

Carga específica del electrón - e/m

Alejandro Hernández A.* and Daniel Sánchez M.†
Departamento de Física
Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.

(Dated: 20 de agosto de 2015)

Este informe presenta los datos obtenidos al medir la diferencia de potencial y la corriente con los cuales se curvaba un haz de electrones en trayectorias circulares de radios particulares. Conociendo las corrientes aplicadas sobre los anillos laterales de una bobina de Helmholtz y usando la ley de Biot-Savart y la fuerza de Lorentz, se obtuvo un valor experimental para la carga específica del electrón, a saber, $(e/m_e) = (1.631 \pm 0.041) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$ con un error porcentual de $E\% = 0.055\%$.

Conceptos clave: Bobina de Helmholtz, ley de Biot-Savart, fuerza de Lorentz.

I. INTRODUCCIÓN.

La carga específica de una partícula con carga q y masa m se define como la razón entre estas cantidades q/m . Para el caso particular del electrón, la razón carga-masa fue medida por primera vez por J.J. Thompson en el año de 1897. Al obtener un valor negativo, confirmó la predicción de Lorentz acerca de la existencia de una partícula subatómica de carga menor que cero. Este descubrimiento produjo un cambio en el modelo atómico de la época, de acuerdo al cual el átomo era una esfera indivisible de carga neutra. De esta forma, el mismo Thompson propuso un nuevo modelo que sugería una distribución homogénea de electrones dentro de una esfera sólida. A pesar de que este modelo no resultó ser satisfactorio, su importancia yace en considerar al átomo como un conglomerado de diversos elementos con carga eléctrica y no como un todo indivisible.

Si un electrón de masa m_e y carga e es acelerado por una diferencia de potencial V , por conservación de la energía se tiene:

$$eV = \frac{1}{2}m_e v^2 \quad (1)$$

donde v es la velocidad del electrón.

En presencia de un campo magnético \vec{B} , la fuerza de Lorentz que actúa sobre un electrón con velocidad \vec{v} es:

$$\vec{F} = e \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad (2)$$

En general, el electrón describe una trayectoria en forma de espiral alrededor de la dirección del campo, y en el caso particular en que \vec{v} y \vec{B} sean perpendiculares, la trayectoria es circular. En este último caso, la fuerza de Lorentz es una fuerza centrífuga $F = \frac{m_e v^2}{r}$, con lo cual se tiene que

$$v = \frac{e}{m_e} \cdot Br \quad (3)$$

donde r es el radio de la trayectoria descrita por el electrón.

Reemplazando (3) en (1) se obtiene:

$$\frac{e}{m_e} = \frac{2V}{(Br)^2} \quad (4)$$

Ahora bien, para determinar B es preciso usar la ley de Biot-Savart. El campo magnético B_z sobre el eje z de un arreglo simétrico de dos embobinados de radio R , separados una distancia a , por los cuales circula una corriente I es:

$$B_z = \frac{\mu_0 I R^2}{2} \left[\left(R^2 + \left(z - \frac{a}{2} \right)^2 \right)^{-3/2} + \left(R^2 + \left(z + \frac{a}{2} \right)^2 \right)^{-3/2} \right]$$

donde $\mu_0 = 1.257 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$ es la permeabilidad magnética del vacío.

Para una bobina de Helmholtz con n vueltas en cada embobinado, $a = R$ y $z = 0$ se tiene que

$$B = \left(\frac{4}{5} \right)^{3/2} \mu_0 \cdot n \cdot \frac{I}{R} \quad (5)$$

II. MONTAJE EXPERIMENTAL

Con el fin de medir la carga específica del electrón, se utilizó un *narrow beam tube* para acelerar un haz de electrones que era curvado en una trayectoria circular debido a la presencia de un campo magnético generado por una bobina de Helmholtz.

Para la alimentación del *narrow beam tube* se usó una fuente de voltaje de capacidad máxima 300V, que permitía fuertes variaciones en la energía cinética del haz de electrones. En contraste con lo anterior, para la bobina de Helmholtz se utilizó una fuente de capacidad máxima 18V, que generaba corrientes entre 2A y 4A, lo

suficiente grandes para que el campo magnético afecte visiblemente la trayectoria del haz.

El montaje experimental usado durante la práctica se muestra en la figura 1.

