

Analysis

Marvin Baeumer 2023-12-06 10:23

Ableitungsregeln

Produktregel

Die Produktregel verwendet man dann um eine Funktion abzuleiten die das Produkt aus zweier anderen Funktionen bildet.

Beispiel

$$\text{Produktregel} = u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$f(x) = (x^2 + 3x) \cdot (2x - 1)$$

$$u = (x^2 + 3x)$$

$$u' = (2x + 3)$$

$$v = (2x - 1)$$

$$v' = 2$$

⇔ Produktregel

$$f'(x) = (2x + 3) \cdot (2x - 1) + (x^2 + 3x) \cdot 2$$

Kettenregel

Die Kettenregel verwendet man um die Ableitung einer Zusammengesetzten Funktion zu berechnen. Dabei steht g fuer die aeussere Funktion und h fuer die innere Funktion.

Beispiel

$$\text{Kettenregel} = g(h(x))$$

$$\text{Kettenregel}' = g'(h(x)) \cdot h'(x)$$

$$f(x) = (3x^2 + 2)^5$$

$$g = h^5$$

$$g' = 5h^4$$

$$h = (3x^2 + 2)$$

$$h' = 6x$$

⇔ Kettenregel

$$f'(x) = 5(3x^2 + 2)^4 \cdot 6x$$

Ableitungen bilden

Eine Ableitung beschreibt die Steigung einer Funktion, also ist die Ableitung die Steigungsfunktion der Stammfunktion. Die zweite Ableitung beschreibt die Änderungsrate der Stammfunktion. Eine Ableitung stellt man mit $f'(x)$ da vorausgesetzt unsere ursprüngliche Funktion war $f(x)$. Die zweite Ableitung stellt man dann mit $f''(x)$ da.

Berechnung - Formel

Die Berechnung erfolgt mit Wert vor dem $x \cdot \text{Exponent}$, dann zieht man -1 vom Exponenten ab. Konstanten fallen somit weg.

$$\begin{aligned} f(x) &= a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d \\ f'(x) &= 3a \cdot x^2 + 2b \cdot x + c \\ f''(x) &= 6a \cdot x + 2b \end{aligned}$$

Ableitungen von e Funktionen

Extremstellen

Bei der Extremstellen Berechnung schaut man sich Hochpunkte, Tiefpunkte und Wendepunkte an. Bei Hochpunkten und Tiefpunkten betrifft die Steigung 0 das heißt also man nimmt die erste Ableitung und setzt diese $= 0$ sprich $f'(x) = 0$ somit bekommt man dann den $X - Wert$. Um nun zu prüfen ob sich um einen Hochpunkt oder Tiefpunkt handelt muss man mit der zweiten Ableitung prüfen. Wenn das Ergebnis des eingesetzten $X - Wertes$ negativ ist handelt es sich um einen Hochpunkt, ist dieser positiv handelt es sich um einen Tiefpunkt. Bei Einem Wendepunkt setzt man die zweite Ableitung $= 0$ und prüft mit der dritten Ableitung.

Hochpunkt

1. $f'(x)$ aufstellen
2. $f''(x)$ aufstellen
3. Erste Ableitung $= 0$ stellen | $f'(x) = 0$
4. Ergebnis prüfen $f''(\dots) < 0$
5. In $f(x)$ einsetzen für den $Y - Wert$

```
f[x_] := a*x^3+b*x^2+c*x+d

f'[x]
f''[x]
%liefert die beiden Ableitungen%

Solve[f'[x] == 0]
x -> ...
f''[...]
%Ergebnis muss < 0 sein%
f[...]
```

Tiefpunkt

1. $f'(x)$ aufstellen
2. $f''(x)$ aufstellen
3. Erste Ableitung $= 0$ stellen | $f'(x) = 0$
4. Ergebnis prüfen $f''(\dots) > 0$
5. In $f(x)$ einsetzen für den $Y - Wert$

```
f[x_] := a*x^3+b*x^2+c*x+d

f'[x]
f''[x]
%liefert die beiden Ableitungen%

Solve[f'[x] == 0]
x -> ...
f''[...]
%Ergebnis muss > 0 sein%
f[...]
```

Wendepunkt

1. $f''(x)$ aufstellen
2. $f'''(x)$ aufstellen
3. Zweite Ableitung = 0 | $f''(x) = 0$
4. Ergebnis prüfen $f'''(\dots) < 0$
5. In $f(x)$ einsetzen für den Y – Wert

```
f[x_] := a*x^3+b*x^2+c*x+d

f''[x]
f'''[x]
%liefert die beiden Ableitungen%

Solve[f''[x] == 0]
x -> ...
f'''[...]
%Ergebnis muss < 0 sein%
f[...]
```

Funktion aus Bedingungen aufstellen

Integrale