

Løsningsforslag – Eksamen S2, våren 2016

Laget av Tommy O.

Sist oppdatert: 27. januar 2018

Antall sider: 13

Dette dokumentet er open-source; alle kan bidra til å gjøre det bedre. Dersom du finner skrivefeil, matematiske feil, eller ser at forklaringene kan være bedre: ikke nøl med å bidra. Du kan finne siste versjon, og bidra, på GitHub, se: https://github.com/tommyod/matte_eksamener_VGS

Del 1 - uten hjelpemidler

Oppgave 1

- a) Vi skal derivere $f(x) = e^{-2x}$. Den generelle regelen er at $(e^{ax})' = ae^{ax}$, i vårt tilfelle er $a = -2$ og vi får $f'(x) = \underline{\underline{-2e^{-2x}}}$ som svar.
- b) Vi skal derivere $g(x) = \frac{x-3}{x-4}$. Det er enklere å huske produktregelen $(uv)' = u'v + uv'$ enn brøkregelen for derivasjon, så vi skriver funksjonen som $g(x) = \frac{x-3}{x-4} = (x-3)(x-4)^{-1}$ og deriverer ved hjelp av produktregelen. Utregningen ser slik ut:

$$\begin{aligned} g'(x) &= (x-3)'(x-4)^{-1} + (x-3)((x-4)^{-1})' \\ &= (x-4)^{-1} + (x-3)(-1)(x-4)^{-2} \\ &= \frac{x-4}{(x-4)^2} - \frac{x-3}{(x-4)^2} \\ &= \frac{-1}{(x-4)^2} \end{aligned}$$

- c) Vi skal derivere $h(x) = x(x-3)^6$, og må bruke både produktregelen og kjerne-regelen. La oss derivere $f(x) = (x-3)^6$ ved hjelp av kjerneregelen først. Vi velger $u = x-3$ som kjerne og får $f'(u) = 6u^5$, slik at $f'(x) = 6(x-3)^5$. Vi skriver $h(x) = x(x-3)^6 = xf(x)$ og deriverer ved hjelp av produktregelen:

$$\begin{aligned} h'(x) &= (x)'f(x) + x(f(x))' \\ &= f(x) + xf'(x) \\ &= (x-3)^6 + x6(x-3)^5 \\ &= \underline{\underline{(x-3)^5(7x-3)}} \end{aligned}$$

Oppgave 2

I denne oppgaven ser vi på et polynom $P(x)$ gitt ved:

$$P(x) = x^3 - 6x^2 + 32$$

- a) For å vise at et polynom $P(x)$ er delelig med $(x - a)$ uten å utføre polynomdivisjon må vi sjekke at $P(a) = 0$. Her er $a = -2$, så vi må sjekke at $P(-2) = 0$, noe vi gjør slik:

$$P(-2) = (-2)^3 - 6(-2)^2 + 32 = -8 - 24 + 32 = 0$$

Da vet vi at ett nullpunkt er $x = -2$. For å finne de andre utfører vi polynomdivisjonen $P(x) : (x + 2)$, da får vi at $P(x) : (x + 2) = x^2 - 8x + 16$. Når man utfører denne polynomdivisjonen er det lurt å skrive $P(x) = x^3 - 6x^2 + 0x + 32$. Legg merke til at vi legger til et ledd med 0 som koeffisient, altså leddet $0x$. Nå kan vi bruke ABC-formelen til å faktorisere, og vi får $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$.

$P(x)$ kan altså faktorerises som $(x + 2)(x - 4)^2$, og nullpunktene er derfor $(-2, 0)$ og $(4, 0)$.

- b) Dersom $P'(x) = 0$ har vi et bunnpunkt, toppunkt eller terrassepunkt (sadelpunkt). Vi regner ut $P'(x) = 3x^2 - 12x$, og mens vi er i gang regner vi ut $P''(x) = 6x - 12$. For hvilke x er $P'(x) = 0$? Vi regner slik:

$$\begin{aligned} P'(x) &= 3x^2 - 12x = 0 \\ &= 3x(x - 4) = 0 \\ &\Rightarrow x = 0 \vee x = 4 \end{aligned}$$

1) I punktet $x = 0$ har vi $P(0) = 32$, og siden $P''(0) < 0$ ¹ er $(0, 32)$ et toppunkt.

2) I punktet $x = 4$ har vi $P(4) = 0$, og siden $P''(4) > 0$ er $(4, 0)$ et bunnpunkt.

