

# Osciloscopio

Alejandro Hernández A.\* and Daniel Sánchez M.†  
Departamento de Física  
Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.

(Dated: 3 de septiembre de 2015)

Este informe presenta los datos obtenidos al medir voltaje y corriente para configuraciones solicitadas de circuitos RC y RLC. Para el circuito RC, se determinó el tiempo característico de carga y descarga del condensador, y se obtuvieron los siguientes datos:  $\tau_{carga} =$  con error porcentual  $E\% = \%$  y  $\tau_{descarga} =$  con error porcentual  $E\% = \%$ . Para el circuito RLC, se determinó la frecuencia natural del sistema y el parámetro de resistencia y los datos obtenidos fueron los siguientes:  $f_0 =$  con error porcentual  $E\% = \%$  y  $\gamma =$  con error porcentual  $E\% = \%$ .

**Conceptos clave:** Circuito RC, circuito RLC, oscilador amortiguado.

## I. INTRODUCCIÓN.

Las resistencias, condensadores e inductancias son algunos de los elementos electrónicos de dos terminales más usados en diversos dispositivos tecnológicos de la actualidad. Y dado a que la implementación de los circuitos que usan estos elementos es relativamente simple, las características experimentales de estos elementos pueden ser estudiadas rigurosamente, ya sea con corriente directa DC o con corriente alterna AC.

En este circuito no interesan los circuitos RC y RLC, ambos en serie, cuyas principales características se presentan a continuación.

### A. Circuito RC

El circuito a usar se muestra en la figura 1

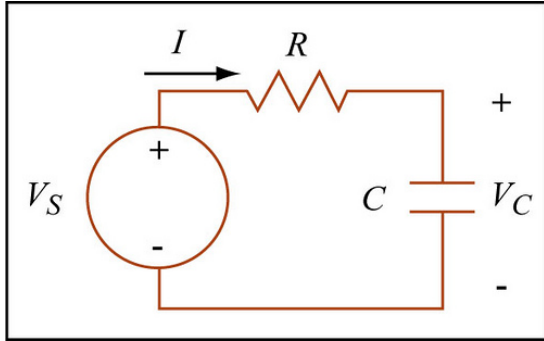


FIG. 1: Circuito RC en serie

Para el proceso de carga del condensador, el voltaje a través de la resistencia viene dado por (1).

$$V_r = V_f e^{-\frac{t}{RC}} \quad (1)$$

Donde  $V_f$  es el voltaje de la fuente (voltaje final del condensador).

Para el proceso de descarga el voltaje de la resistencia está dado por (2).

$$V_r = -V_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (2)$$

Donde  $V_0$  representa el voltaje inicial del condensador.

En las ecuaciones anteriores la constante  $\tau = RC$  tiene unidades de tiempo y corresponde al tiempo característico de carga o descarga del condensador de acuerdo a la situación de interés. Para el proceso de carga. Dicha constante es interpretada como el tiempo que tarda en cargarse (o descargarse) el condensador a un 67% de su carga máxima.

Ahora bien, el circuito RLC a usar se muestra en la figura 2

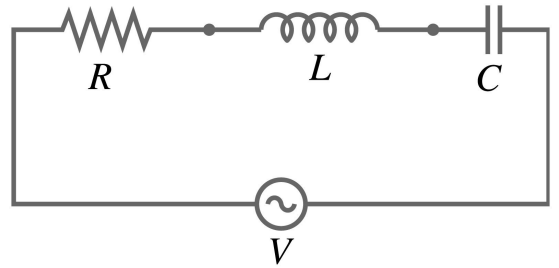


FIG. 2: Circuito RLC en serie

Este circuito es caracterizado por la ecuación (3).

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = V(t) \quad (3)$$

Donde  $V(t)$  es el voltaje de la fuente,  $\gamma = \frac{R}{L}$  es el factor análogo a la fricción en sistemas mecánicos que da cuenta de la disipación de energía en la resistencia, y  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$  es la frecuencia natural del sistema.

Suponiendo  $V = \frac{V_0}{L} e^{i\omega t}$ , el sistema está forzado y  $\omega$  es la frecuencia de forzamiento y los parámetros  $\gamma$  y  $\omega_0$  determinan la resonancia del sistema con respecto al forzamiento y determinan la existencia o no de soluciones oscilatorias cuando  $\omega = 0$ . Para dicha dependencia temporal del voltaje, la solución no homogénea de la ecuación (3) tiene la forma  $q(t) = A(\omega)e^{i\omega t}$ , con la amplitud dada por la ecuación (4).

$$A(\omega) = \frac{V_0}{L} \frac{1}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (\gamma\omega)^2}} \quad (4)$$

Y la frecuencia de resonancia (frecuencia en la que la amplitud es máxima) está dada por la ecuación (5).

$$\omega_{res} = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}} \quad (5)$$

Allende de lo anterior, es preciso hablar de las figuras de Lissajous, ya que serán mencionadas en secciones posteriores de este informe. Las figuras de Lissajous son gráficas de un sistema con ecuaciones paramétricas dadas por:

$$\begin{aligned} x &= A_x \sin(\omega_x t + \delta) \\ y &= A_y \sin(\omega_y t) \end{aligned} \quad (6)$$

Cabe mencionar que las condición para poder obtener figuras de Lissajous cerradas es que las frecuencias de las dos ondas superpuestas sean conmensurables, es decir, que sean números racionales. La visualización de estas curvas en un osciloscopio permiten verificar experimentalmente las cualidades teóricas de las superposición de en x y y de ondas producidas por un generador de señales.

