Estudio de estrellas de Planck

Alejandro Hernández A.
201219580

Director: Pedro Bargueño de Retes

1. Introducción

El conocimiento actual del funcionamiento de la gravedad se basa en la Teoría General de la Relatividad de Einstein, cuya formulación matemática más general son las ecuaciones de campo, a saber:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu} \tag{1}$$

donde $R_{\mu\nu}$ es el tensor de Ricci, R es la curvatura escalar, $T_{\mu\nu}$ es el tensor energía-momento y Λ es la constante cosmológica.

Muchas de las soluciones de 1 no están bien definidas en todo el espacio-tiempo, tal y como ocurre, por ejemplo, con la métrica de Schwarzschild 2 en $r = 0$.

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right)dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1}dr^2 + r^2 d\Omega^2 \tag{2}$$

Una posible forma de solucionar estos problemas podría ser considerar correcciones cuánticas a la teoría gravitacional. Además, el hecho de que todos los campos no gravitacionales estén bien descritos por la teoría cuántica de campos, hace pensar que existe una teoría cuántica subyacente para la gravedad.

Una forma de implementar de forma efectiva correcciones cuánticas en la métrica de Schwarzschild es mediante la denominada métrica de Hayward modificada [1, 2], que viene dada por 3

$$ds^2 = -G(r)F(r)dt^2 + \frac{1}{F(r)}dr^2 + r^2 d\Omega^2 \tag{3}$$

donde

$$F(r) = 1 - \frac{Mr^2}{r^3 + 2ML^2} \tag{4}$$

$$G(r) = 1 - \frac{\beta M\alpha}{\alpha r^3 + \beta M} \tag{5}$$

con α y β parámetros del sistema. Esta métrica (basada en los argumentos dados en [1, 3]) representa lo que usualmente es referido en la literatura como *Estrellas de Planck* [4] y satisface las siguientes propiedades:

- $g_{00} = 1 - \frac{2M}{r}$ para $r \to \infty$, es decir, la métrica es asintóticamente Schwarzschild.
- Incluye correcciones efectivas de teoría cuántica de campos al potencial Newtoniano dadas por

$$\Phi(r) = -\frac{M}{r}\left(1 + \beta\frac{l_p^2}{r^2}\right) + \mathcal{O}(r^{-4}), \tag{6}$$

  donde l_p en la longitud de Planck.
- Permite una dilatación temporal finita entre $r = 0$ y $r = \infty$.
- $g_{00} = 1 - \frac{r^2}{L^2} + o(r^3)$, es decir, es de Sitter para $r \to 0$.

Las motivaciones físicas para proponer la métrica 3, además de las consecuencias y propiedades de la misma son de gran interés teórico y ejemplifican una forma particular de incluir efectos cuánticos de manera efectiva para regularizar la solución de Schwarzschild.

2. Objetivo General

Estudiar en detalle la estructura de las estrellas de Planck y comprender las correcciones cuánticas implementadas en la métrica 3.

3. Objetivos Específicos

- Entender (y calcular, en la medida de lo posible) las correcciones cuánticas del potencial Newtoniano $\Phi(r)$ mostradas en 6.
- Estudiar las métricas de Bardeen y de Vaidya como punto de partida para la regularización de agujeros negros [5].
- Comprender la importancia de la regularización de la métrica de Schwarzschild.
- Entender las consecuencias de la regularización mencionada previamente y el mecanismo que impide la formación de la singularidad.
- Entender la introducción de una dilatación temporal finita entre $r = 0$ y $r = \infty$.
- Tratar de generalizar el procedimiento de regularización a la métrica de Reissner-Nordström.

4. Metodología

La metodología usada será un trabajo autónomo del estudiante, con seguimiento continuo por parte del director mediante reuniones semanales en las que se revise el cumplimiento de las tareas establecidas en el cronograma mostrado posteriormente, se resuelvan dudas del estudiante, se proponga nueva bibliografía en caso de ser necesario, y se establezcan objetivos particulares para la siguiente reunión.

El trabajo mencionado en el párrafo anterior consiste en revisiar la bibliografía propuesta, realizar los cálculos teóricos necesarios (especificados en la sección **Cronograma**) y redactar el documento final de la monografía. Cuando sea necesario, se usará el software *Mathematica*, dependiendo de la extensión de los cálculos.

5. Cronograma

Tareas \ Semanas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	X	X														
2		X	X													
3			X	X	X	X	X									
4					X	X	X	X	X	X						
5							X	X	X	X	X	X				
6								X	X							
7									X	X	X	X				
8			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

- Tarea 1: Recordar la formulación tensorial de la Relatividad General y algunos teoremas de singularidad [6].
- Tarea 2: Recordar la definición de horizontes de eventos y horizontes de Killing [7].
- Tarea 3: Estudiar las métricas de de Sitter, Bardeen y Vaidya.
- Tarea 4: Estudiar y comprender las correcciones cuánticas al potencial gravitacional Newtoniano.
- Tarea 5: Estudiar la métrica de Hayward modificada y calcular el tensor energía momento asociada a ella .
- Tarea 6: Redactar y presentar el documento de avance de la monografía.
- Tarea 7: Calcular y entender la dilatación temporal entre $r = 0$ y $r = \infty$, además del invariante de Kretschmann para 3 y verificar que se evita la singularidad en $r = 0$.
- Tarea 8: Redactar el documento final de la monografía.

6. Personas Conocedoras del Tema

- Andrés Fernando Reyes Lega (Universidad de los Andes, Departamento de Física)
- Alonso Botero Mejía (Universidad de los Andes, Departamento de Física)
- Marek Nowakowski (Universidad de los Andes, Departamento de Física)

Referencias

[1] Hayward, S.A.: Formation and Evaporation of regular black holes. Phys. Rev. Lett. **96**, 31103 (2006).

[2] De Lorenzo, T., Pacilio, C., Rovelli, C., Speziale, S.: On the effective metric of a Planck star. Gen. Relativ. Gravit. **47**, 41 (2015).

[3] Bardeen, J.M.: Non-singular general-relativistic gravitational collapse. In: Procceedings of International Conference GR5, Tbilisi, p. 174 (1968).

[4] Rovelli, C., Vidotto, F.: Planck Stars. Int. J. Mod. Phys. D. **23**, 1142026, (2014).

[5] Padmanabhan, T.: *Gravitation: Foundations and Frontiers*. Cambridge University Press, Cambridge (2010).

[6] d'Inverno, R. A.: *Introducing Einstein's Relativity*. Oxford University Press, New York (1992).

[7] Hawking, S.W., Ellis, G.F.R.: The Large Scale Structure of Space-time, vol. 1, 20th edn. Cambridge University Press, Cambridge (1973).

Firma del Director

Firma del Estudiante