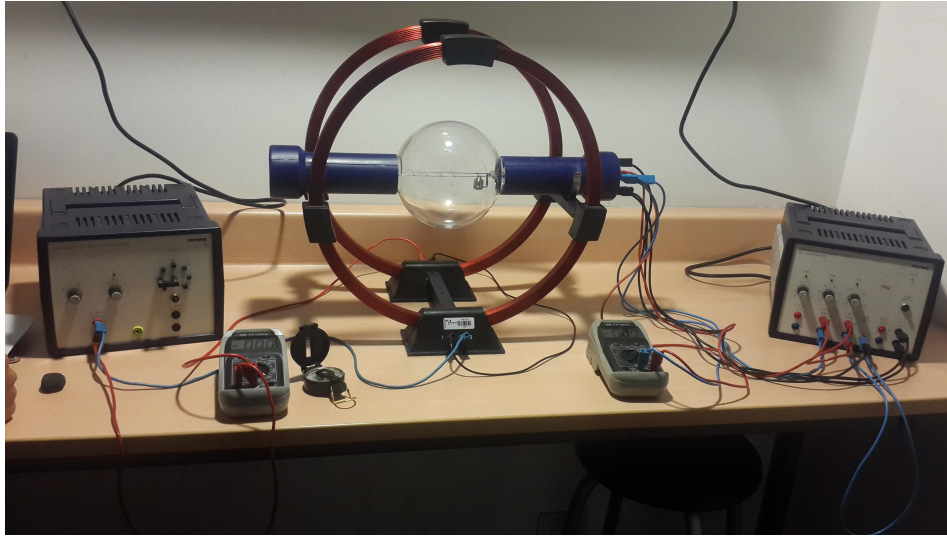


FIG. 1: Montaje experimental

Por otra parte, en las figuras 2 y 3 se muestran los circuitos utilizados para conectar la bobina de Helmholtz y el *narrow beam tube* respectivamente. Cabe notar que en el montaje observado en la figura 1, el amperímetro es el encargado de medir la corriente que pasa a través de la bobina de Helmholtz y, de acuerdo a (5), el dispositivo que permite conocer el campo magnético que curva al haz; por su parte, el voltímetro permite conocer la diferencia de potencial que acelera el haz de electrones.

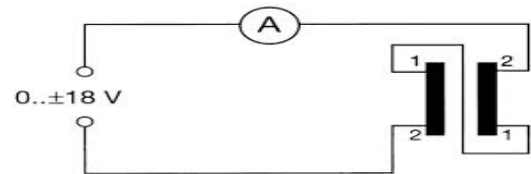


FIG. 2: Diagrama de conexión para la bobina de Helmholtz.

Una vez hechas las conexiones, basta con encender ambas fuentes y asignar valores específicos de voltaje del *narrow beam tube* y de corriente de las bobinas, para observar un haz de color cian tenue que se contrae formando una circunferencia debido al campo magnético, cuyo radio se puede ajustar para que tome valores fijos de 2, 3, 4 y 5 cm, distancias que se encuentran marcadas en el *narrow beam tube*, de manera que cuando el haz pasa a través de ellas se corta en dos o reduce su intensidad bruscamente, lo cual permite una medición confiable de dichos radios.

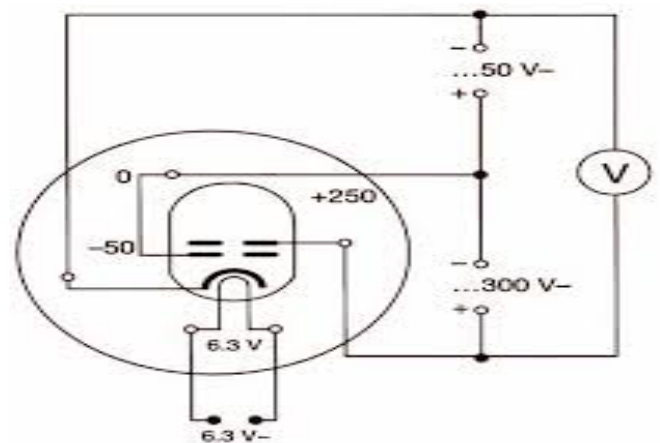


FIG. 3: Diagrama de conexión para el *narrow beam tube*.

III. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Los resultados de las mediciones de corriente y voltaje se muestran en la Tabla I.

TABLE I: Voltaje y corriente para.