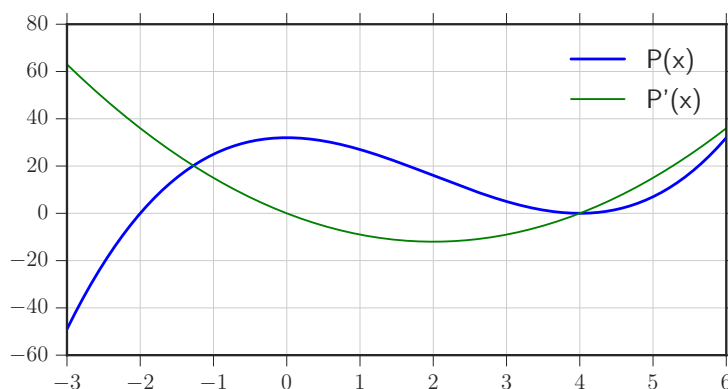
- c) Vendepunkt oppstår når $P''(x) = 6x - 12$ skifter fortegn (går fra negativ til positiv eller motsatt). Dette skjer når $x = 2$, da er $y = P(2) = 16$, slik at $(2, 16)$ er et vendepunkt.
- d) Polynomet er tegnet i figur (1). Her er PCen brukt, men med informasjon om nullpunkter, toppunkt, bunnpunkt og vendepunkt burde det være mulig å lage en god skisse for hånd også.

Oppgave 3

Hver kvittering gir oss én likning. La oss bruke variabelnavn som gir mening i forhold til oppgaveteksten: en skolebolle er s , en bolle er b og en muffin er m . Likningene våre blir seende slik ut:

$$\begin{aligned} \text{Likning 1:} \quad & 4s + 4b + 2m = 176 \\ \text{Likning 2:} \quad & 2s + 4b + 2m = 142 \\ \text{Likning 3:} \quad & 3s + 5b + 4m = 222 \end{aligned}$$

¹Det er også mulig å bruke fortegnslinjer til å karakterisere topp- og bunnpunkt.



Figur 1: Polynomet $P(x) = x^3 - 6x^2 + 32$ og den deriverte $P'(x) = 3x^2 - 12x$.

Det er alltid lurt å kikke litt på likningene før man løser, da har man større sjanse for å velge en grei fremgangsmåte. Vi tar likning 1 minus likning 2. Da får vi $s = 17$. Vi setter så dette inn i likning 2 og 3 slik at vi får følgende system:

$$\text{Likning A: } 4b + 2m = 108$$

$$\text{Likning B: } 5b + 4m = 171$$

Vi ganger så likning A med 2, deretter tar vi likning A minus likning B. Vi får da $b = 15$. Sett inn s og b i hvilken som helst likning for å finne $m = 24$. På eksamen er det stort sett alltid verdt tiden det tar å sette prøve på svaret.

Oppgave 4

a) Vi må regne ut følgende sum:

$$16 + 17 + \dots + 19 + 30$$

Det er 15 ledd i denne summen. Vi bruker formelen for sum av en aritmetisk rekke, som er gitt av følgende formel:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad (1)$$

I formelen ovenfor er a_1 den første verdien, a_n er den siste verdien og n er antall ledd. Vi fyller inn det som gjelder for vår oppgave og får:

$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{16 + 30}{2} \cdot 15 = \underline{\underline{345}}$$

b) Det er $7 - 4 = 3$ differanser mellom a_4 og a_7 , slik at $3d = 20 - 11 = 9$. Med andre ord må differansen d være 3. Vi vet at $a_n = a_0 + dn$, så vi kan finne a_0 ved å fylle inn det vi vet for a_4 , nemlig at $a_4 = 11 = a_0 + 3(4)$, da er $a_0 = -1$ og vi får:

$$a_n = a_0 + dn = -1 + 3n$$

Da er det bare å fylle inn for $n = 40$. Vi får $a_{40} = -1 + 3(40) = \underline{\underline{119}}$.

