



Zentrale Abiturprüfung 2018
Haupttermin
17.04.2018

Weiteres Leistungskursfach
Mathematik

Fachbereich Informatik

Aufgabenteil A: ohne Hilfsmittel (oHiMi)

Unterlagen für die Schülerinnen und Schüler

Aufgabenstellung

Aufgabe 1 (24 Punkte)

1.1 Analysis

In Abb. 1.1 ist der Graph einer ganzrationalen Funktion dritten Grades mit $D = \mathbb{R}$ dargestellt. Für $0 \leq t \leq 10$ wird damit die Messung einer Downloadrate modelliert.

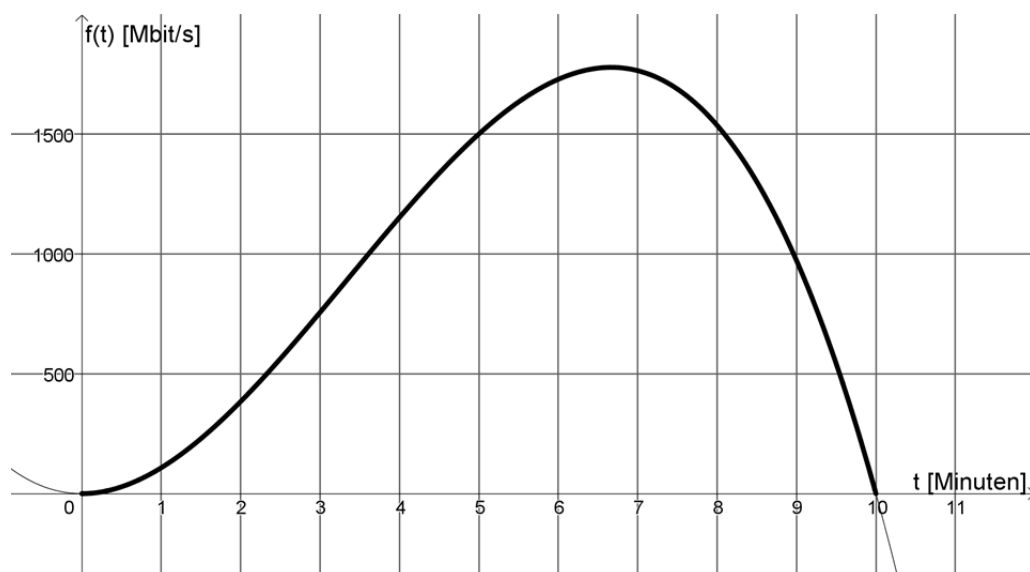


Abb.1.1

1.1.1 Leiten Sie aus dem Graphen in Abb. 1.1 die Funktionsgleichung der ganzrationalen Funktion f her.

(3 Punkte)

1.1.2 Im Folgenden gilt:

$$f(t) = -10 \cdot t^3 + 90 \cdot t^2 + 100 \cdot t \quad \text{mit } 0 \leq t \leq 10.$$

Dabei steht t für die Zeit in Minuten ab Messbeginn und $f(t)$ für die Downloadrate in Mbit/s.

Berechnen Sie den Zeitpunkt, an dem die Downloadrate am stärksten ansteigt.

Hinweis: Auf Randbetrachtungen kann verzichtet werden.

(3 Punkte)

1.2 Analysis

In Abb. 1.2 sind die Graphen der Funktionen f und g dargestellt.

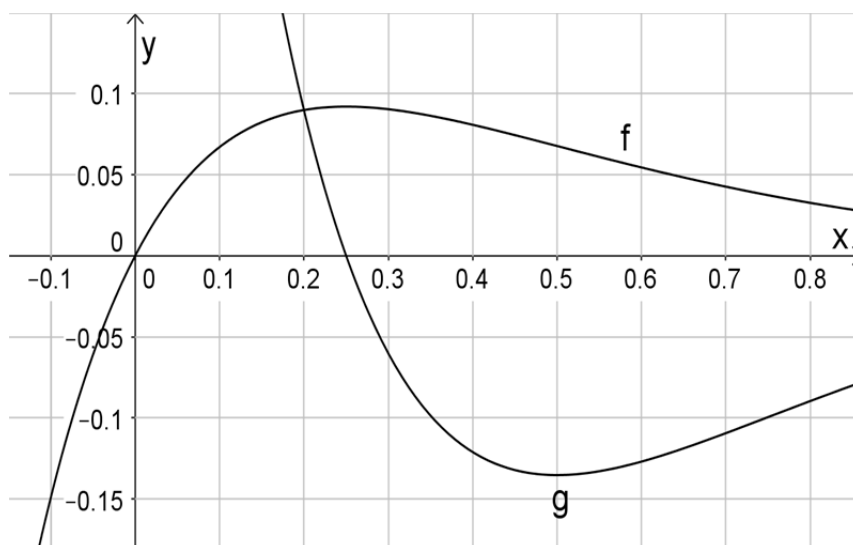


Abb.1.2

1.2.1 Nennen Sie zwei Argumente dafür, dass g die erste Ableitung von f ist.

(2 Punkte)