$V \pm 1V$	$A \pm 0.01A$			
Voltaje	$I_2 \text{ cm}$	$I_3 \text{ cm}$	$I_4 \text{ cm}$	$I_5 \text{ cm}$
110	2.60	1.44	1.11	0.85
120	2.73	1.73	1.21	0.92
130	2.79	1.17	1.30	0.96
140	2.83	1.86	1.35	1.02
150	2.96	1.87	1.39	1.08
160	3.06	1.99	1.41	1.13
170	3.17	2.03	1.47	1.17
180	3.28	2.09	1.53	1.22
190	3.38	2.15	1.58	1.25
200	3.46	2.21	1.63	1.30
210	3.60	2.28	1.68	1.33
220	3.68	2.33	1.72	1.36
230	3.73	2.40	1.77	1.40
240	3.79	2.46	1.81	1.43
250	3.90	2.50	1.84	1.46
260	3.98	2.56	1.89	1.49
270	4.05	2.62	1.93	1.53

Con el fin de analizar los datos, es conveniente ver (4) de la siguiente manera:

$$V = \frac{e}{m_e} \cdot \frac{(Br)^2}{2} \quad (6)$$

Identificando $\frac{(Br)^2}{2} \rightarrow x$ y $V \rightarrow y$, se puede ver en la figura 4 que los datos efectivamente satisfacen la relación dada por (6), razón por la cual se justifica hacer una regresión lineal de los datos para cada uno de los radios.

Una vez realizado esto, es posible calcular la incertidumbre en la medida como la incertidumbre obtenida en una regresión lineal, cuya ecuación es:

$$\sigma = \sigma_y \left(\frac{N \sum_{i=1}^N x^2 - (\sum_{i=1}^N x)^2}{N} \right)^{-1/2} \quad (7)$$

Donde:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^N (y_i - b - mx_i)^2} \quad (8)$$

Teniendo en cuenta que b y m son los parámetros de la regresión lineal ($y = mx + b$). Con lo anterior, los datos de las regresiones lineales se muestran en la Tabla II.

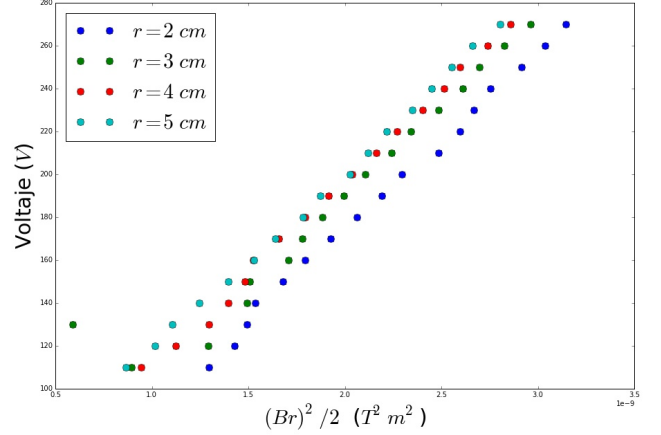


FIG. 4: Voltaje en función $\frac{(B(I)r)^2}{2}$ para diversos los diversos radios.

TABLE II: Regresiones lineales para los distintos radios.

Radio (cm)	$\frac{e}{m_e} (10^{11} \frac{C}{kg})$	Correlación r^2	Error estándar s (10^{10})
2	1.678	0.996	2.710
3	1.451	0.933	9.977
4	1.724	0.997	2.389
5	1.667	0.998	1.895

Finalmente, haciendo nuevamente una regresión de los datos de la Tabla II, se obtiene el siguiente valor para la carga específica del electrón:

$$\left(\frac{e}{m_e} \right)_{exp} = (1.631 \pm 0.041) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \quad (9)$$

Y al comparar con el valor teórico⁵ de dicha constante, $\left(\frac{e}{m_e} \right)_{teo} = (1.758 \cdot 10^{11} \pm 39) \frac{C}{kg}$, el cálculo del error porcentual arroja un resultado de $E\% = 10.104\%$.

Es preciso mencionar que hubo múltiples factores que generaron dicho error, entre ellos destacan los siguientes:

- Se observó que los datos de corriente y voltaje que generaban una determinada curvatura del haz de electrones variaban mucho estando cerca de los radios marcados en el *narrow beam tube*, y dado a que se requería que el haz pasara justo por encima de las marcas, consideramos que esta dificultad fue la que causó el error sistemático más significativo del experimento.
- Además de lo mencionado anteriormente, fue difícil ajustar el *narrow beam tube* de tal forma que solo se observara un círculo y no una espiral como trayectoria del haz de electrones, complicando de esta manera la realización de medidas completamente satisfactorias.