Oppgave 5

a) Definisjonen av geometrisk rekke og aritmetisk rekke er:

- 1) En rekke $a_1 + a_2 + \dots + a_k + a_{k+1} + \dots$ er *geometrisk* dersom forholdet $f = \frac{a_{k+1}}{a_k}$ er konstant for alle verdier av k . Kommentar: Geometriske rekker er en diskret variant av eksponentialfunksjoner $f(x) = Ce^{kx}$.
- 2) En rekke $a_1 + a_2 + \dots + a_k + a_{k+1} + \dots$ er *aritmetisk* dersom differansen $d = a_{k+1} - a_k$ er konstant for alle verdier av k . Kommentar: aritmetiske rekker er en diskret variant av lineære funksjoner $f(x) = ax + b$.

b) Vi ser at det foregår en halvering for i hvert ledd, så vi “gjetter” at a_k må være på formen $a_k = C \left(\frac{1}{2}\right)^k$, der C er en ubestemt konstant. For å bestemme C løser vi denne likningen:²

$$a_2 = 5 = C \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

Løsningen er at $C = 20$ slik at $a_k = 20 \left(\frac{1}{2}\right)^k = \underline{\underline{20/2^k}}$.

c) Vi regner ut b_k fra definisjonen gitt i oppgaven:

$$b_k = \ln(a_k) = \ln\left(\frac{20}{2^k}\right) = \ln(20) - k \ln(2)$$

Rekken er aritmetisk dersom differansen $d = b_{k+1} - b_k$ er konstant (uavhengig av indeksen k), så vi regner ut d på følgende måte:

$$\begin{aligned} d = b_{k+1} - b_k &= [\ln(20) - (k+1) \ln(2)] - [\ln(20) - k \ln(2)] \\ &= -(k+1) \ln(2) + k \ln(2) \\ &= -k \ln(2) - \ln(2) + k \ln(2) \\ &= \underline{\underline{-\ln(2)}} \end{aligned}$$

Differansen d er ikke avhengig av k , og da er rekken aritmetisk.

Oppgave 6

I denne oppgaven ser vi på funksjonen

$$f(x) = \ln(x^2 + 4)$$

²Vi kunne brukt hvilket som helst ledd til å finne C , grunnen til at vi velger a_2 er helt tilfeldig.

- a) En funksjon $f(x)$ stiger når $f'(x) > 0$ og synker når $f'(x) < 0$. Vi bruker kjernereglen med $u = x^2 + 4$ og regelen $\ln(u)' = u'/u$ for å regne ut den deriverte av $f(x)$:

$$f'(x) = (\ln(x^2 + 4))' = \frac{(x^2 + 4)'}{x^2 + 4} = \frac{2x}{x^2 + 4}$$

Nevneren $x^2 + 4$ er positiv for alle verdier av x , så vi trenger bare å se på telleren. Telleren er positiv når $x > 0$ og negativ når $x < 0$, så vi ser at funksjonen stiger når $x > 0$ og synker når $x < 0$.

- b) Monotoniegenskapene (stigning og synking) passer ikke med figur A, så det må være B, C eller D. Vi ser på vendepunktene, altså når $f''(x)$ bytter fortegn, vi regner ut:

$$f''(x) = \left(2x(x^2 + 4)^{-1}\right)' = \dots = \frac{2}{x^2 + 4} - \frac{4x^2}{(x^2 + 4)^2} = \frac{8 - 2x^2}{(x^2 + 4)^2}$$

Nevneren $(x^2 + 4)^2$ er alltid positiv, så vi ser på telleren. Den dobbeltderiverte $f''(x)$ endrer fortegn når $x = \pm 2$. Dette stemmer best med figur C, ettersom vi ser vendepunkter i nærheten av ± 2 .

Oppgave 7

- a) Vi vet at summen av sannsynlighetene må være lik 1:

$$\sum_{x \in X} P(X = x) = 1$$

I vårt tilfelle må $0, 2 + 0, 5 + a = 1$, og da må vi ha $a = 0, 3$.

- b) Forventningsverdien $\mu = E(X) = \sum_{x \in X} P(X = x)x$ blir her:

$$\sum_{x \in X} P(X = x)x = 0(0, 2) + 10(0, 5) + 20(0, 3) = 5 + 6 = \underline{\underline{11}}$$

Standardavviket $\sigma = \sqrt{\text{Var}(X)}$ er litt mer vrient å regne ut uten kalkulator, men utregningen av variansen kan se omtrent slik ut:

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= \sum_{x \in X} P(X = x)(x - \mu)^2 \\ &= 0, 2(0 - 11)^2 + 0, 5(10 - 11)^2 + 0, 3(20 - 11)^2 \\ &= 0, 2(11)^2 + 0, 5(-1)^2 + 0, 3(9)^2 \\ &= \frac{242}{10} + \frac{5}{10} + \frac{3(81)}{10} \\ &= \frac{242 + 5 + 243}{10} = \frac{490}{10} = 49 \end{aligned}$$

Da blir $\sigma = \sqrt{\text{Var}(X)} = \sqrt{49} = \underline{\underline{7}}$.

