 12x \\ 9 \end{gathered}$$

b) Her må vi huske logaritmesetningene, altså at $\lg(a^x) = x\lg(a)$ og at $\lg\left(ab\right) = \lg(a) + \lg(b)$.

$$\begin{gathered} \lg(2a) + \lg(4a) + \lg(8a) - \lg(16a) \\ \lg(2) + \lg(a) + \lg(4) + \lg(a) + \lg(8) + \lg(a) - [\lg(16) + \lg(a)] \\ \lg(2) + \lg(a) + 2\lg(2) + \lg(a) + 3\lg(2) + \lg(a) - [4\lg(2) + \lg(a)] \\ \lg(2) + \lg(a) + 2\lg(2) + \lg(a) + 3\lg(2) + \lg(a) - 4\lg(2) - \lg(a) \\ \underline{\underline{3\lg(a) + 2\lg(2)}} \end{gathered}$$

c) Vi må finne fellesnevner for å legge sammen brøkene. Fellesnevneren er ab, så vi ganger den første bøken med b og den andre med b både i teller og nevner.

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{a-b}{ab}=\frac{b}{ab}+\frac{a}{ab}-\frac{a-b}{ab}=\frac{b+a-(a-b)}{ab}=\frac{2b}{ab}=\underline{\underline{\frac{2}{a}}}$$

Oppgave 4

Vi bruker ABC-formelen eller en annen metode for å faktorisere andregradspolynomet. Et andregradspolynom har maksimalt to nullpunkter, og når leddet x^2 er positivt vokser funksjonen når x blir veldig stor eller veldig liten—derfor vet vi at funksjonen er størst i halen.

$$x^2-3x+2\geq 0 \quad\Rightarrow\quad (x-1)(x-2)\geq 0 \quad\Rightarrow\quad \underline{\underline{x\leq 1 \text{ eller } x\geq 2}}.$$

Oppgave 5

a) I Pascals trekant er hvert tall summen av de to tallene ovenfor. De første åtte radene ser slik ut.

$$\begin{array}{c}
1\\
1\quad 1\\
1\quad 2\quad 1\\
\mathbf{1}\quad 3\quad 3\quad 1\\
1\quad 4\quad 6\quad \mathbf{4}\quad 1\\
1\quad 5\quad 10\quad 10\quad 5\quad 1\\
1\quad 6\quad 15\quad 20\quad 15\quad 6\quad 1\\
1\quad 7\quad 21\quad \mathbf{35}\quad 35\quad 21\quad 7\quad 1
\end{array}$$

De tallene vi trenger i neste deloppgave er market med fet skrift.

b) Det er 3 røde kuler og 4 blå. Sannsynligheten for å trekke 3 blå er antall mulige måter å trekke 3 blå og 0 røde, delt på antall mulige måter å trekke 3 kuler totalt.

$$P(3\text{ blå})=\frac{\text{antall gunstige}}{\text{antall mulige}}=\frac{\binom{4}{3}\cdot\binom{3}{0}}{\binom{7}{3}}=\frac{4\cdot 1}{35}=\underline{\underline{\frac{4}{35}}}$$

c) Sannsynligheten for at det er minst én blå og minst én rød kan uttrykkes på følgende måte:

$$\begin{aligned}P(\text{minst én rød}\cap\text{minst én blå})=1-(&P(\text{ingen røde}\cap\text{ingen blå})+\\&P(\text{minst én rød}\cap\text{ingen blå})+\\&P(\text{ingen røde}\cap\text{minst én blå}))\end{aligned}$$

TODO: Lag en figur som viser dette. Vi ser at

$$\begin{aligned} P(\text{ingen røde} \cap \text{ingen blå}) &= 0 \\ P(\text{minst én rød} \cap \text{ingen blå}) &= \frac{1}{35} \\ P(\text{ingen røde} \cap \text{minst én blå}) &= \frac{4}{35} \end{aligned}$$

og da blir

$$P(\text{minst én rød} \cap \text{minst én blå}) = 1 - \left(0 + \frac{1}{35} + \frac{4}{35}\right) = \frac{30}{35} = \underline{\underline{\frac{6}{7}}}$$

Oppgave 6

TODO: Lag figur som viser dette.

Oppgave 7

a) sdf

b) sdf

Oppgave 8

a) sdf

b) sdf

c) sdf

d) sdf

Oppgave 9

a) sdf

b) sdf

Del 2 - med hjelpemidler

Oppgave 1

asdf

Oppgave 2

a) sdf

b) sdf

c) sdf

Oppgave 3

a) sdf

b) sdf

c) sdf

d) sdf

Oppgave 4

a) sdf

b) sdf

c) sdf

d) sdf