

Osciloscopio

Alejandro Hernández A.* and Daniel Sánchez M.†

*Departamento de Física
Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.*

(Dated: 3 de septiembre de 2015)

Este informe presenta los datos obtenidos al medir voltaje y corriente para configuraciones solicitadas de circuitos RC y RLC. Para el circuito RC, se determinó el tiempo característico de carga y descarga de un condensador $C = 470\mu F$, y se obtuvieron los siguientes datos: $\tau_{exp} = (0.0769 \pm 0.025)s$ para $R = 100\Omega$ y $\tau_{exp} = (0.2610 \pm 0.025)s$ para $R = 470\Omega$, con error porcentual $E\% = 63.1\%$ y $E\% = 18.13\%$. Para el circuito RLC, se trató de determinar el parámetro de resistencia (tiempo característico de carga en el circuito RLC) pero los datos de ambas manipulaciones se desfasan 1 orden de magnitud de los datos teóricos y el análisis a estos resultados anómalos se muestra en detalle en la sección de **RESULTADOS**.

Conceptos clave: Circuito RC, circuito RLC, oscilador amortiguado.

I. INTRODUCCIÓN.

Las resistencias, condensadores e inductancias son algunos de los elementos electrónicos de dos terminales más usados en diversos dispositivos tecnológicos de la actualidad. Y dado a que la implementación de los circuitos que usan estos elementos es relativamente simple, las características experimentales de estos elementos pueden ser estudiadas rigurosamente, ya sea con corriente directa DC o con corriente alterna AC.

En esta práctica nos interesan los circuitos RC y RLC, ambos en serie, cuyas principales características se presentan a continuación.

El circuito a usar se muestra en la figura⁴ 1.

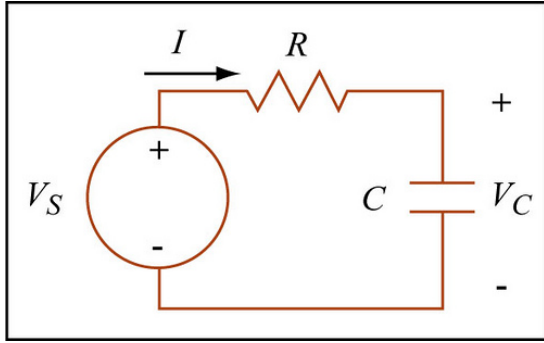


FIG. 1: Circuito RC en serie.

Para el proceso de carga del condensador, el voltaje a través de la resistencia viene dado por (1).

$$V_r = V_f e^{-\frac{t}{RC}} \quad (1)$$

Donde V_f es el voltaje de la fuente (voltaje final del condensador).

Para el proceso de descarga el voltaje de la resistencia está dado por (2).

$$V_r = -V_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (2)$$

Donde V_0 representa el voltaje inicial del condensador.

En las ecuaciones anteriores la constante $\tau = RC$ tiene unidades de tiempo y corresponde al tiempo característico de carga o descarga del condensador de acuerdo a la situación de interés. Para el proceso de carga. Dicha constante es interpretada como el tiempo que tarda en cargarse (o descargarse) el condensador a un 67% de su carga máxima.

Ahora bien, el circuito RLC a usar se muestra en la figura⁵ 2.

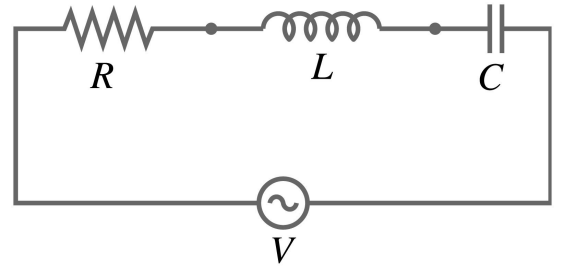


FIG. 2: Circuito RLC en serie

Este circuito es caracterizado por la ecuación (3).

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = V(t) \quad (3)$$

Donde $V(t)$ es el voltaje de la fuente, $\gamma = \frac{R}{L}$ es el factor análogo a la fricción en sistemas mecánicos que da cuenta de la disipación de energía en la resistencia, y $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ es la frecuencia natural del sistema.