Oppgave 8

- a) $P(22 < X < 42)$ er området mellom 22 og 42. I en sannsynlighetsfordeling er summen av arealet alltid lik 1, så det hvite området pluss de to blå områdene må være lik 1. Vi løser for det hvite området i likningen nedenfor:

$$\text{hvitt område} + 2 \times \text{blått område} = 1$$

$$\text{hvitt område} + 2 \times 0,106 = 1$$

$$\text{hvitt område} = 1 - 2 \times 0,106 = 1 - 0,212 = \underline{\underline{0,788}}$$

- b) En normalfordeling er symmetrisk rundt forventningsverdien μ , som er x verdien som samsvarer med “toppen av fjellet.” Ettersom de blå områdene er like store må μ ligge midt mellom 22 og 42:

$$\mu = \frac{22 + 42}{2} = \underline{\underline{32}}$$

- c) Fra tabellen “Standard normalfordeling” i vedlegg 1 kan vi lese at:

$$P(Z < -1,25) = 0,1056 \approx 0,106$$

Området mellom 22 og $\mu = 32$ inneholder altså omtrent 1,25 standardavvik. Vi får likningen

$$(32 - 22) = 1,25\sigma$$

som har løsning $\underline{\underline{\sigma = 8}}$.³

Del 2 - med hjelpemidler

Oppgave 1

- a) Det er lurt å lage et plot av datasettet i Geogebra for å se hvordan det ser ut. Skriv inn datasettet i regnearket, marker de to kolonnene, høyreklikk og trykk “Lag” \rightarrow “Liste med punkt.” Datasettet er plottet i figur (2).

- 1) Vi kan forsøke med lineær regresjon først. Vi bruker⁴

`RegLin[<Liste med punkt>]`

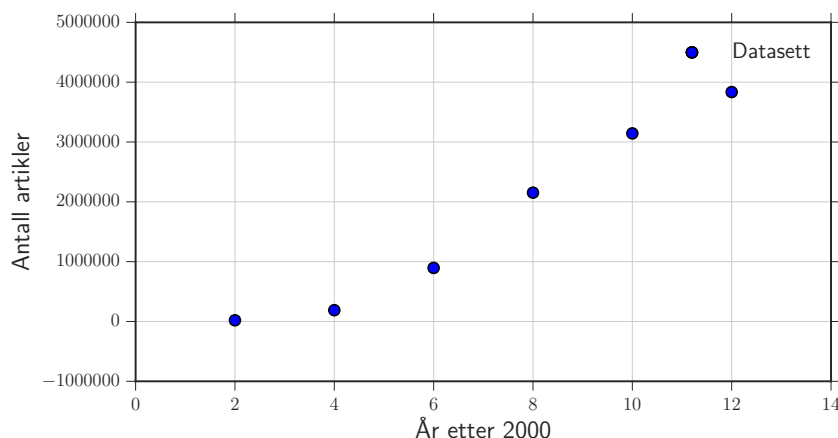
kommandoen i Geogebra til å lage en lineær modell for datasettet:

$$f(x) = 417144x - 1214093 \quad (2)$$

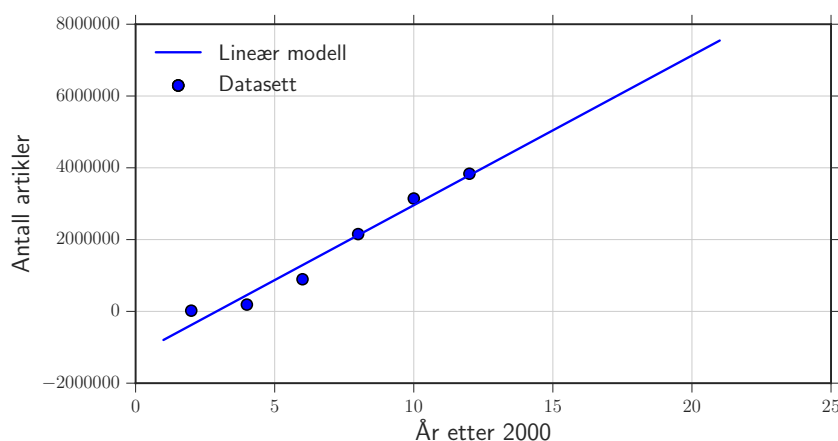
I figur (3) ser vi datasettet, samt den lineære modellen gitt av likning (2). Vi har at $f(20) = 7,13$ millioner, noe som samsvarer godt med journalis-

³Et litt mer nøyaktig svar er $P(Z < -1,2481) = 0,106$, som gir $\sigma \approx 8,0123$.

