



Zentrale Abiturprüfung 2022

Haupttermin

03.05.2022

Weiteres Leistungskursfach

Mathematik

Fachbereich Informatik

Aufgabenteil A: ohne Hilfsmittel (oHiMi)

Bearbeitungszeit

Teil A: max. 60 Minuten

Teil B: mind. 210 Minuten

Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler

Aufgabenstellung

Aufgabe 1 (24 Punkte)

1.1 Analysis

Mit browserbasierten Spielideen erobert der Fußball die digitale Welt.

Der Datenfluss bei einem beliebigen Fußballmanagerspiel lässt sich durch ganzrationale Funktionen 3. Grades modellieren.

Ein Gamer spielt durchgehend zwei Stunden.

Der Datenfluss wird durch die Funktion f mit

$$f(x) = -\frac{27}{4} \cdot x^3 + \frac{39}{4} \cdot x^2 + 15 \quad \text{für } x \in [0; 2]$$

beschrieben. Dabei gibt x die Zeit in Stunden nach Spielbeginn und $f(x)$ den Datenfluss in MB pro Stunde an.



Abb. 1.1

- 1.1.1** Der Gamer behauptet: „Nach einer Stunde hat sich der Datenfluss pro Stunde im Vergleich zum Spielbeginn verdoppelt.“

Untersuchen Sie, ob seine Behauptung zutrifft.

(1 Punkt)

- 1.1.2** Berechnen Sie das Datenvolumen, das der Gamer während der gesamten Spielzeit verbraucht.

(3 Punkte)

- 1.1.3** Bei der Analyse der Spieldaten des Gamers ergeben sich die drei Graphen A, B und C (s. Abb. 1.2).

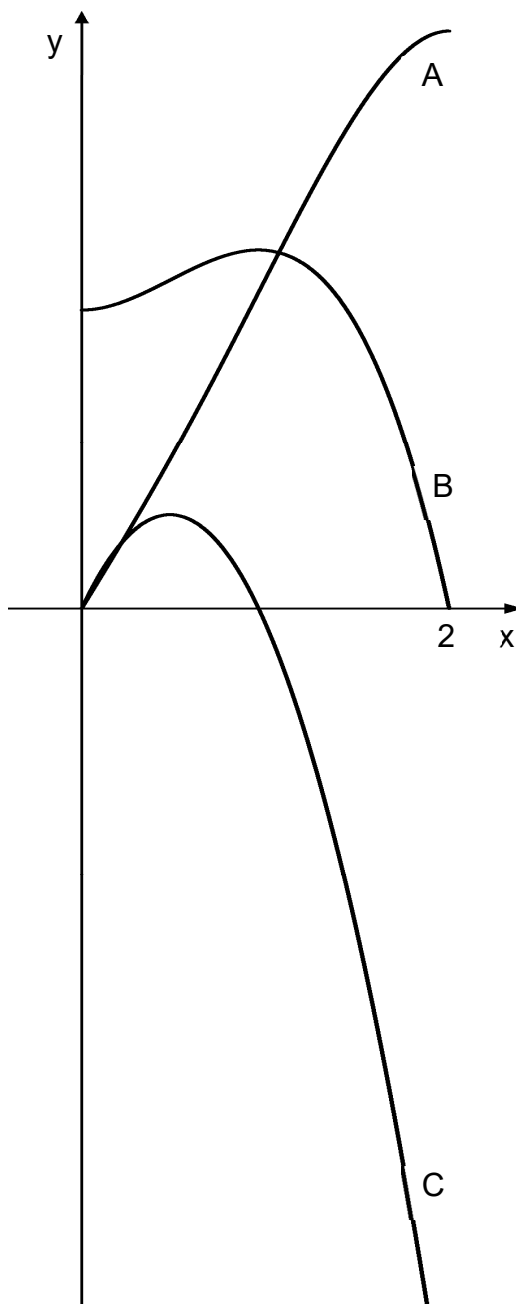


Abb. 1.2

Diese Graphen stellen die Ausgangsfunktion f , die Ableitungsfunktion f' und eine Stammfunktion F dar.

Entscheiden Sie mit Begründung, welche Funktion durch welchen der drei Graphen dargestellt wird.

(2 Punkte)



1.2 Analysis

Ein weiterer Gamer beobachtet während seines Spiels den Datenverkehr.

Wiederum lässt sich der Datenfluss durch eine ganzrationale Funktion 3. Grades modellieren.

Dabei gibt x die Zeit in Stunden nach Spielbeginn und der zugehörige Funktionswert den Datenfluss in MB pro Stunde an.

Zu Spielbeginn beträgt der Datenfluss 20 MB pro Stunde.

Nach einer Stunde wird der maximale Datenfluss erreicht, dieser beträgt 25 MB pro Stunde.

Nach zwei Stunden beendet der Gamer sein Spiel und der Datenfluss liegt bei 0 MB pro Stunde.

Leiten Sie die zugehörige Funktionsgleichung her.

(6 Punkte)

1.3 Stochastik

In Computerspielen sind Lootboxen häufig, aber auch umstritten. In einem Computerspiel kann man mittels eines Glücksrades bessere Spielfiguren aus einer Lootbox gewinnen (s. Abb. 1.3).

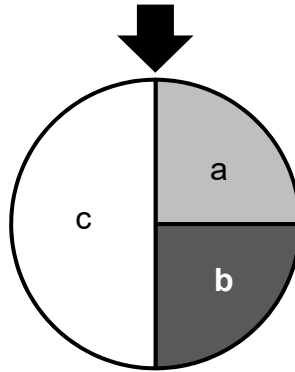


Abb. 1.3

Die Anteile der Sektoren a und b betragen jeweils $\frac{1}{4}$.