1.2.2 Berechnen Sie das lokale Maximum der Funktion f mit

$$f(x) = x \cdot e^{-4 \cdot x} \text{ mit } x \in \mathbb{R}.$$

Hinweis:

Ohne Nachweis darf verwendet werden: $f''(x) = 8 \cdot e^{-4 \cdot x} \cdot (2 \cdot x - 1)$.

(4 Punkte)

1.3 Zahlentheorie

Auf der Menge \mathbb{Z} ist für $a, b \in \mathbb{Z}$ die kommutative Verknüpfung \circ definiert durch

$$a \circ b := a + a \cdot b + b$$

1.3.1 Zeigen Sie, dass für die definierte Verknüpfung \circ ein neutrales Element existiert.

(2 Punkte)

1.3.2 Beweisen Sie, dass für die definierte Verknüpfung \circ das Assoziativgesetz gilt, indem Sie die folgende Behauptung zeigen:

$$a \circ (b \circ c) = (a \circ b) \circ c$$

(4 Punkte)

1.4 Lineare Algebra/Analytische Geometrie

Das Unternehmen COELUX stellt Lampen her, die Sonnenlicht imitieren. Für einen Auftrag werden mithilfe von Computergrafikprogrammen Deckenlampen in Mustern angeordnet.

1.4.1 Die Grafik in Abb. 1.3 zeigt ein solches Muster aus vier dreieckigen Deckenlampen.

Position und Größe der Deckenlampen D_1 , D_2 und D_3 sind jeweils durch affine Abbildungen aus der Deckenlampe D_0 entstanden. Dazu stehen die folgenden Abbildungsmatrizen zur Verfügung:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A_5 = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} \text{ mit } a > 0 \quad \text{und}$$

$$A_6 = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \text{ mit } -360^\circ < \alpha < 360^\circ$$

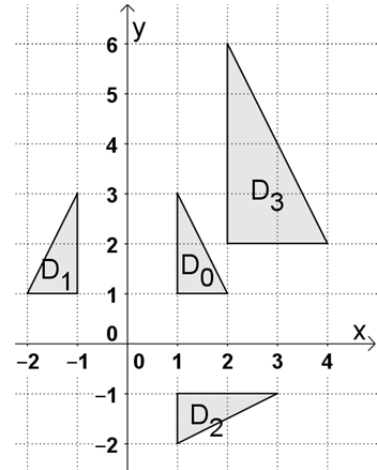


Abb. 1.3

Entscheiden Sie begründet, durch welche der angegebenen Abbildungsmatrizen aus D_0 jeweils D_1 , D_2 und D_3 entstehen.

(3 Punkte)

1.4.2 Im Computergrafikprogramm wurde der Eckpunkt $P(x_1|x_2)$ einer Lampe durch die affine Abbildung α mit

$$\alpha: \vec{x'} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -7 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x}$$

auf den Bildpunkt $P'(30|-15)$ abgebildet.

Berechnen Sie die Koordinaten von P .

(3 Punkte)



Materialgrundlage

entfällt

Zugelassene Hilfsmittel

Zur Bearbeitung des Aufgabenteils A sind keine Hilfsmittel zugelassen, auch z. B. keine Formelsammlungen.

Arbeitszeit und Punktevergabe

		Arbeitszeit	Punktevergabe			
Teil A	max. 50 Min.	insgesamt 255 Min.	24 Punkte	Inhaltliche Leistung	Darstellungs- leistung	Gesamt- punktzahl
Teil B	mind. 205 Min.		96 Punkte	Teil A und B 120 Punkte	Teil A und B 5 Punkte	Teil A und B 125 Punkte

Der Prüfling erhält zu Beginn der Bearbeitungszeit die beiden Aufgabenteile A und B.

Der Prüfling gibt nach spätestens 50 Minuten den Aufgabenteil A und seine Lösung zu Aufgabenteil A ab. Im Gegenzug werden dem Prüfling die zugelassenen Hilfsmittel zur Verfügung gestellt.