Suponiendo $V = \frac{V_0}{L} e^{i\omega t}$, el sistema está forzado y ω es la frecuencia de forzamiento y los parámetros γ y ω_0 determinan la resonancia del sistema con respecto al forzamiento y determinan la existencia o no de soluciones oscilatorias cuando $\omega = 0$. Para dicha dependencia temporal del voltaje, la solución no homogénea¹ de la ecuación (3) tiene la forma $q(t) = A(\omega)e^{i\omega t}$, con la amplitud dada por la ecuación (4).

$$A(\omega) = \frac{V_0}{L} \frac{1}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (\gamma\omega)^2}} \quad (4)$$

Y la frecuencia de resonancia (frecuencia en la que la amplitud es máxima) está dada por la ecuación (5).

$$\omega_{res} = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}} \quad (5)$$

De igual manera, el ancho de la curva de resonancia está dado por:

$$\Delta\omega = \gamma = \frac{R}{L} \quad (6)$$

Allende de lo anterior, es preciso hablar de las figuras de Lissajous, ya que serán mencionadas en secciones posteriores de este informe. Las figuras de Lissajous² son gráficas de un sistema con ecuaciones paramétricas dadas por:

$$\begin{aligned} x &= A_x \sin(\omega_x t + \delta) \\ y &= A_y \sin(\omega_y t) \end{aligned} \quad (7)$$

Cabe mencionar que las condición para poder obtener figuras de Lissajous cerradas es que las frecuencias de las dos ondas superpuestas sean conmensurables, es decir, que sean números racionales. La visualización de estas curvas en un osciloscopio permiten verificar experimentalmente las cualidades teóricas de la superposición de en x y y de ondas producidas por un generador de señales.

II. MONTAJE EXPERIMENTAL

Los instrumentos usados durante la práctica de laboratorio fueron un osciloscopio, dos generadores de señales, y diversos elementos electrónicos de dos terminales tales como resistencias, inductancias y condensadores.

El oscilador y los generadores de señales se muestran en las figuras⁶ 3 y 4.

En ensamble de los circuitos mostrados en las figuras 1 y 2 se hizo mediante cables proporcionados en el laboratorio, y las mediciones se realizaron con la ayuda de una sonda directamente conectada al osciloscopio que

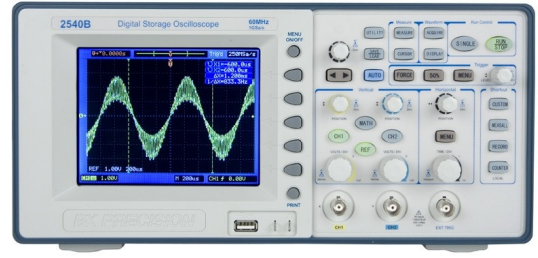


FIG. 3: Osciloscopio usado para tomar de datos.



FIG. 4: Generador de señales usado durante el laboratorio.

tenía caimanes en sus extremos.

En lo que respecta al circuito RC, para realizar las mediciones se usó una onda cuadrada de 5 Hz con una amplitud de 5 V, una resistencia de $R = (470 \pm 1)\Omega$ y un condensador de capacitancia $C = (470 \pm 1)\mu F$. Se tomaron datos del voltaje de la resistencia.

Por su parte, para el circuito RLC se hicieron dos manipulaciones: en la primera se usó una onda sinusoidal de frecuencia 10 Hz y de amplitud 5 V, un condensador de $C = (47 \pm 1)nF$ y una inductancia de $L = (2 \pm 1)mH$. Se tomaron datos del voltaje del condensador y se trató de determinar tanto la curva de resonancia como la frecuencia natural del sistema.

Para visualizar las figuras de Lissajous, se conectaron ambos generadores directamente al osciloscopio, cada uno de generando una onda sinusoidal de amplitud 5 V, y se observó la superposición de dichas ondas en el plano xy.

III. RESULTADOS Y ANÁLISIS

A. Circuito RC

Para el proceso de carga y descarga de un condensador de $C = 470\mu F$ se usaron dos resistencias distintas ($R = 100\Omega$ y $R = 470\Omega$) en un circuito RC. Los datos obtenidos del voltaje de la resistencia se muestran en las figuras 5, 7 para la descarga, y en las figuras 6, 8 para la carga. Cabe aclarar que el voltaje sobre la resistencia se comporta de forma inversa al voltaje del condensador puesto que va como la derivada de la carga, además, las condiciones para el el 37% y el 63% de la carga máxima del condensador e pueden obtener calculando respectivamente el 63% y el 37% del voltaje máximo sobre la resistencia.