⁴Det er også mulig å markere data i regnearket og velge “Regresjonsanalyse”, som er en knapp oppe til venstre på skjermen.



Figur 2: Datasettet i oppgave 1a, del 2.



Figur 3: Datasettet i oppgave 1a, del 2 og den lineære modellen.

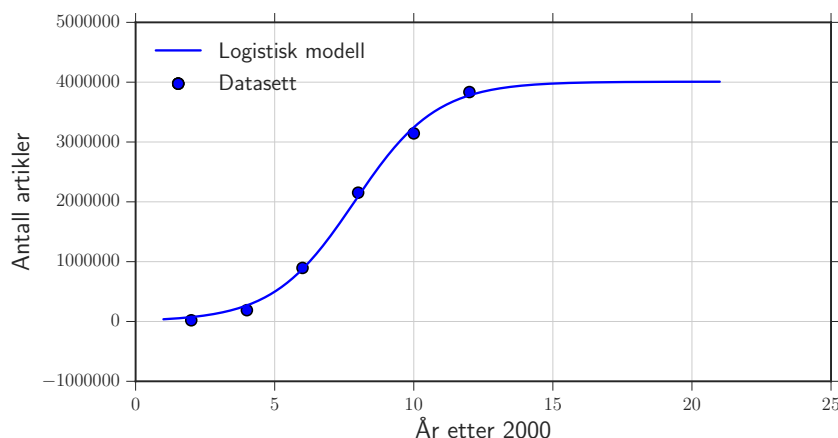
tens påstand om at det vil være rundt 7 millioner artikler på Wikipedia i år 2020. En av modellene er altså en lineær modell.

- 2) La oss undersøke en logistisk modell. Vi bruker `RegLogist[<Liste med punkt>]` kommandoen i Geogebra til å lage en logistisk modell for datasettet, og får dette som svar:

$$g(x) = \frac{4008254}{1 + 211,4052e^{-0,6801x}} \quad (3)$$

I figur (4) ser vi datasettet samt en logistisk modell gitt av likning (3). Legg merke til at når $x \rightarrow \infty$ så vil $g(x) \rightarrow 4008254 \approx 4000000$. Den andre journalisten har brukt en logistisk modell når han/hun har kommet frem til at antall artikler vil stabilisere seg på rundt 4 millioner.

- b) Stor vekst skjer når den deriverte, $g'(x)$, er høy. Den største veksten skjer når $g'(x)$ er høyest. Vi må altså finne toppunktet til $g'(x)$. Dette gjør vi ved å

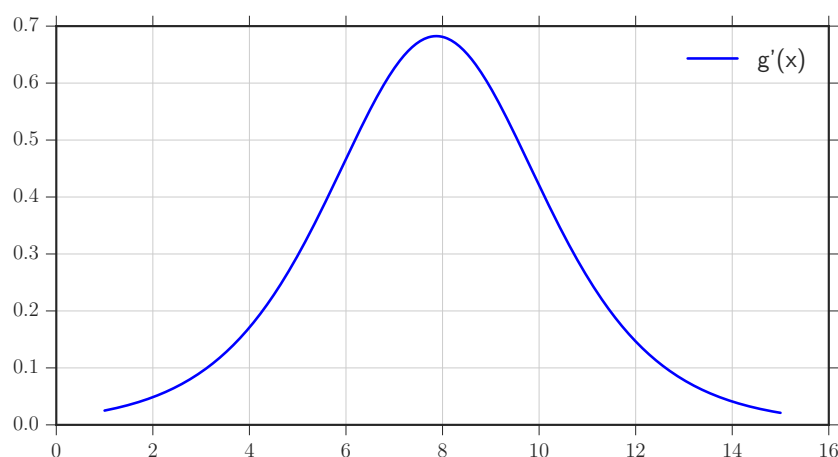


Figur 4: Datasettet i oppgave 1a, del 2 og den logistiske modellen.

tegne funksjonen i Geogebra og bruke

`Maks[<Funksjon>, <Start x-verdi>, <Slutt x-verdi>]`

Da får vi punktet (7.87, 0.68), det vil si at året der antall artikler vokste raskest er $2007.87 \approx \underline{2007}$. Funksjonen $g'(x)$ er plottet i figur (5).