Con respecto a la Tabla II, cabe notar que las medidas obtenidas para los radios más grandes son más dispersas. Esto se puede justificar ya que al ir al extremo del régimen de medición para la instrumentación utilizada, los valores medidos no son lo suficientemente confiables. En este caso, el régimen de medición estaba limitado por $r = 5\text{cm}$, que era el radio de la órbita máxima que producía la bobina. Esto concuerda con las medidas de la carga específica, ya que se puede ver que las pendientes de las regresiones lineales aumentan para cada radio.

Podemos relacionar de otra manera el error grande para radios grandes por la forma en la que se calculó el campo magnético inducido. Para poder obtener una expresión para el campo, se asumió que la órbita del haz de electrones estaba ubicada justamente en el centro de las espiras y, por tanto, experimentaba un campo magnético dado por (5) sobre todos los puntos de la trayectoria del haz. Sin embargo, la órbita no coincidía exactamente con el centro del círculo y por ende, el campo magnético estaba dado por la expresión dada para B_z con $z \neq 0$. En adición a lo anterior, dado que $\frac{dB_z}{dz} \neq 0$ para $z \neq 0$, esto indica que si bien el campo varía poco en la vecindad de $z = 0$, dicho campo no es uniforme y sería preciso considerar sus variaciones en análisis de datos con el fin de obtener medidas más confiables.

Análogamente, para la simplificación del cálculo de la fuerza de Lorentz se asumió que el campo cruzaba el plano vertical definido por el haz a un ángulo exacto $\pi/2$. Claramente, el hecho de que no se tengan en cuenta pequeñas variaciones de este ángulo pudo producir desviaciones que, aunque minúsculas, vale la pena mencionar.

También hay que tener en cuenta que, en las mediciones realizadas, se está despreciando completamente el campo magnético de la Tierra, el cual oscila entre $(25 - 75\mu\text{T})$, apenas un orden de magnitud más pequeño que el de los campos magnéticos generados por las bobinas de Helmholtz para los radios más grandes (4 y 5 cm) los cuales se encuentran entre los 500 y los $1000\mu\text{T}$ para valores bajos de potencial. Todo esto fortalece aún más

la idea de que la estimación realizada más confiable es la que corresponde al anillo de radio 2cm el cual es el menos distorsionado por el campo magnético terrestre debido a que para formar un anillo de este tamaño se necesita un campo magnético bastante fuerte (Entre 1 y 2mT). Esto nos muestra que si el experimento se realiza con el haz de electrones paralelo al campo magnético terrestre se podría obtener una medición más confiable de los datos obtenidos, especialmente de aquellos cuyo radio es más grande.

Por último, vale la pena destacar la gran magnitud que tiene esta constante, especialmente comparada con la carga específica del proton cuyo valor es aproximadamente $9.578 \cdot 10^7 \text{C/kg}$, cuatro ordenes de magnitud menor a la carga específica del electrón, hecho que fue determinante para establecer la existencia de dos tipos de partículas cargadas dentro del átomo, una de ellas de masa mil veces menor que la otra.

IV. CONCLUSIONES

- El valor experimental obtenido para la carga específica del electrón $\left(\frac{e}{m_e}\right)_{exp} = (1.631 \pm 0.041) \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ no es muy exacto dado a que el error porcentual de la medida fue de $E\% = 10.104\%$.
- La observación realizada de esta carga específica permite validar experimentalmente la idea acerca de la divisibilidad del átomo y su composición de partículas de carga tanto positiva como negativa, cuyas cargas se compensan perfectamente para formar un átomo neutro.
- Si bien se obtuvieron buenos resultados, es importante resaltar que tanto la intensidad de las trayectorias observadas, como el grosor de las mismas y la dificultad para ver círculos y no espirales, da pie para pensar acerca de la realización de medidas con instrumentos de mayor resolución con el fin de obtener mediciones más exactas de la razón carga masa.

* Electronic address: a.hernandez105@uniandes.edu.co

† Electronic address: d.sanches462@uniandes.edu.co

¹ R. Eisberg, *Quantum Physics of Atoms, Molecules, Solids, Nuclei and Particles* John Wiley & Sons, USA, 1985.

² Tipler, Paul A., *Physics for scientists and engineers*. W.H. Freeman, 4 Edición, 1999.

³ Taylor, J.R., *An Introduction to Error Analysis*. University Science Books, Sausalito, California. 2nd edition, 1982.

⁴ Phywe. Specific Charge of the Electron $-e/m$. 5.1.02-00

⁵ Valor obtenido de https://en.wikipedia.org/wiki/Mass-to-charge_ratio