## II. MONTAJE EXPERIMENTAL

Con el fin de medir la carga específica del electrón, se utilizó un *narrow beam tube* para acelerar un haz de electrones que era curvado en una trayectoria circular debido a la presencia de un campo magnético generado por una bobina de Helmholtz.

Para la alimentación del *narrow beam tube* se usó una fuente de voltaje de capacidad máxima 300V, que permitía fuertes variaciones en la energía cinética del haz de electrones. En contraste con lo anterior, para la bobina de Helmholtz se utilizó una fuente de capacidad máxima 18V, que generaba corrientes entre 2A y 4A, lo suficiente grandes para que el campo magnético afecte visiblemente la trayectoria del haz.

El montaje experimental usado durante la práctica se muestra en la figura ??.

Por otra parte, en las figuras ?? y ?? se muestran los circuitos utilizados para conectar la bobina de Helmholtz y el *narrow beam tube* respectivamente. Cabe notar que en el montaje observado en la figura ??, el amperímetro es el encargado de medir la corriente que pasa a través de la bobina de Helmholtz y, de acuerdo a (??), el dispositivo que permite conocer el campo magnético que curva al haz; por su parte, el voltímetro permite conocer la diferencia de potencial que acelera el haz de electrones.

Una vez hechas las conexiones, basta con encender ambas fuentes y asignar valores específicos de voltaje del *narrow beam tube* y de corriente de las bobinas, para observar un haz de color cian tenue que se contrae formando una circunferencia debido al campo magnético, cuyo radio se puede ajustar para que tome valores fijos de 2, 3, 4 y 5 cm, distancias que se encuentran marcadas en el *narrow beam tube*, de manera que cuando el haz pasa a través de ellas se corta en dos o reduce su intensidad bruscamente, lo cual permite una medición confiable de dichos radios.

## III. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Los resultados de las mediciones de corriente y voltaje se muestran en la Tabla I.

TABLE I: Voltaje y corriente para.

$V \pm 1V$	$A \pm 0.01A$			
Voltaje	$I_2 \text{ cm}$	$I_3 \text{ cm}$	$I_4 \text{ cm}$	$I_5 \text{ cm}$
110	2.60	1.44	1.11	0.85
120	2.73	1.73	1.21	0.92
130	2.79	1.17	1.30	0.96
140	2.83	1.86	1.35	1.02
150	2.96	1.87	1.39	1.08
160	3.06	1.99	1.41	1.13
170	3.17	2.03	1.47	1.17
180	3.28	2.09	1.53	1.22
190	3.38	2.15	1.58	1.25
200	3.46	2.21	1.63	1.30
210	3.60	2.28	1.68	1.33
220	3.68	2.33	1.72	1.36
230	3.73	2.40	1.77	1.40
240	3.79	2.46	1.81	1.43
250	3.90	2.50	1.84	1.46
260	3.98	2.56	1.89	1.49
270	4.05	2.62	1.93	1.53

Con el fin de analizar los datos, es conveniente ver (??) de la siguiente manera:

$$V = \frac{e}{m_e} \cdot \frac{(Br)^2}{2} \quad (7)$$

Identificando  $\frac{(Br)^2}{2} \rightarrow x$  y  $V \rightarrow y$ , se puede ver en la figura ?? que los datos efectivamente satisfacen la relación dada por (7), razón por la cual se justifica hacer una regresión lineal de los datos.

Con lo anterior, se obtiene el siguiente valor para la carga específica del electrón:

$$\left(\frac{e}{m_e}\right)_{exp} = (1.550 \pm 0.050) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \quad (8)$$

Con una correlación de  $r^2 = 0.935$  y error estándar de  $s = 50.020 \cdot 10^9$ . Y al comparar con el valor teórico<sup>5</sup> de dicha constante,  $\left(\frac{e}{m_e}\right)_{teo} = (1.758 \cdot 10^{11} \pm 39) \frac{C}{kg}$ , el cálculo del error porcentual arroja un resultado de  $E\% = 11.831\%$ .