Figur 5: Grafen til $g'(x)$ i oppgave 1b, del 2.

c) Vi bruker

`Integral[<Funksjon>, <Start>, <Slutt>]`

kommandoen til å regne ut integralet. Dersom funksjonen er definert som $g(x)$ kan vi skrive:

`a = Integral[g, 0, 15]`

Da får vi vite at arealet $a \approx \underline{3,96}$. Forholdet mellom den deriverte $g'(x)$ og et integral er gitt ved:⁵

$$\int_a^b g'(x) dx = g(b) - g(a)$$

⁵Dette er *fundamentalteoremet i kalkulus*.

I vårt tilfelle er tolkningen av $\int_0^{15} g'(x) dx = g(15) - g(0)$ den totale endringen i artikler fra 2000 til 2015.

Oppgave 2

a) Likningssettet er:

$$\begin{aligned}K(50) &= 3225 \\K(100) &= 4900 \\K'(100) &= 41\end{aligned}$$

Følgende kommando i CAS i Geogebra løser likningssettet, her skrevet over flere linjer for å være lettere å lese:⁶

```
Løs[
{a(50)^2 + b(50) + c = 3225,
a(100)^2 + b(100) + c = 4900,
2a(100) + b = 41},
{a, b, c}]
```

Løsningen er $a = 3/20$, $b = 11$ og $c = 2300$. Funksjonen $K(x)$ blir da:

$$K(x) = ax^2 + bx + c = \frac{3}{20}x^2 + 11x + 2300$$

Vi kan derivere $K(x)$ ovenfor for å bekrefte at $K'(x) = (3/10)x + 11$.

b) Vi kan derivere $I(x)$ og $K(x)$ for hånd eller med CAS, da får vi:

$$\begin{aligned}I'(x) &= 31,87 \\K'(x) &= 41\end{aligned}$$

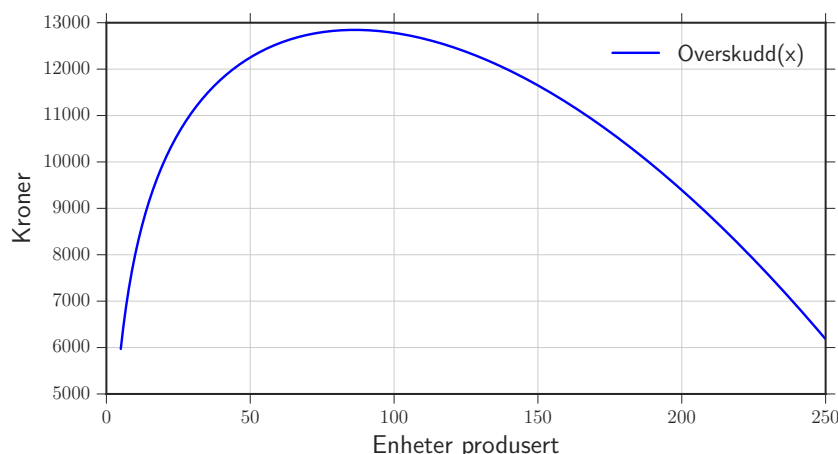
$I'(x)$ forteller oss hvor mye mer vi får i inntekt (per enhet x) dersom vi produserer én enhet mer. På samme måte forteller $K'(x)$ oss hvor mye mer kostnadene blir (per enhet x) dersom vi produserer én enhet mer. Bedriften bør produsere færre enn 100 enheter, ettersom grensekostnadene overstiger grenseinntektene når $x = 100$. Legg merke til at overskuddet er $O(x) = I(x) - K(x)$, slik at $O'(x) = I'(x) - K'(x)$. Dersom $K'(x) > I'(x)$ er $O'(x) < 0$, og overskuddet synker når vi øker x . Vi vil selvsagt ikke produsere mer i en slik situasjon.

c) Vi definerer overskuddet som inntekt minus kostnad $O(x) = I(x) - K(x)$. Overskuddet blir

$$O(x) = 3200 \ln(2,5x + 1) - \left(\frac{3}{20}x^2 + 11x + 2300 \right)$$

⁶Det er kanskje lettest å skrive lange kommandoer i notepad og lime inn i CAS etterpå, i tilfelle du skriver feil eller trykker på noe i Geogebra slik at alt forsvinner.