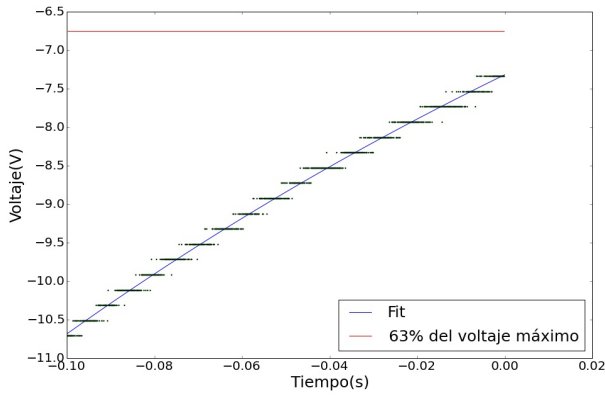


FIG. 5: Descarga del condesador para los parámetros mencionados previamene de $R = 470\Omega$ y $C = 470\mu F$.

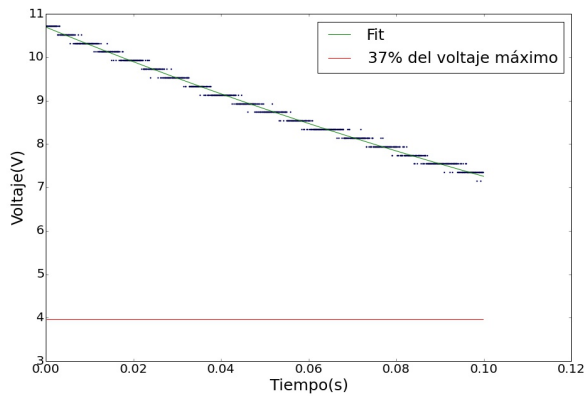


FIG. 6: Carga del condesador para los parámetros mencionados previamene de $R = 470\Omega$ y $C = 470\mu F$.

En las anteriores gráficas se puede ver claramente que el condensador no alcanzó los valores de carga buscados. La razón para esto es que no se usaron la resistencia y

el condensador recomendados en la guía ya que no se disponía de ellos para el montaje experimental. En otras palabras, la frecuencia de la onda con la cual se alimentó el circuito era tan alta que no le daba suficiente tiempo al condensador para realizar "completamente" el proceso de carga o de descarga (la completitud jamás se alcanza dado el comportamiento asintótico de la carga del condensador para tiempos muy grandes dado por (1) y (2)).

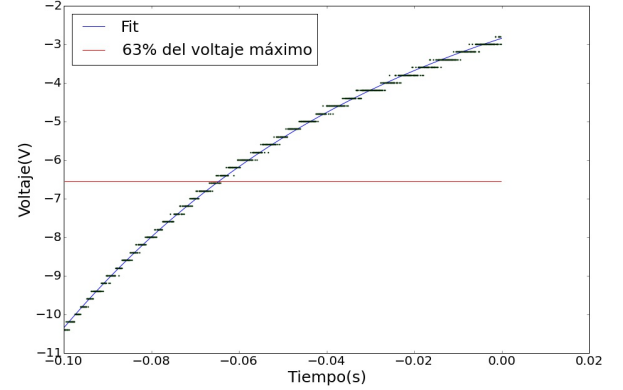


FIG. 7: Descarga del condesador para los parámetros mencionados previamene de $R = 100\Omega$ y $C = 470\mu F$.

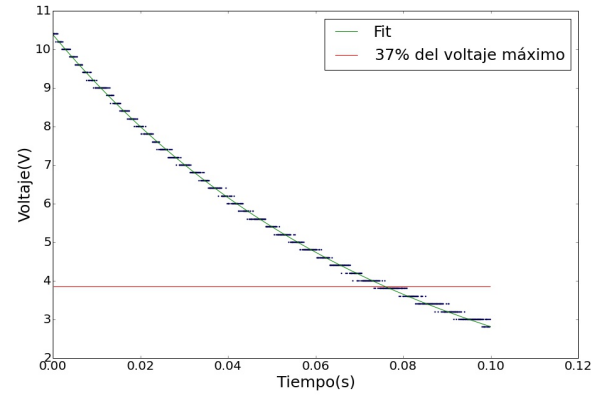


FIG. 8: Carga del condesador para los parámetros mencionados previamene de $R = 100\Omega$ y $C = 470\mu F$.