Ein Spieler wählt einen Sektor. Anschließend wird das Glücksrad dreimal gedreht. Der Spieler gewinnt, wenn sein gewählter Sektor **genau** zweimal auftritt. In allen anderen Fällen verliert er.

Max wählt Sektor c.

- 1.3.1** Stellen Sie die Situation in einem vollständigen Baumdiagramm dar (s. Anhang zu 1.3.1).

(1 Punkt)

- 1.3.2** Untersuchen Sie rechnerisch, ob Max bei der Wahl von Sektor a eine größere Gewinnchance hätte.

(2 Punkte)

- 1.3.3** Die Größe der drei Sektoren a, b und c des Glücksrades wird nun verändert. Jetzt ist p der Anteil des Sektors c.

Gegeben ist die Funktion f mit

$$f(p) = -3 \cdot p^3 + 3 \cdot p^2 \quad \text{für } p \in]0; 1[.$$

Zeigen Sie, dass die Funktion f die Gewinnchance für Max angibt und berechnen Sie p so, dass die Gewinnchance für Max maximal ist.

Hinweis: Auf eine Randbetrachtung kann verzichtet werden.

(3 Punkte)



1.4 Lineare Algebra/Analytische Geometrie

Die Spitze eines Roboterarmes bewegt sich in einer Computersimulation entlang der Geradengleichung g mit

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ mit } t \in [0; 3].$$

Dabei gibt t die Zeit nach Simulationsbeginn in Sekunden an.

1.4.1 Die Spitze des Roboterarmes geht durch den Punkt $P(2,5 \mid -2 \mid 1)$.

Berechnen Sie den Zeitpunkt, an dem die Spitze des Roboterarmes den Punkt P erreicht.

(2 Punkte)

1.4.2 In der Simulation soll die Spitze des Roboterarmes das Viereck V mit der Gleichung

$$V: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ mit } r \in [0; 2] \text{ und } s \in [0; 0,5]$$

nicht treffen.

Prüfen Sie, ob dies gewährleistet ist.

(4 Punkte)

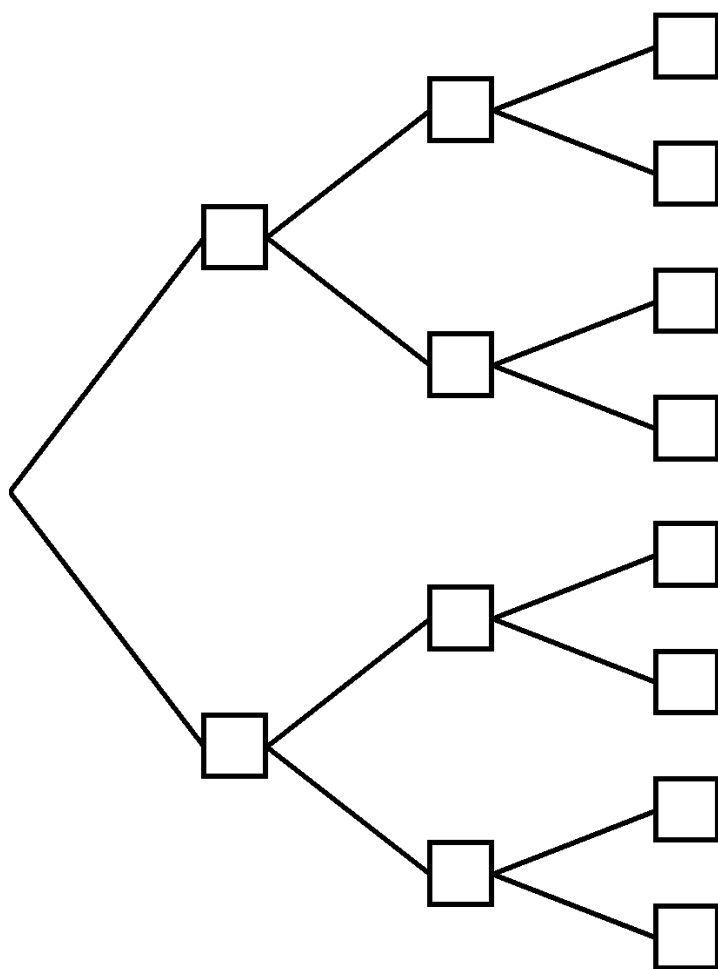


Anhang zu Aufgabe 1.3.1

Name des Prüflings: _____

C : Sektor c wird getroffen.

\bar{C} : Sektor c wird nicht getroffen.





Materialgrundlage

Aufgabe1

Abb. 1.1 Fußball-Piktogramm von Microsoft Word

Abb. 1.2, Abb. 1.3 und Abbildung im Anhang zu Aufgabe 1.3.1 selbst erstellt

Zugelassene Hilfsmittel

Zur Bearbeitung des Aufgabenteils A sind keine Hilfsmittel zugelassen, auch z. B. keine Formelsammlungen.

Arbeitszeit und Punktevergabe

		Arbeitszeit		Punktevergabe		
Teil A	max. 60 Min.	insgesamt 270 Min.	24 Punkte	Inhaltliche Leistung	Darstellungs- leistung	Gesamt- punktzahl
Teil B	mind. 210 Min.		96 Punkte	Teil A und B 120 Punkte	Teil A und B 5 Punkte	Teil A und B 125 Punkte

Der Prüfling erhält zu Beginn der Bearbeitungszeit die beiden Aufgabenteile A und B.

Der Prüfling gibt spätestens nach Ablauf der Bearbeitungszeit den Aufgabenteil A und seine Lösung zu Aufgabenteil A ab. Im Gegenzug werden dem Prüfling die zugelassenen Hilfsmittel zur Verfügung gestellt.