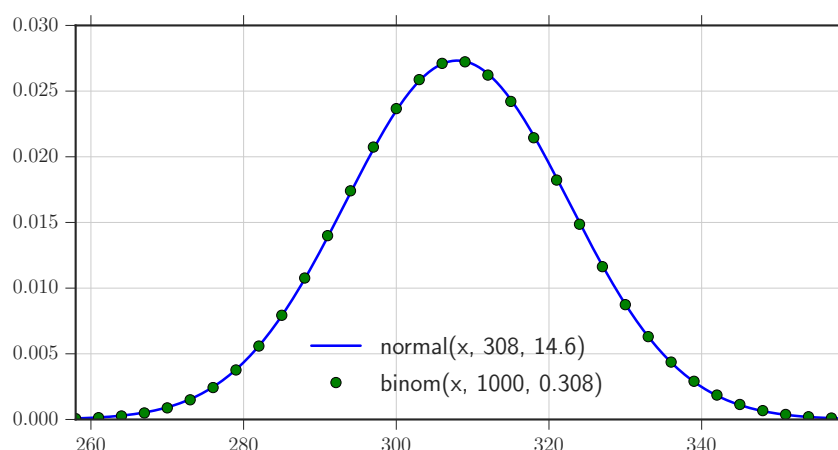
For å løse oppgaven plotter vi $O(x)$ i Geogebra og kjører følgende kommando:
`Maks[<Funksjon>, <Start x-verdi>, <Slutt x-verdi>]`
 Svaret er at bedriften må produsere og selge $86,33 \approx 86$ enheter per dag for å oppnå et maksimalt overskudd. Funksjonen $O(x)$ er plottet i figur (6).



Figur 6: Et plot av $O(x)$ fra oppgave 2c, del 2.

Oppgave 3

- a) I utgangspunktet er den stokastiske variabelen x binomisk fordelt med $n = 1000$ og $p = 0,308$, men dersom $np > 5$ og $n(1 - p) > 5$ kan vi approksimere den binomiske fordelingen med en normalfordeling. Ettersom $np = 308 > 5$ og $n(1 - p) = 692 > 5$ vil normalfordelingen her være en god approksimasjon. Se figur (7) for et plot som viser hvor god denne approksimasjonen er (veldig god her, siden både np og $n(1 - p)$ er mye større enn 5).



Figur 7: Binomisk fordeling og normalfordeling i oppgave 3a, del 2.

b) For en binomisk fordeling får vi følgende utregninger:

$$\begin{aligned}\mu &= E(X) = np = 1000(0,308) = \underline{\underline{308}} \\ \sigma &= \sqrt{\text{Var}(X)} = \sqrt{np(1-p)} \\ &= \sqrt{1000(0,308)(1-0,308)} = \sqrt{213,136} \approx \underline{\underline{14,6}}\end{aligned}$$

c) La X være antall personer i spørreundersøkelsen som ville ha stemt på partiet. Vi setter opp følgende hypoteser:

$$H_0 : p = 0,308$$

$$H_1 : p > 0,308$$

Den observerte verdien er $x_{\text{obs}} = 334$. P -verdien er sannsynligheten for et så ekstremt resultat som den observerte verdien, eller enda mer ekstremt, gitt at H_0 er sann. Med andre ord er P -verdien sannsynligheten for å få $X \geq x_{\text{obs}}$ gitt at H_0 er sann. Vi kan regne ut P -verdien på 2 måter:

- (a) Vi kan bruke binomisk fordeling. Sannsynligheten for at $X \geq x_{\text{obs}} = 334$ gitt at $p = 0,308$ er 0,0411. Utregningen gjør vi i sannsynlighetskalkulatoren til Geogebra.
- (b) Vi kan bruke normalfordelingen til å tilnærme den binomisk fordelingen. Når $p = 0,308$ og $n = 1000$ har vi allerede regnet ut $\mu = 308$ og $\sigma = 14,6$. Vi får at P -verdien blir $P(333,5 \leq X) = 0,0404$. Dette tallet er også fra sannsynlighetskalkulatoren. Legg også merke til heltallskorrekksjonen når vi går fra en diskret til en kontinuerlig sannsynlighetsfordeling.

Uansett hvilken metode vi velger får vi at P -verdien er mindre enn 0,05, så vi forkaster H_0 , og vi har grunnlag for å si at oppslutningen til partiet har økt.