En contraste con lo mencionado previamente, en las últimas dos gráficas se puede apreciar que el condensador sí alcanza los valores de carga deseados en el tiempo durante el cual se tomaron datos, indicando así que la resistencia usada sí permitía que el condensador completara sus ciclos con la frecuencia de la onda de alimentación del circuito.

Ahora bien, teniendo el cuenta el fit realizado para cada uno de los procesos, los datos de tiempos característicos para las fases de carga y descarga se muestran

en la tabla I.

TABLE I: Tiempos característicos de carga y descarga.

Fase	$R(\Omega)$	τ_{exp} (s)
Carga	100	0.0765
Descarga	100	0.0773
Carga	470	0.2577
Descarga	470	0.2642

Y promediando los datos tenemos que $\tau_{exp} = (0.0769 \pm 0.025)s$ para $R = 100\Omega$ y $\tau_{exp} = (0.2610 \pm 0.025)s$ para $R = 470\Omega$, donde las incertidumbres están dadas por la escala horizontal arrojada por el osciloscopio. Comparando dichos valores experimentales con los valores teóricos respectivos de $\tau_{teo} = 0.0470$ y $\tau_{teo} = 0.2209$, podemos ver que obtuvimos errores experimentales de $E\% = 63.61\%$ y $E\% = 18.13\%$ respectivamente.

Para justificar el error alto de estas mediciones podemos mencionar que hubo que cambiar la sonda de medición en repetidas ocasiones dado resultados con mucho ruido mostrados en la pantalla del osciloscopio. Además, como será abordado con más detalle en párrafos posteriores, la resistencia interna de el montaje utilizado, a saber, la resistencia de los cables y de los elementos electrónicos usados, no es despreciable, y dado que una de las resistencias usadas era 5 veces más grande que la otra, es razonable argumentar que la resistencia del circuito afectó con mayor vehemencia los resultados de la resistencia de $R = 100\Omega$ que los de la resistencia de $R = 470\Omega$.

B. Circuito RLC

Los resultados para las mediciones del circuito RLC en presencia y ausencia de resistencia se muestran en las figuras 9 y 10.

En la figura 9 se muestra el voltaje del condensador como función del tiempo para el circuito RLC en serie.

La función utilizada para hacer el fit no lineal fue la solución transiente del circuito RLC, a saber:

$$V(t) = Ae^{-\gamma t} \sin(\omega' t + \delta) + h \quad (8)$$

Donde h tan solo representa el voltaje alrededor del cual se realizan las oscilaciones en la figura 9. Dado esto, se obtuvieron los datos mostrados en la tabla II:

De acuerdo a la tabla anterior tenemos $\tau_{exp} = (2.394 \cdot 10^{-5} \pm 8.5186 \cdot 10^{-3})s$ mientras $\tau_{teo} = 4 \cdot 10^{-6}$ y claramente se puede apreciar que difieren por un orden de magnitud.

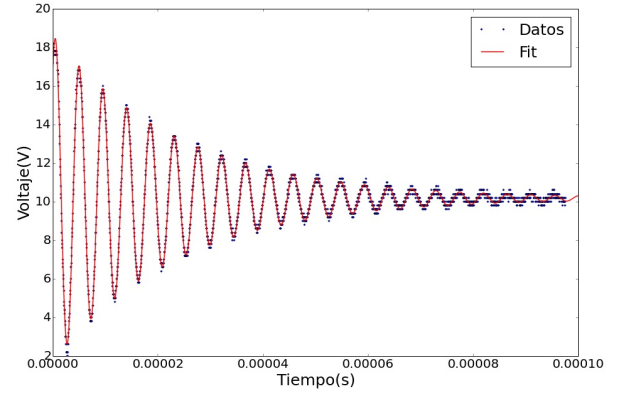


FIG. 9: Voltaje de un condensador en función del tiempo para un circuito RLC con $R = 1k\Omega$, $L = 2mH$ y $C = 51pF$.

TABLE II: Parámetros óptimos obtenidos del fit no lineal para $V(t)$ en presencia de una resistencia.