Es preciso mencionar que hubo múltiples factores que generaron dicho error, entre ellos destacan los siguientes:

- Se observó que los datos de corriente y voltaje que generaban una determinada curvatura del haz de electrones variaban mucho estando cerca de los radios marcados en el *narrow beam tube*, y dado a que se requería que el haz pasara justo por encima de las marcas, consideramos que esta dificultad fue la que causó el error sistemático más significativo del experimento.
- Además de lo mencionado anteriormente, fue difícil ajustar el *narrow beam tube* de tal forma que solo se observara un círculo y no una espiral como trayectoria del haz de electrones, complicando de esta manera la realización de medidas completamente satisfactorias.

Continuando con los errores que ocurrieron durante el laboratorio, es preciso hablar de la forma en la que se calculó el campo magnético inducido. Para poder obtener una expresión para el campo, se asumió que la órbita del haz de electrones estaba ubicada justamente en el centro de las espiras y, por tanto, experimentaba un campo magnético dado por (??) sobre todos los puntos de la trayectoria del haz. Sin embargo, la órbita no coincidía exactamente con el centro del círculo y por ende, el campo magnético estaba dado por la expresión dada para  $B_z$  con  $z \neq 0$ . En adición a lo anterior, dado que  $\frac{dB_z}{dz} \neq 0$  para  $z \neq 0$ , esto indica que si bien el campo varía poco en la vecindad de  $z = 0$ , dicho campo no es uniforme y sería preciso considerar sus variaciones en el análisis de datos con el fin de obtener medidas más

confiables.

Análogamente, para la simplificación del cálculo de la fuerza de Lorentz se asumió que el campo cruzaba el plano vertical definido por el haz a un ángulo exacto  $\pi/2$ . Claramente, el hecho de que no se tengan en cuenta pequeñas variaciones de este ángulo pudo producir desviaciones que, aunque minúsculas, vale la pena mencionar.

También hay que tener en cuenta que, en las mediciones realizadas, se está despreciando completamente el campo magnético de la Tierra, el cual oscila entre  $(25 - 75 \mu T)$ , apenas un orden de magnitud más pequeño que el de los campos magnéticos generados por las bobinas de Helmholtz para los radios más grandes (4 y 5 cm) los cuales se encuentran entre los 500 y los  $1000 \mu T$  para valores bajos de potencial. Todo esto fortalece aún más la idea de que la estimación realizada más confiable es la que corresponde al anillo de radio 2cm el cual es el menos distorsionado por el campo magnético terrestre debido a que para formar un anillo de este tamaño se necesita un campo magnético bastante fuerte (Entre 1 y  $2mT$ ). Esto nos muestra que si el experimento se realiza con el haz de electrones paralelo al campo magnético terrestre se podría obtener una medición más confiable de los datos obtenidos, especialmente de aquellos cuyo radio es más grande.

Por último, vale la pena destacar la gran magnitud que tiene esta constante, especialmente comparada con la carga específica del proton cuyo valor es aproximadamente  $9.578 \cdot 10^7 C/kg$ , cuatro ordenes de magnitud menor a la carga específica del electrón, hecho que fue determinante para establecer la existencia de dos tipos de partículas cargadas dentro del átomo, una de ellas de masa mil veces menor que la otra.

#### IV. CONCLUSIONES

- El valor experimental obtenido para la carga específica del electrón  $\left(\frac{e}{m_e}\right)_{exp} = (1.631 \pm 0.041) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$  no es muy exacto dado a que el error porcentual de la medida fue de  $E\% = 10.104\%$ .
- La observación realizada de esta carga específica permite validar experimentalmente la idea acerca de la divisibilidad del átomo y su composición de partículas de carga tanto positiva como negativa, cuyas cargas se compensan perfectamente para formar un átomo neutro.
- Si bien se obtuvieron buenos resultados, es importante resaltar que tanto la intensidad de las trayectorias observadas, como el grosor de las mismas y la dificultad para ver círculos y no espirales, da

pie para pensar acerca de la realización de medidas con instrumentos de mayor resolución con el fin de obtener mediciones más exactas de la razón

carga masa.

---

\* Electronic address: [a.hernandez105@uniandes.edu.co](mailto:a.hernandez105@uniandes.edu.co)

† Electronic address: [d.sanches462@uniandes.edu.co](mailto:d.sanches462@uniandes.edu.co)

<sup>1</sup> R. Eisberg, *Quantum Physics of Atoms, Molecules, Solids, Nuclei and Particles* John Wiley & Sons, USA, 1985.

<sup>2</sup> Tipler, Paul A., *Physics for scientists and engineers*. W.H. Freeman, 4 Edición, 1999.

<sup>3</sup> Taylor, J.R., *An Introduction to Error Analysis*. University Science Books, Sausalito, California. 2nd edition, 1982.

<sup>4</sup> Phywe. Specific Charge of the Electron  $-e/m$ . 5.1.02-00

<sup>5</sup> Valor obtenido de [https://en.wikipedia.org/wiki/Mass-to-charge\\_ratio](https://en.wikipedia.org/wiki/Mass-to-charge_ratio)