Oppgave 4

a) Vi løser likningen $b \times (1,025)^{18} = 100000$ for beløpet b , svaret blir:

$$b = \frac{100000}{(1,025)^{18}} = 64116,591 \approx \underline{\underline{64117}}$$

b) Vi må gjøre noen valg når vi tolker denne oppgaven. Jeg velger å tolke den med følgende antagelser:

- 1) Ole Magnus får første beløp på dagen han blir født.
- 2) På 18 årsdagen får han siste innbetaling fra foreldrene, pluss renter fra forrige år.

La oss se på litt generell teori. Pengene T etter n år kan skrives slik, der r er rente og b er årlig beløp:

$$\begin{aligned} T_0 &= b \\ T_1 &= br + b \\ T_2 &= br^2 + br + b \\ &\dots = \dots \\ T_n &= b \underbrace{(r^n + r^{n-1} + \dots + 1)}_{n+1 \text{ ledd i summen}} \\ T_n &= b \left(\frac{r^{n+1} - 1}{r - 1} \right) \end{aligned}$$

Fra nest siste til siste linje bruker vi summeformelen for geometriske rekker. Dersom Ole Magnus får en innbetaling og en renteavkastning på 18 årssdagen, setter vi $T_{18} = 100000$ og løser for b :

$$b = \frac{T_n (r - 1)}{(r^{n+1} - 1)} = \frac{100000 (1,025 - 1)}{(1,025^{18+1} - 1)} \approx \underline{\underline{4176}}$$

Denne oppgaven kan løses uten PC, men oppgaven ber oss om å løse i CAS i Geogebra. For å løse i CAS skriver vi inn følgende:

`NLøs[Sum[b*1.025^x, x, 0, 18] = 100000]`

Som løser følgende likning for oss:

$$100000 = b \sum_{x=0}^{18} (1,025)^x$$

- c) Igjen antar vi at første innbetaling b blir gjort når Ole Magnus blir født, samt at det blir gjort en innbetaling på 18 årssdagen. Vi begynner med år 0 og lager en tabell, der vi setter økningen i beløpet til $o = 1,02$. Den rekursive formelen er $T_n = T_{n-1}r + bo^n$, altså “forrige verdi ganget med rente, pluss et nytt beløp som øker hvert år.” Vi kan sette opp en tabell og undersøke situasjonen slik:

År	Uttrykk	Pent uttrykk
0	b	b
1	$br + bo$	$b(r + o)$
2	$(br + bo)r + bo^2$	$b(r^2 + ro + o^2)$
3	$((br + bo)r + bo^2)r + bo^3$	$b(r^3 + r^2o + ro^2 + o^3)$
\vdots	\vdots	\vdots
n	\dots	$b \sum_{x=0}^n o^x r^{n-x}$

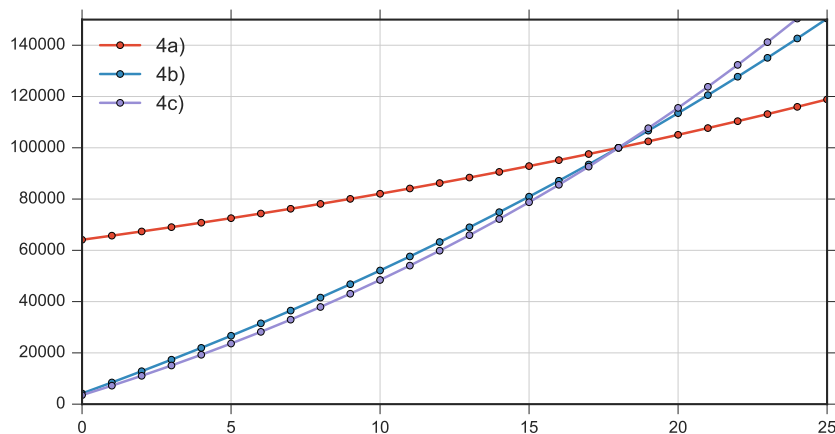
Vi ser mønsteret i høyre kolonne av tabellen. Igjen blir vi bedt om å løse problemet i CAS i Geogebra, så vi skriver inn:

`o := 1.02`

`r := 1.025`

`NLøs[b*Sum[o^x*r^(18-x), x, 0, 18]=100000]`

Løsningen blir $b = \underline{3525}$. I figur (8) ser vi grafer for hele oppgave 4, legg merke til at etter 18 år har Ole Magnus 100000 kroner i alle tilfellene. Det er spennende å se hva som skjer videre også, så grafen fortsetter scenarioene til $x = 25$.



Figur 8: Scenarioer fra oppgave 4, del 2.