Для проверки СВЧ дисперсионного соотношения

1. Описание модели

Рассматривается следующая модель плазмы. Электронная компонента описывается кинетическим уравнением Власова.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v}\cdot\frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} - \frac{e}{m}\,[\mathrm{E} + \mathbf{v}\times\mathrm{B}]\cdot\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = 0. \qquad (1)$$

Ионы предполагаются свободными (воздействием внешних сил на них пренебрегается). Для их описания используется гидродинамический подход

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla(n_i \mathrm{v}_i) = 0, \qquad \frac{\partial \mathrm{v}_i}{\partial t} + (\mathrm{v}_i\nabla)\mathrm{v}_i = \frac{e}{m}\,E_1. \qquad (2)$$

Электрическое поле E состоит из внешней постоянной и однородной компоненты E_0 и собственного поля системы E_1. Последнее определяется из уравнения Пуассона

$$\nabla\,\mathrm{E}_1 = \frac{e}{\varepsilon_0}(n_i - n_e), \quad n_e = \int f\,d\boldsymbol{v}, \qquad (3)$$

где $d\boldsymbol{v} = dv_x dv_y dv_z$. Собственным магнитным полем системы пренебрегается. Внешнее магнитное поле (как внешнее электрическое) предполагается постоянным и однородным.

2. Дисперсионного уравнение (произвольная f_0)

Для произвольной изотропной равновесной функции $f_0((v-V_d)^2)$ дисперсионное соотношение имеет вид

$$k^2\left(1-\frac{\omega_i^2}{\omega^2}\right) = \frac{2\pi e^2}{\varepsilon_0 m}\int_0^\infty dv\,\frac{\partial f_0}{\partial v}\times$$
$$\times\left[1 - J_0\left(\frac{|k|v}{\omega_c}\right)^2 - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2(\omega-k_yV_d)^2}{(\omega-k_yV_d)^2-(\omega_c n)^2}\,J_n\left(\frac{|k|v}{\omega_c}\right)^2\right].$$

В случае Максвеловского равновесного распределения

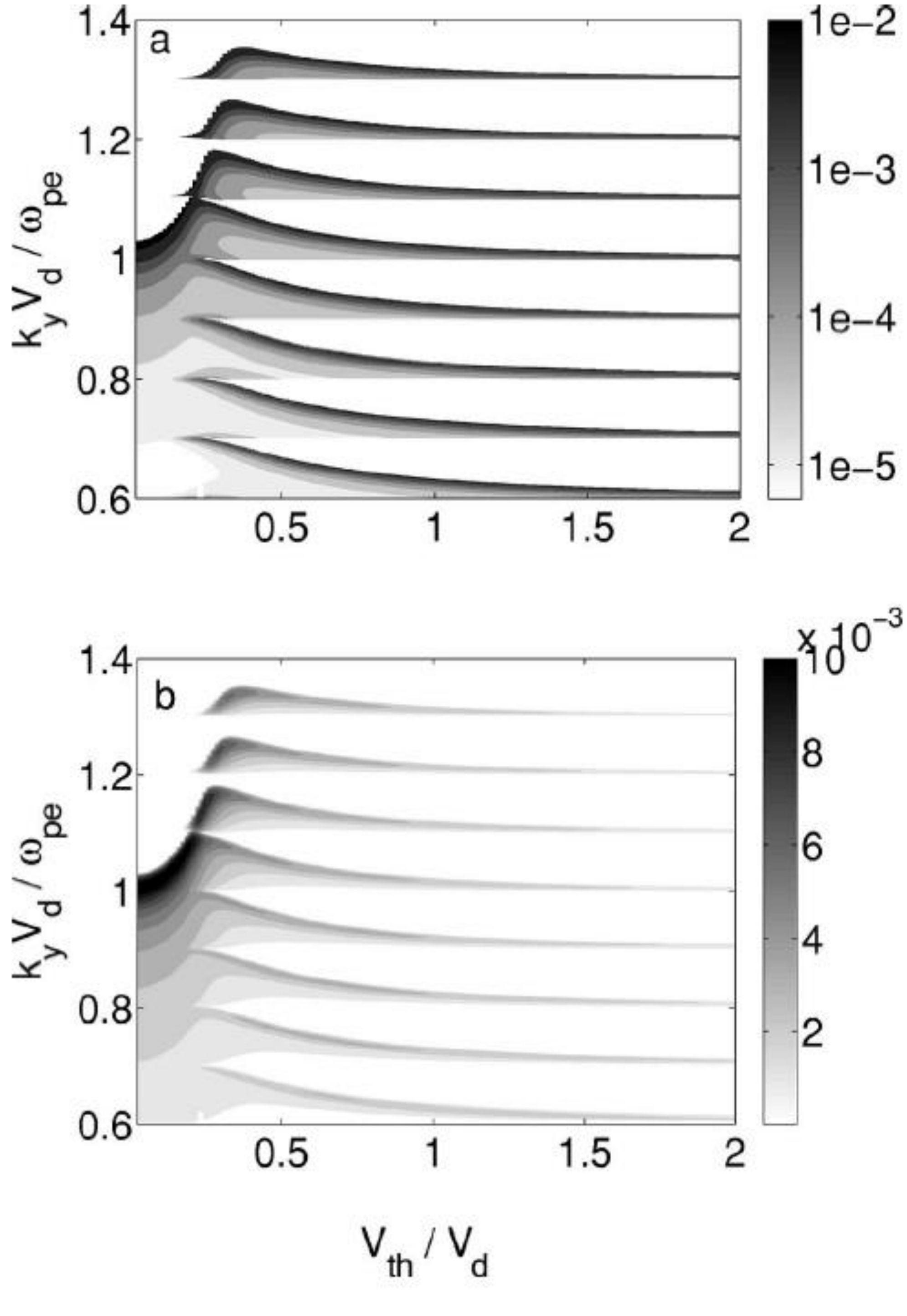
$$f_0((v-V_d)^2) = \frac{n_0}{2\pi V_{th}^2}\,\exp\left(-\frac{(v-V_d)^2}{2V_{th}^2}\right), \qquad V_{th}^2 = \frac{T_e}{m},$$

получаем

$$k^2\lambda_D^2\left(1-\frac{\omega_i^2}{\omega^2}\right) = \left[1 - I_0(b^2)e^{-b^2} - \sum_{n=1}^{\infty} I_n(b^2)e^{-b^2}\,\frac{2\omega^2}{(\omega-k_yV_d)^2-(\omega_c n)^2}\right],$$

где $\lambda_D = \frac{V_{th}}{\omega_e}$ – радиус Дебая, $\omega_e = \sqrt{\frac{e^2 n_0}{\varepsilon_0 m}}$ –плазменная частота, и $b = \frac{|k| V_{th}}{\omega_c}$.

Численный анализ последнего уравнение приведен на графиках ниже



a) Вещественная часть ω

b) Мнимая часть ω

Хотелось бы как то проверить эти теоретические выкладки.