Parámetro	Valor	Error estándar ³
A	8.4571 V	$1.6487 \cdot 10^{-2}$ V
γ	$4.1761 \cdot 10^4$ 1/s	$1.1739 \cdot 10^2$ 1/s
ω'	$1.3878 \cdot 10^6$ 1/s	$1.1209 \cdot 10^2$ 1/s
δ	0.8965 rad	$2.0685 \cdot 10^{-3}$ rad
h	10.1719 V	$2.9568 \cdot 10^{-3}$ V

En la figura 10 se muestra el voltaje del condensador como función del tiempo para el circuito LC en serie (ausencia de resistencia) con un fit realizado nuevamente con (8).

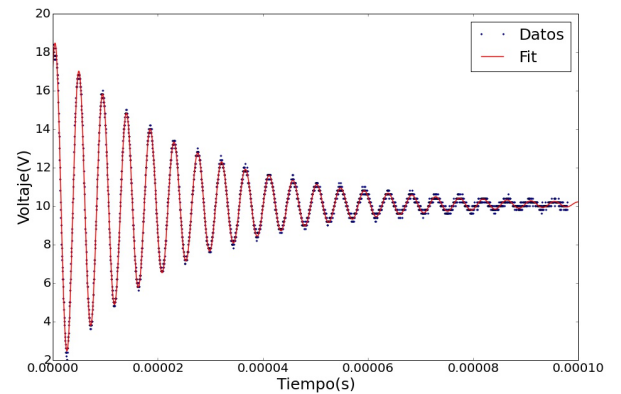


FIG. 10: Voltaje de un condensador en función del tiempo para un circuito LC con $L = 2mH$ y $C = 51pF$.

Los datos obtenidos del fit se muestran en la tabla III.

Con base en la tabla III tenemos $\tau_{exp} = (2.376 \cdot 10^{-5} \pm 8.922 \cdot 10^{-3})s$ mientras $\tau_{teo} = 4 \cdot 10^{-6}$.

TABLE III: Parámetros óptimos obtenidos del fit no lineal para $V(t)$ en ausencia de una resistencia.

Parámetro	Valor	Error estándar
A	8.5367 V	$1.5778 \cdot 10^{-2}$ V
γ	$4.2087 \cdot 10^4$ 1/s	$1.1207 \cdot 10^2$ 1/s
ω'	$1.3878 \cdot 10^6$ 1/s	$1.1546 \cdot 10^2$ 1/s
δ	0.9411 rad	$1.9596 \cdot 10^{-3}$ rad
h	10.0950 V	$2.8124 \cdot 10^{-3}$ V

Claramente se puede apreciar que difieren por un orden de magnitud.

La razón para obtener mediciones con errores tan grandes atañe nuevamente a la resistencia interna del circuito. En este caso el hecho de que no se pueda despreciar esta resistencia es mucho más evidente puesto que se observó un carácter amortiguado del voltaje tanto en la figura 9 y 10, cuando en el segundo caso dicho comportamiento no se debería tener por la ausencia de una resistencia que lo cause.

Con respecto a los datos para la curva de resonancia, cabe aclarar que apesar de que se trataron de obtener diversos datos con los cuales contruir la curva, no le obtuvieron datos razonables puesto que el máximo de la curva estaba muy alejado de lo previsto teóricamente. Sin embargo, los datos obtenidos se muestran en la figura 11.

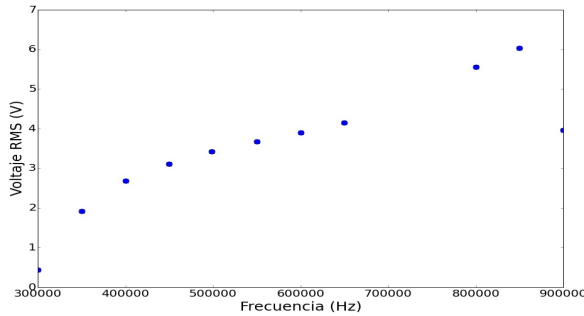


FIG. 11: Datos obtenidos al tratar de medir la curva de resonancia para el circuito LC con $L = 2mH$ y $C = 51pF$.

Claramente, no vale la pena tratar de analizar los datos a la luz de las ecuaciones (5) y (6), pero sí se puede decir que la potencial razón de la falla de la toma de datos radica en que, si bien se consideró que no había resistencia en el circuito de interés, todos los cables y elementos electrónicos de dos terminales presentan resistencias que, siendo pequeñas, no podían ser despreciadas para el cálculo teórico de la mencionada frecuencia de resonancia.

Además, cabe resaltar que no se usó el instrumento usual para realizar mediciones con el osciloscopio, es

decir, la sonda especialmente diseñada para este fin, sino que se utilizó una sonda que tenía caimanes en sus extremos con el fin de facilitar la toma de datos. Se observó con este montaje y con los demás que esta sonda no era del todo confiable puesto que los datos cambiaban mucho dependiendo del agarre del caimán al instrumento al cual se le estaba midiendo el voltaje. Esta situación no pudo ser solucionada a pesar de que se cambió en repetidas veces la sonda usada para llevar a cabo las mediciones.

Finalmente, para la obtención de las figuras de Lissajous se fijó la misma amplitud para cada generador y se modificaron las frecuencias y los desfases de las ondas. El voltaje poco-a-poco registrado por el osciloscopio fue de 200 V y un ejemplo de las figuras observadas se muestra en 12

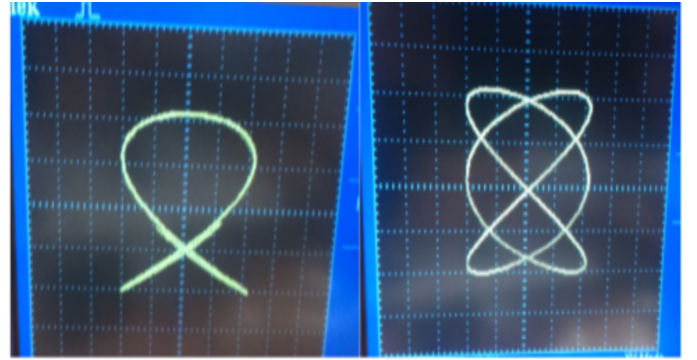


FIG. 12: Figuras de Lissajous para un a relación 1:3 de las frecuencias y desfases de 0 y $\pi/2$.

Se observaron todas las proporciones y desfases ($\frac{\omega_x}{\omega_y} = 3, 2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{6}{5}, \delta = 0, \pi$) sugeridos por la guía pero no se referencian fotos dado a que el aspecto más relevante de esta parte de la práctica era verificar que las figuras de Lissajous son cerradas para frecuencias conmensurables, y dado a que, en efecto, se obtuvieron figuras cerradas para las relaciones sugeridas de las frecuencias, se verifica el comportamiento experimental de la teoría correspondiente a la superposición de las ondas dadas por (7).

IV. CONCLUSIONES

- No se logró obtener la curva de resonancia para el circuito RC debido a potenciales errores en el cálculo teórico de la misma, así como a posibles factores de resistencia ignorados en los instrumentos utilizados para montar el circuito.
- Se logró verificar el comportamiento experimental de diversos elementos ondulatorios descritos teóricamente en el curso de Ondas Y fluidos, tales como circuitos RC, RLC, sistemas amortiguados y figuras de Lissajous.

- El buen uso de elementos de laboratorio tales como el osciloscopio, generadores de señales, y elementos electrónicos de dos terminales tales como resistencias, inductores y condensadores es fundamental a la hora de realizar mediciones experimentales de fenómenos ondulatorios.
- Lo más importante que pudimos notar en el experimento fue que la resistencia interna de los montajes utilizados, a saber, la resistencia de los ca-

bles usados y la resistencia de todos los elementos electrónicos utilizados, no es despreciable y debería ser tomada en cuenta en los cálculos teóricos. La principal razón para haber tenido errores porcentuales tan altos en todas las mediciones realizadas fue precisamente esto, además de tener sondas defectuosas para realizar las susodichas mediciones.

* Electronic address: a.hernandez105@uniandes.edu.co

† Electronic address: d.sanches462@uniandes.edu.co

¹ A. P. French, *Vibrations and Waves* The MIT Introductory Physics Series, USA, 1960.

² Tipler, Paul A., *Physics for scientists and engineers*. W.H. Freeman, 4 Edición, 1999.

³ Taylor, J.R., *An Introduction to Error Analysis*. University

Science Books, Sausalito, California. 2nd edition, 1982.

⁴ Imagen obtenida de <https://www.flickr.com/photos/mitopencourseware/3365787038>

⁵ Imagen obtenida de <http://helios.augustana.edu/dr/102/lectures/25.htm>

⁶ Imágenes obtenidas de <http://www.datuopinion.com/generador-de-senales>